

小学校での比較を表す数学的な言葉

*Comparative mathematical language
in the elementary school: A longitudinal study¹⁾*

溝口達也*

「数学は科学の言語である」とよく言われる。もちろん、「数学」が日本語や英語、フランス語と文字通り似ていると思う人はいないであろうし、この命題を（例えば、音韻、語彙、文法を有するといった）「言語」の定義に則して捉えてそう言うのではなく、「言語」の有する機能面に着目して語られていると解釈されるべきであろう。最近、西日本で流れる（東日本については不明）某新聞のテレビCMで連呼される「言葉は○○」は、まさにそれぞれの個人が思うところの言葉の機能に照らしてのものであるといえる。では、そのような機能とはどんなものであるのだろうか。当然のことながら、言語には、他人に伝達する機能や、記録を残す（文字媒体だけでなく、伝承としても）といった機能がある。それ以上に、われわれは思考の道具として、言語を駆使することがある。つまり、一つ一つの言葉に負荷された意味を用いて（あるいは、時としてそのような言葉によるある種の枠組みとしての制約を受けながら）思考を展開するのである。

こうした様相は、小学校の低学年の児童においても見られることである。今回紹介する論文の冒頭で、著者は、次のように述べられている。「幼い子どもたちが、数学の意味を話しあうときに多くの障害に直面することが、これまでも示唆されてきた。言語の点から見ると、子どもたちにとって文脈を記述する語と、そのような文脈における問題解決に用いられる手続きとの間に非常に密接なつながりがあり、このことが初期の算数学習を特徴づけるものでもある。従って、子どもたちは、数学の register を理解し、かつ話しあう必要があり、その結果、独特の syntax, semantics, 語彙、文法を理解するようになり、また数学の文脈において語を再解釈する。」そして、そのよう

な様相として見られる典型的なものとして、相等性と非相等性に着目する。その目的は、次の通りである。「本研究では、幼い子どもたちが、相等性および非相等性の理解をどのように発達させるかということについての研究に対する新しい試みの最初のステップを示したい。それは、相等性や非相等性に通常結びつくと考えられる語（つまり、*equal*, *more*, そして*less*）が、幼い子どもたちにどのように解釈され、また用いられるかを検証することであり、小学校の課程を通じてそのような語の理解が、進歩するのか、進歩するのであればどのようにか、ということを確認することである。」このために、Queenslandの小学生76名の3年生時（8歳6ヶ月）から5年生時（10歳6ヶ月）までの3年間にわたる調査が展開される。これらの結果は、図1～図3²⁾に示されるようである。分類に用いられるカテゴリーについては、異なる言語文化圏のものとして、我が国の参考になることは疑いはないが必ずしも一致するものではないこと

■ 1. The answer ■ 2. Quantitative sameness ■ 3. Equal sign in an equation
■ 4. Part of sum ■ 5. Total ■ 6. The end
■ 7. Other

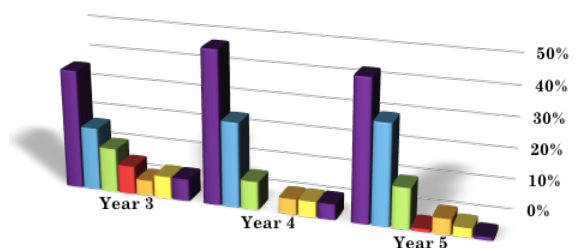


図1 'equal'の意味

■ 1. Quantitative difference ■ 2. Non-comparative sentence
■ 3. Addition ■ 4. Big amount
■ 5. Opposite to less ■ 6. Positioning Change

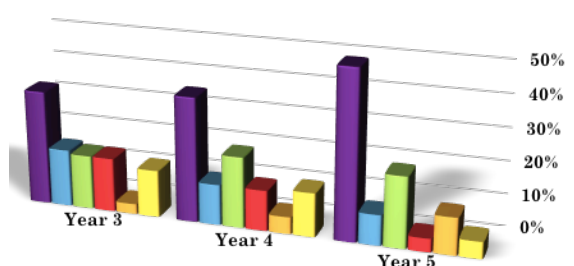


図2 'more'の意味

* 鳥取大学助教授

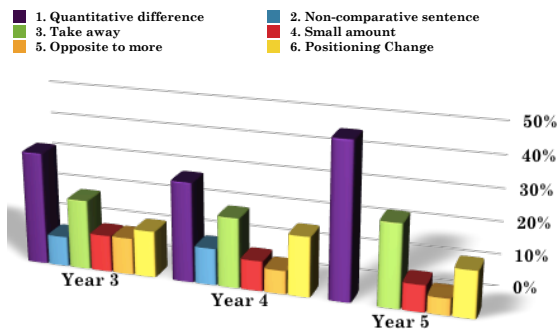


図3 'less'の意味

が予想される。しかし、注目すべき点は、'equal', 'more', 'less' のいずれについても、3学年にわたって χ^2 検定による有意差が認められないことである。すなわち、学年間におけるそれぞれの語についての意味の理解の違いが見られないことである。さらに、こうした語の背後にある相等性、及び非相等性についても、図4²⁾に示されるように、

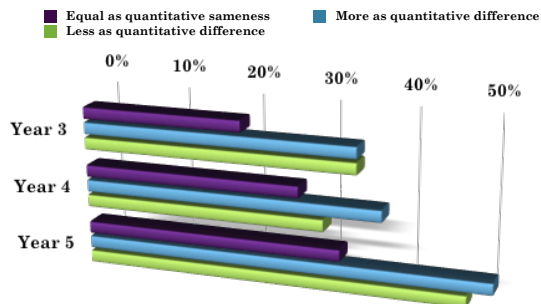


図4 相等性と非相等性

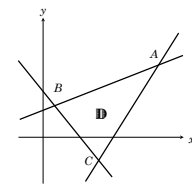
やはり χ^2 検定の結果、有意差が認められない。このような結果は、われわれ算数教育に携わるものとして意外な印象を受けられるかもしれないが、実は我が国においても、筆者が以前に実施した調査では、小6~中2の児童・生徒の等号の認識について、同様に学年間の差異を認めにくいという結果を得た³⁾。ただし、本論文の特徴的な点は、「等しい *equivalent*」という認識を「等しくない *non-equivalent*」という認識と組で捉えようとしていることである。両者は、互いに相補的に認識することでその理解が深まると指摘される。本論文では、それゆえ「等しくない」を表現するものとしての 'more' や 'less' に重点を置いて議論する。と同時に、子どもたちが、そのような状況を探求することも示唆する。そして結論において、活動、記号、言語、及びモデルに注目するのだが、我が国の算数教育実践の蓄積からは、それだけではないようにも思われる。

我々は、子どもたちの問題解決にあたって、問題の提示における問題の分析を図る。よく見受け

られる実践として、板書された問題文に色別の下線を引くことで「わかっていることから」や「求めることから」を明確にするというものがある。一見すると首尾よく問題の把握が図られているようにも思われるが、実際には問題文の分析が行われているだけであり、本来行われるべきは、問題あるいは問題場面の構造の分析である。このとき、解決の見積もりを行うことは、こうした問題の分析をする上で、極めて有効であることが指摘される⁴⁾。まさに、本論文で示唆される 'more' や 'less' の状況である。つまり、日々の授業実践において、継続的にこのような指導は可能であろうと考えられるのである。

こうした見積もりによる問題把握（分析）の力は、一朝一夕でできるようになるものではなく、上記の通り継続的な指導が不可欠である。先日、高等学校の研究授業を拝見する機会があった。授業では、与えられた3直線によって囲まれた領域D

(境界を含む)内の点P(x, y)について $x + 2y$ の最大値及び最小値を求めることが問われた。一部の生徒は $x + 2y = k$ として解決を進めるのだが、なぜそのように置けば



よいかは理解していない（もちろん、これ自体2つの変数を1つの変数に還元する数学でよく用いられる手法であり、中学校での連立方程式の解法も同様の手法である）。ここで、この場合 y を固定すれば x が最大するとき $x + 2y$ は最大となり、 x を固定した場合も同様である。従って、 x と y がともに最大するとき（すなわち、点Aにおいて）最大値を取ることが容易に判断され、問題となるのは、最小値を求める場合である。このような見積もりは、小学校における異分母分数の大小判断等と同様の思考であり、我々は、ただ計算ができさえすればよいとされる指導観とは異なる立場で、子どもたちを育てたいものである。

註

- Warren, E. (2006). *Educational Studies in Mathematics*, 62 (2), 169-189.
- グラフは、論文中のデータから筆者が作成した。
- 溝口達也 (2003). 等号、相等性に関する認識論的障害. *鳥取大学教育地域科学部紀要 教育・人文科学*, 5 (1), 25-34.
- 溝口達也 (2006). 創造性の基礎を培う授業構成とその展開. *第39回中国・四国算数・数学教育研究 (鳥取) 大会 公開授業学習指導案集*, pp.1-14.