

算数・数学の授業における教授学的契約

Didactical Contract in Mathematics Classroom

溝口達也*

私たちは、日々の授業を実践するにあたり、ともすると、様々な雑務に追われるがゆえに経験的な展開に依拠してしまうことがあります。もちろん、過去の実践報告はその意味で有用であることは間違いありません。しかしながら、翻って考えてみると、そのような経験的な展開は、なぜよしとされるのか、ということについて、我々は、実は問いを持っていない、あるいは持たないとする傾向があることもまた事実ではないでしょうか。すなわち、日々の実践が、単なる経験的熟練によるのではなく、科学的であることを欲するわけです。あるいは、実際に実践に携わる教師にとっては、その射程とすることがまさにリアルタイムの問題であり、学的体系を射程とする理論研究者の普遍妥当性の追究における幻想と取られかねないかもしれません。しかし、もし授業を科学しなければ、どんな授業が優れていたり、どんな点に改善の余地があるか、などといった問いは生まれてきません。決して、幻想ではなく、授業を科学すること、それ自体が実践であるといっても過言ではないかと思えます。換言すれば、「経験によって語られかねない教育の現象や数学上の知を理論的・科学的に説明、記述し、明らかにする試みであり、それにより現象そのものとその性質を知ること」（宮川, 2002）であると言えます。

国際的に見たとき、そのような取り組みの一つ、しかも最も体系的に取り組まれているものに、フランスの数学教授学があります。これの部分的な議論については、いくつか本誌でも御紹介したことがございますが（溝口, 01/1 ; 02/4）, 今回取り上げる「教授学的契約」も、このフランス数学教授学の一つの要素であり、しかも極めて重要なテーマであると言えます。

教師によって準備され、かつ持ち込まれた教授場面において、児童・生徒は、一般に与えられた（数学的）問題の解決に取り組みます。そうした取り組みは、教師の恒常的な指導法としての発問、手だて、制約（*constraints*）を児童・生徒が解釈することを通じて行われます。こうした、ある意味では特殊な教師の習慣は、児童・生徒によって期待されるものであり、また逆に、これらに対する児童・生徒の行動は、教師によって期待されるものであります。換言すれば、教師と学習者の間の互恵的な責務（*reciprocal obligation*）であると言えます、これをフランス数学教授学では「教授学的契約」と呼んでいます。

あらゆる教授学的状況において、教師は、学習者に取り組みで欲しい事柄を知らせることを試みます。理論的に、期待される反応に関して教師によって考えられた情報や行為の学習者への伝達は、学習者が教師によって意図される知識を実行することを要求します。数学することの唯一の方法は、問題を探求し解決することであり、そうすることで、さらに新しい問題を生み出します。従って、教師の扱う事柄というのは、知識を知らせることではなく、よい問題を学習者に委譲（*devolution*）することであるといえます。もしこの変換が行われ、学習者がそれを首尾よく取り組むならば、そこに学習は生じたと見なすことができます。

しかし、もし学習者が問題を拒んだり、避けたり、あるいは問題を解決できなかつたりした場合についてはどうでしょう。そこで、教師は学習者を支援するという社会的責務下にあり、時には、学習者への発問が難しすぎたと判断することもあられるでしょう。

このことは、教師と学習者が何を処理しなければならないか、また一方が他方に対して負う責任は何であるか、ということを経験がどのように決

*鳥取大学助教授

定するか示唆しています。教授学的契約は、こうした契約の一部であり、特に、内容すなわち数学的知識に固有のものとして解釈されます。

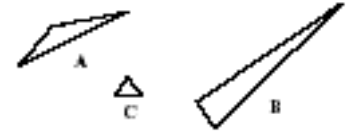
(Brousseau, 1997)

以下では、Balacheff(1999)からの事例をもとに、具体的に見ていきたいと思えます。事例は、(任意の)三角形の内角の和が 180° であることを証明する場面についてのものです。(実際には、フランスの7年生を対象にしています。)子どもは、三角形に関するあらゆる測定値は、三角形が大きくなればなるほど大きくなるというコンセプションを有していることが、フランスの7年生について知られています。このことから、大きな三角形であればあるほど、その内角の和も大きくなります。このことの矛盾に直面することが、構成されるべき推測の源になります。

最初の活動場面で、子どもたちは三角形を写し取り、その内角の和を測定します。教師は、子どもたちが測定した内角の和を黒板に書き留めていきます。ここまでに、得られたすべての測定値は、特にその値の違いを指摘されることなく教師によって受け止められ、従って書き留められます。この違いは、子どもたちにとって特別の意味はありません。なぜなら、子どもたちは、三角形が異なれば、その内角の和も異なると考えているからです。このことを意識化するためには、全員が同じ三角形を測定する必要があります。そこで、第二の活動場面では、子どもは、同一の三角形のコピーを配られます。子どもたちは、実際に測定をする前に、どのくらいになるか予測するよう求められ、その後実際の測定値と比較されます。子どもたちは、同じ三角形を測定したのだから同じ結果を得るはずですが、その値の違いを測定上の誤差として説明します。子どもたちには、最初に予測した値と実際の測定値との違いは問題とされません。特殊な三角形を選択した結果だからです。そこで、第三の活動場面では、三角形の内角の和の不変であること、すなわち 180° であることの問題の定式化が目的とされます。そのためには、複数の三角形を測定する必要があります。ただし、この経験は、子どもたちが既存のコンセプションに固執するかぎりにおいて意味を持ちません。推測及びこれを証明することの要求は、次の2つのコンセ

プション間のコンフリクトによって生じます。すなわち、一方で三角形の内角の和はその形に依存するにも関わらず、他方で得られる測定値はどれもおよそ 180° であるということです。この活動のために、次のような3つの三角形が用意されま

す。AとBは内角の和を予測することが必ずしも容易ではな



く、またCは他の2つと比べて非常に小さいものです。子どもたちは、グループでこれらの三角形の測定を行い、結果は再び黒板に書き留められて教室全体で議論されます。何に注目する必要があるだろうかといった教師のオープンな問いは、子どもたちの中に三角形の内角の和が何らかの正確な値を持たなければならないことの意識づけを要請し、この正確な値の認識の問題が提起されることとなります。

上記のような活動の系列は、ある種の社会的相互作用に基づくものであり、そしてそれは、子どもたちに、真理に対する責任を要求するものであります。上の事例の場合、推測を構成することを認めるといった認識の機能の形式において学習者間、あるいは学習者と教師の間のやり取りを組織する規則の集合として記述されます。この規則の集合こそが、教授学的契約を構成すると言えます。

ともすると、学習の結果としての知識を「そのように習ったから」と教師に依存する傾向を、子どもたち自身が「真理に対する責任」を担う主体であるような学習指導を目指すことこそ、教授学的契約の意図するところではないかと考えます。

【引用文献】

Balacheff, N. (1999). Contract and Custom: Two Registers of Didactical Interactions. *The Mathematical Educator*, 9 (2). pp.23-29.

Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Kluwer Academic Publishers.

宮川 健. (2002). 教授学的状況理論にもとづくコンセプションモデルに関する一考察. *筑波数学教育研究*, 21. pp.63-72.

【その他の参考文献】

Arsac, G., Balacheff, N. & Mante, M. (1992). Teacher's role and reproducibility of didactical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(1). pp.5-29.

Balacheff, N. (2000). Advanced educational technology: Knowledge revisited. Liao, T. T. (ed.), *Advanced Educational Technology: Research Issues and Future Potential*. pp.1-20