

算数・数学教育における数学史の活用

溝口達也*

日々の算数・数学教育において、私たちは、様々な目的や用途で数学史を活用することがあります。私は、学生の(授業設計に関連する)授業で、いつも数学史を調べることから始めさせるのですが、学生たちの当初の印象は、概ね「何のために」、「どうやって」数学史を調べることから分らない、といったようなものです。ところが調べていき、実際に授業設計にとりかかると、漠然としてではありますが、学生たちなりに数学史を見ることの意義を掴むようです。

従来からも、算数・数学教育において、その学習指導に直接、間接の両面から数学史を活用することがいわれてきました。例えば、理解研究でも著名なByersの“*Why study the history of mathematics*”(Byers, 1982)は比較的好く読まれた論文であると思われまし、2000年に刊行されたICMI Studyの“*History in Mathematics Education*”(Fauvel & Maanen, 2000)は、数学史の活用に関わる様々な議論を各国の研究者が高いレベルで整理した成果であるといえます。さらに、*Educational Studies in Mathematics* 誌では、2007年に特集号(第66巻第2号)が刊行されています。

しかしながら、上記を含む多くの議論において、《なぜ数学史を用いるのか(why)》と《どのように数学史を用いるのか(how)》の議論がばんやりとしているというのが、今回ご紹介するJankvist(2009b)の主張であり、この「なぜ」に関わる問い《whys》と「どのように」に関わる問い《hows》が相互にどう関連するかを見ていくことが、数学史の活用についての枠組みを提供することになると一貫して展開するものであります。

まず、《whys》に関わる議論 *arguments* ですが、2つのカテゴリーに分けられます。その一つは、「ツールとしての歴史 *history as a tool*」で、これは児童・生徒がどのように算数・数学を学んでいくかという議論と関連するものです。このような議論に分類されるものとして次の3つがあります。(以下の記号は、紹介者によるものです。)

ツールとしての歴史 *history as a tool***Wt1**: 動機づけの要因**Wt2**: 実際の学習をサポートする認知的ツールの役割**Wt2'**: (**Wt2**の特別な場合として) 認識論的障害の同定**Wt3**: 進化論的議論

Wt1は、文字通り、児童・生徒の算数・数学学習、あるいは当該の教材に対する興味・関心を持続させたり、数学の人間の側面を強調しようとするものです。例えば、過去の数学者のつまづきは、今日の子どものための算数・数学学習においても困難であり、子どもたちが実際

にそのような困難を抱えるところの同じ数学的概念は、何百年も前の数学者をしてその最終的な形式を作り出させた、という励ましとなると考えるものです。

Wt2は、歴史が学習や教授に対する異なる視点を提供するものであり、また歴史的現象学が仮説的な学習の道筋を示してくれるとするものです。

そして**Wt2**の特別な場合として、認識論的障害があげられます。これについては、例えば、Radford(1997)においても、特に1章を設けて(§3)述べられるように、算数・数学教育と数学史の関連を議論する際に、極めて重要な位置づけが与えられるものです。認識論的障害の概念は、もともと科学哲学者Bachelardによって提起されたものであり、数学教育学にはBrousseau(1983)によって導入されます。それは、学習者の認知発達を問題とする個体発生的起源や教授上の問題を扱う教授学的起源ではなく真に認識論的起源による障害 *obstacle* を扱うもので、私たちが数学的知識・概念を得ようとする上で不可避であるものです(Sierpinska, 1994; 溝口, 1995)。それゆえそうした障害は、概念自体の歴史に見出すことができ、「児童・生徒のある種の困難は、歴史によって立証された障害の周辺にまとめられる」(Brousseau, 1983)のものであり、さらに歴史は障害を同定するだけでなく、その克服についての手立ての助けともなることが指摘されます。Brousseauの重要な指摘としては、次のことがあげられます。すなわち、歴史は、修正 *modification* なしに用いられるべきではないこと、それは、今日の学校数学に用いられるのにふさわしい概念の発生を選択するためであり、そうした発生を提供するような学習指導場面を作り出すためであるということです。

Wt3は、非常に独特のもので、歴史なしに算数・数学の学習はありえないとするもので、そのもっとも明白なものが「個体発生は系統発生を繰り返す」とする反復説の議論です。すなわち、真の算数・数学学習のために、誰しも、数学が進化してきたと同様のステージを通過しなければならない、とするものです。反復説は、算数・数学全体に対して適用されるだけでなく、場合によっては個々の概念や理論に適用されることもあります。上の認識論的障害の概念と似て非なるところは、歴史上に観察される困難や障害は同様に教室においても再現するという、その歴史的並行論 *parallelism* (例えば、次を参照: Thomaidis & Tzanakis, 2007)にあるといえます。

以上の「ツールとしての歴史」に対するもう一つのカテゴリーとして「ゴールとしての歴史 *history as a goal* (**Wg**)」があげられます。文字通り、数学史自体が学習の目標として主張されるものです。「ゴールとしての歴

* 鳥取大学准教授

史」のカテゴリーでは、個々のトピックのような数学史に関する知識が誤ることは許されません。その焦点は、学問としての数学の発達や進化に当てられることとなります。Jankvist氏自身は、特にこのカテゴリーに関して学位論文を作成されており(Jankvist, 2009c), またその実践的研究も行われているようです(Jankvist, 2009a)。我が国においては、教科書の各章の扉または章末に少しばかりの歴史的記述があることはあっても、学習指導要領において直接的に取り上げられてはいませんが、例えばノルウェーなどは、数学史がカリキュラムにおいて重要な位置を占めており、またいくつかの学年では特別な目標として掲げられているようです(Smestad, 2008)。

一方、実際に算数・数学の学習指導に数学史が用いられる仕方としての《*hows*》に関わる議論は、次の3つのカテゴリーに分けられます。

数学史活用の3つのアプローチ

H1 : 説明 *illumination* のアプローチ

H2 : 指導計画 *modules* のアプローチ

H3 : 歴史に基づく *history-based* アプローチ

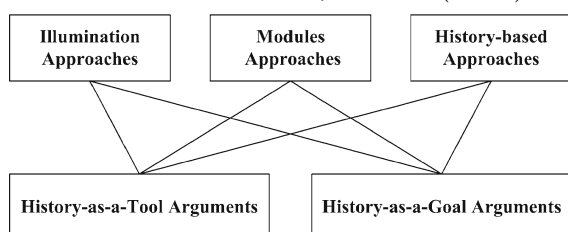
H1は、授業実践や教科書において歴史的情報が補助的に用いられることを意味します。上述の教科書の歴史的記述などはここに含まれる最も小さな扱いであると言えます。

H2は、教材やカリキュラムを数学史に沿ったものとするものであり、これは**H1**同様、そのサイズや範囲に関して様々な程度に及ぶものです。実はこの種の議論は、冒頭で示したByers(1982)もほぼ同様の議論を展開しています。先ず最も小さい程度としては、教材あるいは数時間の授業について「歴史的パッケージ」を用意するというものです。中間的な扱いとしては、概ね1単元を、最も大きい、あるいは広い扱いとしては、カリキュラム(場合によっては複数学年)や教科書を数学史に沿ったものとするということになります。

H3は、数学の発達やその歴史によって直接的に刺激されたり、あるいはそうしたものに基づくものを含みます。上記カテゴリーとの相違は、直接数学史の研究を扱うのではなく、むしろ間接的に用いるというものです。

ところで以上のように分類される《*whys*》と《*hows*》の議論ですが、どんな分類にもそうする目的があります。ある事柄について某かの分類をすることで、(少なくとも分類の意図に対して)生産的になることもあれば、その分類のためにむしろ見えなくなってしまう側面もあります。ここでの分類の意図は、例えばその用い方で最も好まれる目的は何かといったような、従来展開されてきた数学史活用を分析することにあります。そしてその最も主眼とするところは、それぞれが何をどの程度語っているか、その仕方を明らかにすることにあります。

カテゴリー間の連関について、Jankvist(2009b)におい



ては、上のような6つの可能性が図示されます(p.251)。しかし、上に見てきたように、「ツールとしての歴史」に関しては、その様相が大きく異なることから、これを1つにまとめることに関していささかの抵抗があります。

また《*whys*》に分類されると思われる議論が従来からも多岐に渡り、かつ理論的に展開されてきたのに対し(例えば, Fried, 2001, 2007; Otte, 2007), 《*hows*》に分類される議論については、必ずしもそれらが理論的であるとは言えず、経験的な議論を抜け切れていないのではないかという印象も受けます。実際、ここで示されたカテゴリー(**H1**~**H3**)についても、例えば**H3**に関するより詳細な研究の余地が残されているように思います。換言すれば、私たちは、教材研究にあたって数学史を参照するものの、そのようになされた成果を具体的実践にいかにつなげていくかの理論的・方法論的議論を必ずしも十分に有していない、と言うことができるのではないのでしょうか。そうした議論はまた、教師教育の範疇に属するものであろうかとも思われます(Furinghetti, 2007)。そのためには、冒頭に述べたような学生の漠然とした認識を超えた手立てをさらに講ずる必要があることを、これらの研究から学ばせてもらえたように思いました。

参考文献

- Brousseau, G. (1983). Les obstacle épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 4(2), 165-198.
- Byers, V. (1982). Why study the history of Mathematics? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 13(1), 59-66.
- Fauvel, J., & van Mannen, J. (Eds.) (2000). *History in mathematics education – the ICMI study*. Dordrecht: Kluwer Academic.
- Fried, M. N. (2001). Can mathematics education and history of mathematics coexist? *Science & Education*, 10(4), 391-408.
- Fried, M. N. (2007). Didactics and history of mathematics: Knowledge and self-knowledge. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 203-223.
- Furinghetti, F. (2007). Teacher education through the history of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 131-143.
- Jankvist, U. T. (2009a). On empirical research in the field of using history in mathematics education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12(1), 67-101.
- ▶ Jankvist, U. T. (2009b). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235-261.
- Jankvist, U. T. (2009c). *Using history as a ‘goal’ in mathematics education*. PhD Dissertation, Roskilde University.
- Otte, M. (2007). Mathematical history, philosophy and education. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 243-255.
- Radford, L. (1997). On psychology, historical epistemology and the teaching of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 26-33.
- Sierpiska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. London: Falmer.
- Smestad, B. (2008). Teachers’ conceptions of history of mathematics. In: R. Cantoral, F. Fasanelli, A. Garcíadiago, B. Stein, and C. Tzanakis (eds.), *Proceedings of HPM2008- The satellite meeting of ICME 11. Mexico City-*, 1-10.
- Thomaidis, Y. & Tzanakis, C. (2007). The notion of historical “parallelism” revisited: historical evolution and students’ conception of the order relation on the number line. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 165-183.
- 溝口達也 (1995). 認識論的障害の克服過程の記述カテゴリーによる特徴づけ：極限概念を事例として. *数学教育学論究*, 63/64, 27-48.