2015 年度

数学学習指導設計Ⅱ

「２次関数」

植永　一生

橋本　　亮

村岡　将史

山中　裕太

目次

1. 単元設定の範囲と理由

1.1 単元の範囲

数学Ⅰ「2 次関数」

1.2 設定の理由

我々がこのテーマを決めた理由は、高校数学の中でもこの分野は導入こそ簡単であるが、内容を理解していくうちに他分野へ応用できることが分かっていき、後には数学を学習する生徒たちにとって、必要不可欠なもののひとつであり、基礎的なものであると考えたためである。

2. 教材研究

2.1 学習指導要領の変遷

昭和２２年度には、高等学校の数学学習指導要領がなかったので、「学習指導要領算数科・数学科編（試案）」をみることにした。この学習指導要領では、現在の小学第一学年から中学第三学年までを第一学年から第九学年までとしていて、数学学習指導設計Ⅱの授業で僕たちが行う現在の高校一年次で習うところの「数学Ⅰ」、「２次関数」は詳しく扱われていなかった。

僕たちが行う二次関数が登場するのは昭和２６年度の「学習指導要領数学科編（試案）改訂版」からである。この昭和２６年度の学習指導要領から現在の学習指導要領まで、「数学I+A」、「２次関数」がどのように扱われてきたか変遷を見て行こうと思う。

2.1.1昭和22年度版

高等学校の数学の学習指導要領がなかったので、省略。
戦後、間もなくで「義務教育」を早急の課題としたため専門知識は優先されなかった。

2.1.2昭和26年度版

Ａ．目的
１．関数の概念を理解し，これを用いる能力を養う
２．式やグラフで関数の関係を表わすことの意味を理解し用いる能力を養う。
３．一般の比例，二次，および，三角関数の性質を理解し用いる能力を養う

Ｂ．内容
ａ．関数関係を具体的な場面に見いだす。
ｂ．二次式のグラフ
ｃ．二次式の変化を一次式や比例の変化と比較して特徴を知る。
ｄ．グラフを利用して，２次方程式や二次の不等式で表わされる問題を解決する。

Ｃ.前年度との比較
前年度版は高等学校の数学の学習指導要領がなかったので、省略。
Ｄ．背景
戦後間もなく。生活関連に重きが置かれていた。

2.1.3昭和31年度版

Ａ.目的

Ｂ.内容
a.２次関数の平方完成、グラフの対称性，頂点の位置，関数の最大値・最小値
b.放物線の平行移動とそれに伴う式の変化
c.２乗に比例・反比例、平方根に比例・反比例する関数の特徴や式の形とグラフ
d.２変数の関数の例として，複比例。
Ｃ.前年度との比較
前年度では関数の概念について（関数関係を具体的な場面に見いだすなど）の学びが内容を占めているが、31年度版では関数の性質（頂点の位置，関数の最大値・最小値など）の学びに変更されている

2.1.4昭和35年度版

A. 目的

関数の概念の理解を深め，初等的な関数について，その関数の特徴を明らかにする。

B. 内容

グラフの対称性と頂点

無理関数、分数関数

C. 前年度との比較

昭和４５年度の所に書くので、省略。

2.1.5昭和45年度版

A. 目的

関数の概念の理解を深め，初等的な関数について，その関数の特徴を明らかにする。

B. 内容

グラフの対称性と頂点

無理関数、分数関数

C. 前年度との比較

昭和４５年度の所に書くので、省略。

2.1.5昭和45年度版

A. 目的

目的２次関数など簡単な関数の特徴について理解させる。

B. 内容

ア　２次関数，関数　$y = ax + b / cx + d$

２次関数の逆関数については，$y = \sqrt{ax + b}$ の程度とする。

イ　指数関数，対数関数の意味

対数計算は取り扱わないものとする。

ウ　用語および記号

累乗根，指数法則，底，指数関数，対数，対数関数，$\log_a x$

C. 前年度との比較

昭和３５年度から無理関数、分数関数、昭和４５年度からは逆関数、対数関数、指数関数など種類が具体的に明記され始めた。

D．背景

ソ連が1957年（昭和32年）に人工衛星スプートニク1号の打ち上げに成功した。これによってアメリカで、ソ連に対抗するために「教育内容の現代化運動」と呼ばれる小中学校からかなり高度な教育を行なおうとする運動が起こった。これが反映されたカリキュラム。

2.1.6昭和53年度版

A. 目的

数，式，関数及び図形に関する理解を深め，基礎的な知識の習得と基礎的な技能の習熟を図るとともに，事象の考察に当たってそれらを的確に活用する能力を伸ばす.

B.内容

a. ２次関数

b. 簡単な分数関数，無理関数

c. 逆関数

（の程度の関数を扱う）

C. 前年度との比較

・設置されてから一貫して「数学 I」の内容であった三角関数・指数関数・対数関数が「数学 II」（2～3 年次相当）.「基礎解析」（2 年次相当）へ、逆関数および集合は前年度版では中学校の内容だったが、この版で「数学 I」に移行された。

2.1.7平成元年度版

A.目的

具体的な事象の考察を通して、２次関数について理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、それらを的確に活用する能力を伸ばすとともに、数学的な見方や考え方のよさについて認識を深める。

B.内容

a. ２次関数とグラフ

b. ２次関数の最大・最小

c. ２次方程式と二次不等式

C. 前年度との比較

昭和３５年度から具体的に明記され始めた関数の種類が省かれた。（「数学Ⅱ」、「数学Ⅲ」の範囲になった。）

D. 背景

・基礎基本の定着に重きが置かれた。

・ゆとり教育が反映された。

（小・中学校で後回しにされたものを「数Ｉ」で行い、「数Ｉ」の内容は「数Ⅱ」、「数Ⅲ」におくられた。）

2.1.8平成10年度版

A.目的

二次関数について理解し，関数を用いて数量の変化を表現することの有用性を認識するとともに，それを具体的な事象の考察や式２次不等式を解くことなどに活用できるようにする。

B.内容

a.２次関数とグラフ

b.２次関数の最大・最小

c.２次不等式

C.前年度との比較

あまり変化は見られなかった.

2.1.9平成15年度版

A.目的

２次関数について理解し，関数を用いて数量の変化を表現することの有用性を認識するとともに，それを具体的な事象の考察や２次不等式を解くことなどに活用できるようにする。

B.内容

a.２次関数とグラフ

b.２次関数の最大・最小

c.２次不等式

C.前年度との比較

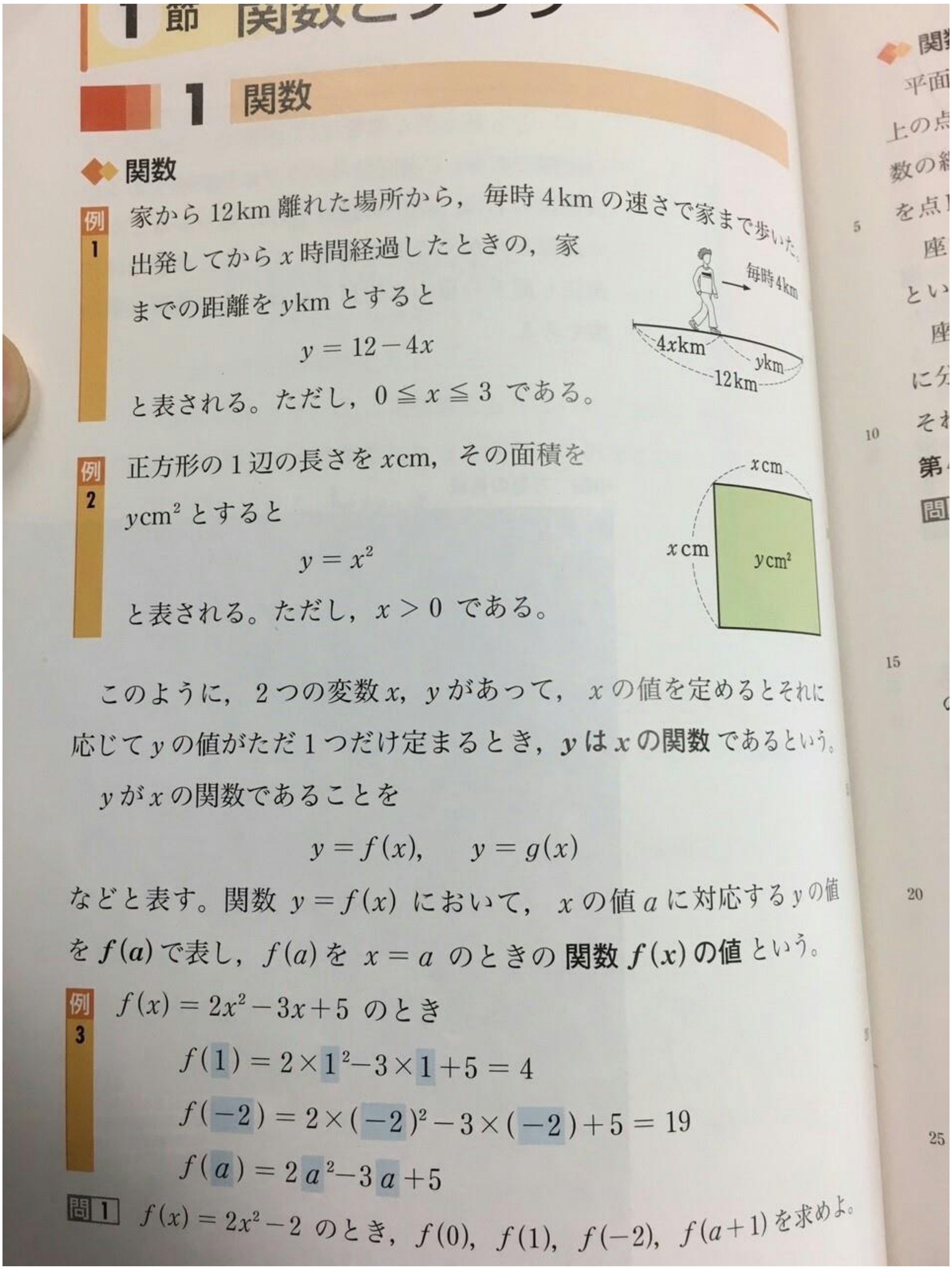
あまり変化は見られなかった。

2.2 教科書調べ

2.2.1 東京書籍

H19 の東京書籍の数学Ｉの教科書を調べた。

1.関数ここでは関数がどのようなものか説明がなされており、例題を二つ載ある



1節 関数とグラフ

1 関数

関数

例1 家から12km離れた場所から，毎時4kmの速さで家まで歩いた。出発してからx時間経過したときの，家までの距離を$y$kmとすると

$$y = 12 - 4x$$

と表される。ただし，$0 \leqq x \leqq 3$ である。

例2 正方形の1辺の長さを$x$cm，その面積を$y\mathrm{cm}^2$とすると

$$y = x^2$$

と表される。ただし，$x > 0$ である。

このように，2つの変数x，yがあって，xの値を定めるとそれに応じてyの値がただ1つだけ定まるとき，**yはxの関数**であるという。

yがxの関数であることを

$$y = f(x), \qquad y = g(x)$$

などと表す。関数 $y = f(x)$ において，xの値aに対応するyの値を$\boldsymbol{f(a)}$で表し，$f(a)$を $x = a$ のときの**関数$\boldsymbol{f(x)}$の値**という。

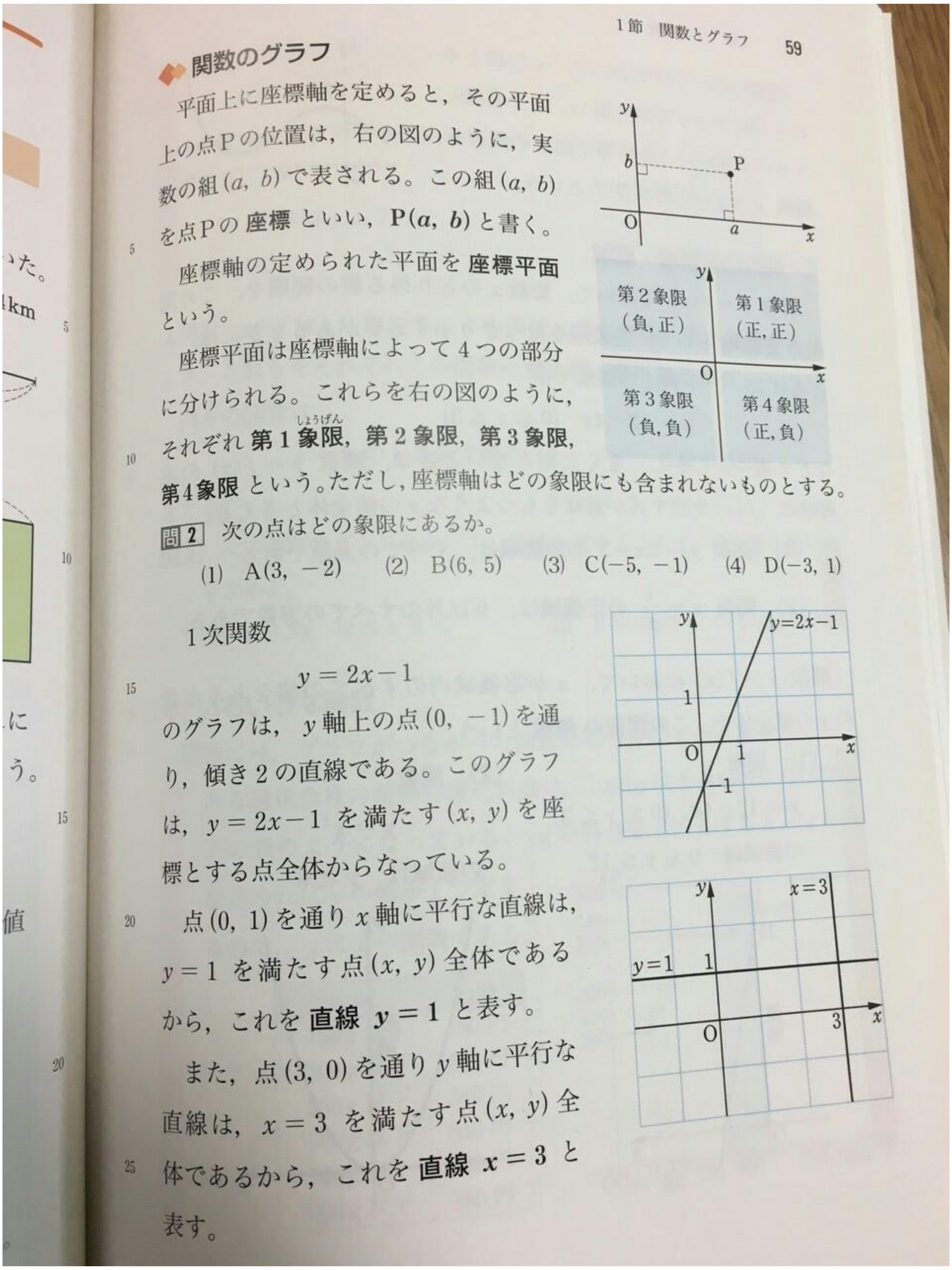
例3 $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ のとき

$$f(1) = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 5 = 4$$
$$f(-2) = 2 \times (-2)^2 - 3 \times (-2) + 5 = 19$$
$$f(a) = 2a^2 - 3a + 5$$

問1 $f(x) = 2x^2 - 2$ のとき，$f(0)$，$f(1)$，$f(-2)$，$f(a+1)$を求めよ。

図 1)東京書籍 H19_例題 1,2

次に、x-y 平面における様々な名前などが説明されている。



1節　関数とグラフ　59

関数のグラフ

平面上に座標軸を定めると，その平面上の点Pの位置は，右の図のように，実数の組 $(a,\ b)$ で表される。この組 $(a,\ b)$ を点Pの **座標** といい，$\mathbf{P(a,\ b)}$ と書く。

座標軸の定められた平面を **座標平面** という。

座標平面は座標軸によって4つの部分に分けられる。これらを右の図のように，それぞれ **第1象限**，**第2象限**，**第3象限**，**第4象限** という。ただし，座標軸はどの象限にも含まれないものとする。

問2　次の点はどの象限にあるか。

(1) A$(3,\ -2)$　(2) B$(6,\ 5)$　(3) C$(-5,\ -1)$　(4) D$(-3,\ 1)$

1次関数

$$y = 2x - 1$$

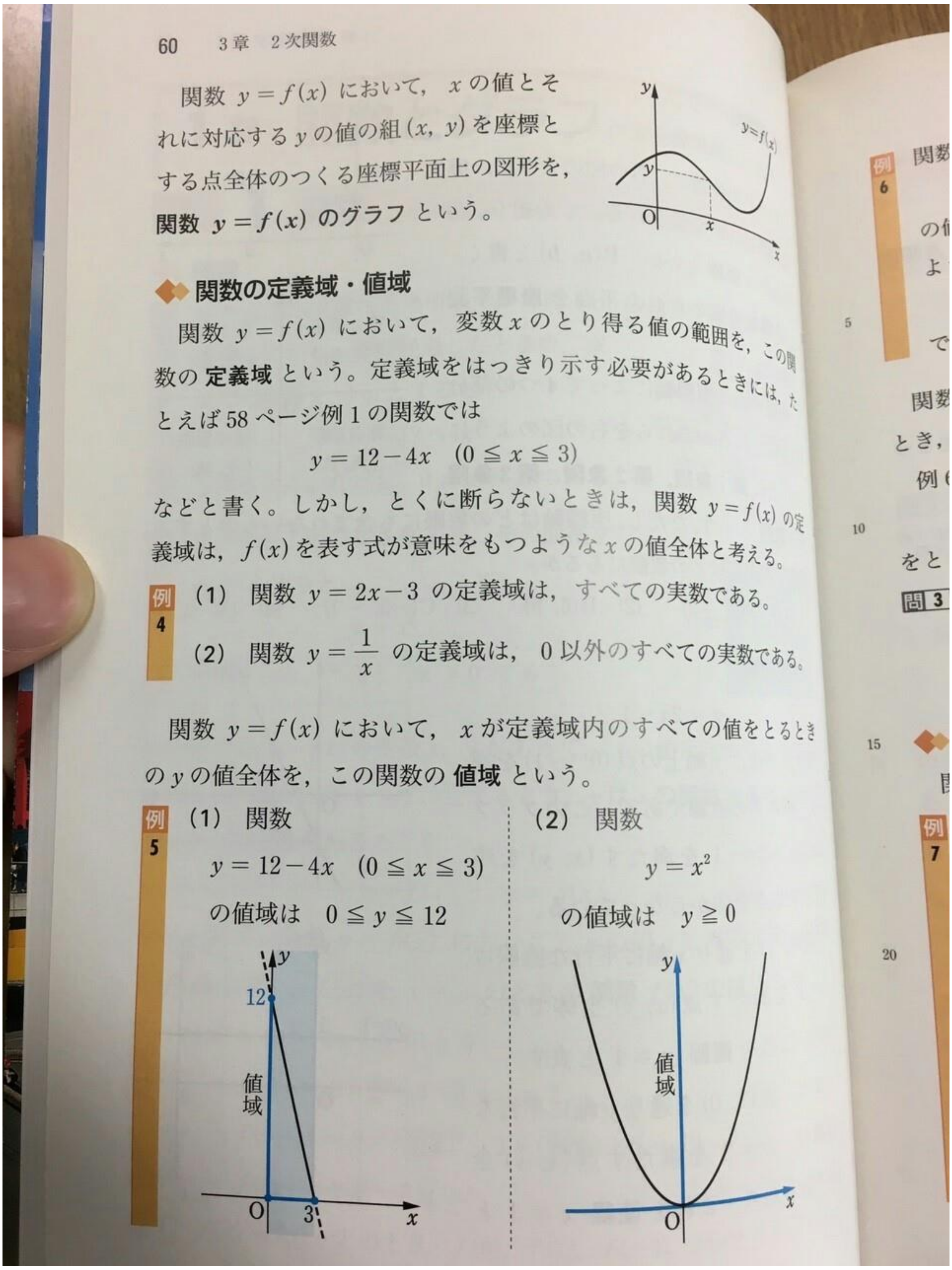
のグラフは，y 軸上の点 $(0,\ -1)$ を通り，傾き2の直線である。このグラフは，$y = 2x - 1$ を満たす $(x,\ y)$ を座標とする点全体からなっている。

点 $(0,\ 1)$ を通り x 軸に平行な直線は，$y = 1$ を満たす点 $(x,\ y)$ 全体であるから，これを **直線 $y = 1$** と表す。

また，点 $(3,\ 0)$ を通り y 軸に平行な直線は，$x = 3$ を満たす点 $(x,\ y)$ 全体であるから，これを **直線 $x = 3$** と表す。

図 2)東京書籍 H19_言葉の定義

関数の定義域、値域についても例題を用いて説明がなされている。



60　3章　2次関数

関数 $y=f(x)$ において，x の値とそれに対応する y の値の組 $(x,\ y)$ を座標とする点全体のつくる座標平面上の図形を，**関数 $y=f(x)$ のグラフ** という。

関数の定義域・値域

関数 $y=f(x)$ において，変数 x のとり得る値の範囲を，この関数の **定義域** という。定義域をはっきり示す必要があるときには，たとえば58ページ例1の関数では

$$y=12-4x\quad(0\leqq x\leqq 3)$$

などと書く。しかし，とくに断らないときは，関数 $y=f(x)$ の定義域は，$f(x)$ を表す式が意味をもつような x の値全体と考える。

例4　(1)　関数 $y=2x-3$ の定義域は，すべての実数である。

(2)　関数 $y=\dfrac{1}{x}$ の定義域は，0以外のすべての実数である。

関数 $y=f(x)$ において，x が定義域内のすべての値をとるときの y の値全体を，この関数の **値域** という。

例5　(1)　関数 $y=12-4x\quad(0\leqq x\leqq 3)$ の値域は　$0\leqq y\leqq 12$

(2)　関数 $y=x^2$ の値域は　$y\geqq 0$

図 3)東京書籍 H19_定義域、値域の説明

2.２次関数のグラフ

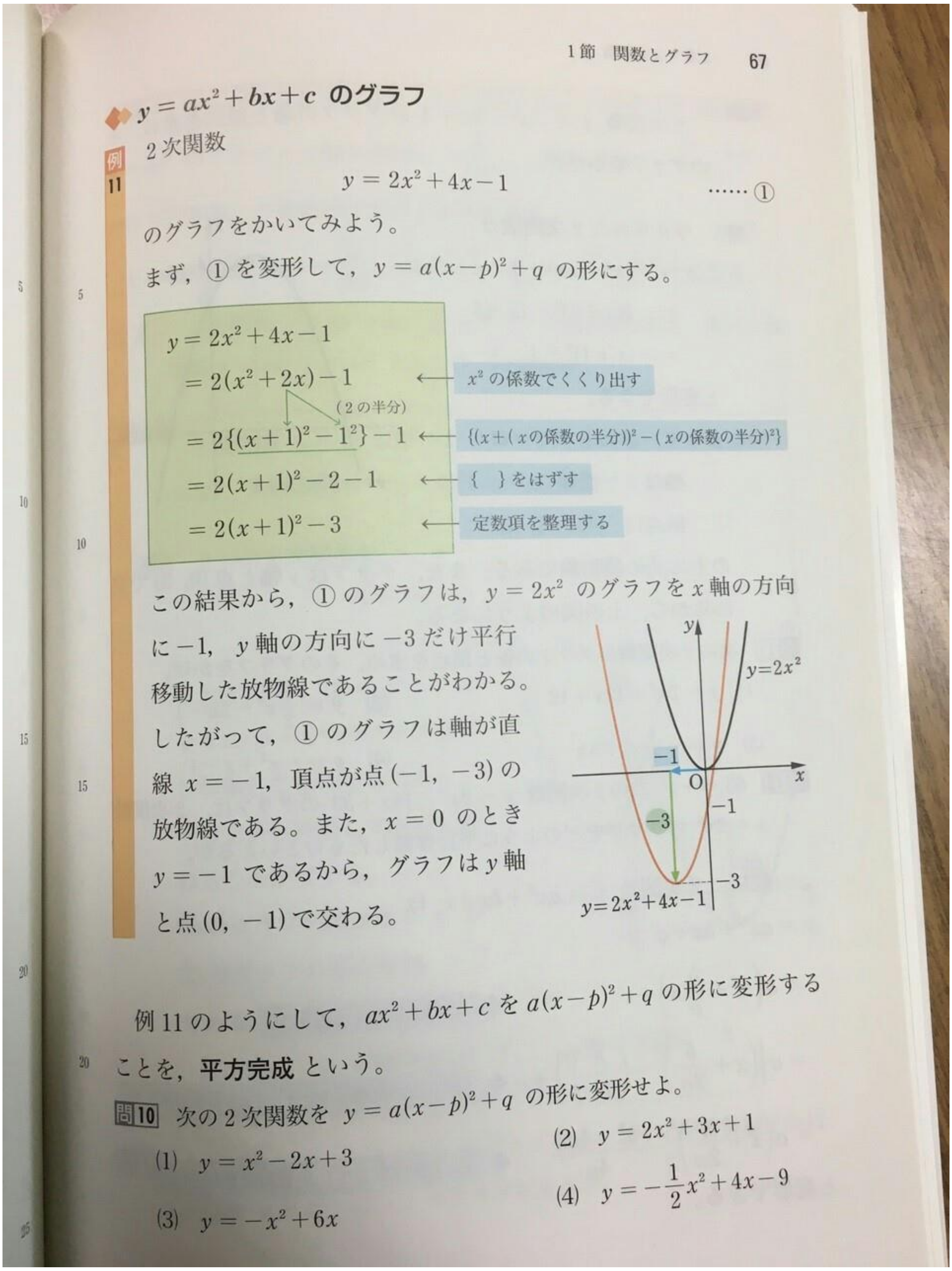
ここでは、２次関数の説明がなされている。

順番としては、

$\mathrm{y = ax^2}$ → $\mathrm{y = ax^2} + q$ → $\mathrm{y = a(x - p)^2}$ → $\mathrm{y = a(x - p)^2} + q$ → $\mathrm{y = ax^2} + bx + c$

となっている。

「$\mathrm{y = ax^2} + bx + c$のグラフ」については、この基本形から標準形の $\mathrm{y = a(x - p)^2} + q$ になおすための詳しい説明がなされている。



$y = ax^2 + bx + c$ のグラフ

例 11　2次関数

$$y = 2x^2 + 4x - 1 \quad \cdots\cdots ①$$

のグラフをかいてみよう。

まず，① を変形して，$y = a(x-p)^2 + q$ の形にする。

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
&= 2(x^2 + 2x) - 1 && \longleftarrow x^2 \text{ の係数でくくり出す} \\
&\quad (2\text{の半分}) \\
&= 2\{(x+1)^2 - 1^2\} - 1 && \longleftarrow \{(x + (x\text{の係数の半分}))^2 - (x\text{の係数の半分})^2\} \\
&= 2(x+1)^2 - 2 - 1 && \longleftarrow \{\ \ \}\text{をはずす} \\
&= 2(x+1)^2 - 3 && \longleftarrow \text{定数項を整理する}
\end{aligned}
$$

この結果から，① のグラフは，$y = 2x^2$ のグラフを x 軸の方向に -1，y 軸の方向に -3 だけ平行移動した放物線であることがわかる。

したがって，① のグラフは軸が直線 $x = -1$，頂点が点 $(-1,\ -3)$ の放物線である。また，$x = 0$ のとき $y = -1$ であるから，グラフは y 軸と点 $(0,\ -1)$ で交わる。

例 11 のようにして，$ax^2 + bx + c$ を $a(x-p)^2 + q$ の形に変形することを，**平方完成** という。

問 10　次の2次関数を $y = a(x-p)^2 + q$ の形に変形せよ。

(1)　$y = x^2 - 2x + 3$　　(2)　$y = 2x^2 + 3x + 1$

(3)　$y = -x^2 + 6x$　　(4)　$y = -\dfrac{1}{2}x^2 + 4x - 9$

図 4）東京書籍 H19_平方完成

2.2.2 数研出版

○２次関数までについての導入

「地球の気温は地上から10ｋｍくらいまでは、100m高くなるごとに0.6度下がるという。地上の気温が20度のとき、地上からの高さｘｋｍのところの気温をｙ度すると、ｘとｙの間の関係は次の式で表される。y=20-6x ただし0≤ｘ≤10」

例題がこのように与えられ、以下ｘ、ｙについての説明がされている。

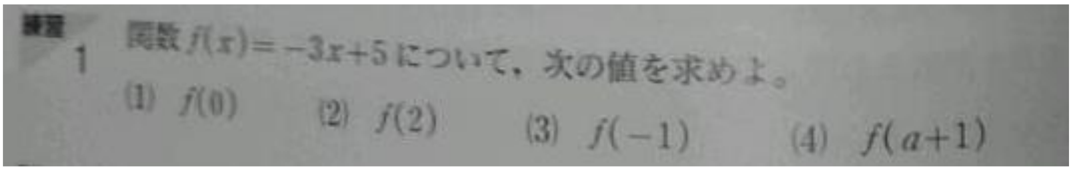
・関数についての定義

「２つの変数ｘ,ｙがあって、ｘの値を定めるとそれに対応するｙの値がただ１つ定まるとき、ｙはｘの関数であるという。ｙがｘの関数であることを、文字ｆなどを用いて、ｙ＝ｆ(x)とも言う。」

・値について

「ｘの値がaのとき、それに対応して決まるｙの値をf(a)と書き、これを関数f(ｘ)のｘ＝aのときの値という。」

問



練習 1 関数 $f(x)=-3x+5$ について，次の値を求めよ。

(1) $f(0)$ (2) $f(2)$ (3) $f(-1)$ (4) $f(a+1)$

図2.1)数研出版H19_問

・定義域、値域について

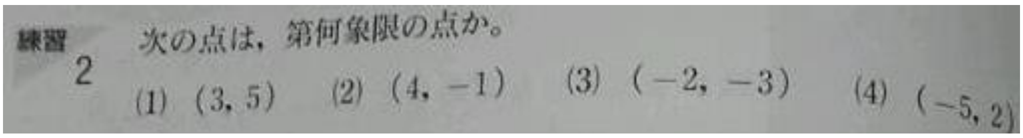
「変数ｘのとる値の範囲、すなわちｘの変域の定義域という。また、ｘが定義域全体を動くとき、ｆ(x)がとる値の範囲、すなわちｙの変域を、値域という。」

・関数とグラフ

座標軸の定められた平面を座標平面、座標平面上の点（ｘ,y）を座標と説明している。

ｘ、ｙ軸によって分けられる4区間を右上から反時計周りに第1現象、第2現象、第3現象、第4現象と説明している。

問



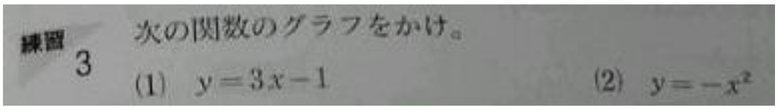
練習 2 次の点は，第何象限の点か。

(1) (3, 5) (2) (4, −1) (3) (−2, −3) (4) (−5, 2)

図2.2)数研出版H19_問

例として関数ｙ＝-ｘ+2のグラフは座標(x,-x+2)、ｙ＝x^2のグラフは座標(x,x^2)の全体で作られる図形であると説明している。

問



練習 3　次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=3x-1$　　(2)　$y=-x^2$

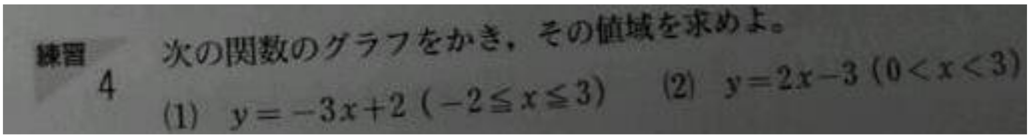
図2.3)数研出版H19_問

「ｙがｘの1次式で表される関数を、ｘの1次関数という。一般には、ｘの1次関数は次の形に書き表させる。y=ax+ba ,bは定数、a≠0」

ここで関数についての種類を表す単語が出てきているが、問、(2)の 2 次関数には触れられていない。

例でy＝x-2　(1≤x≤4)のグラフ、値域の求め方についての説明されている。

問



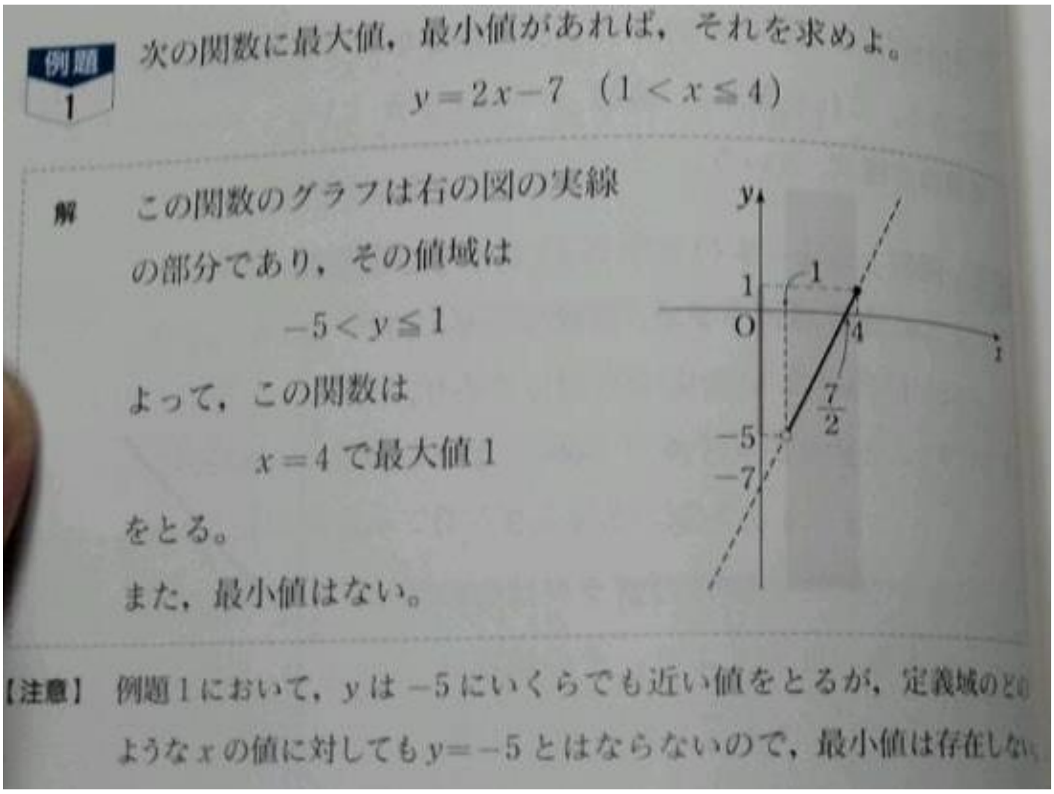
練習 4　次の関数のグラフをかき，その値域を求めよ。

(1)　$y=-3x+2\ (-2 \leqq x \leqq 3)$　　(2)　$y=2x-3\ (0<x<3)$

図2.4)数研出版H19_問

次に「関数の値域に最大の値がある場合はこれをこの関数の最大値という。また関数の値域に最小の値がある場合はこれをこの関数の最小値という。」

与えられた値域の中に最大値、最小値を持たない関数について例題のあとに注意書きとして、説明があった。



例題 1　次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

$$y=2x-7 \quad (1<x\leqq 4)$$

解　この関数のグラフは右の図の実線の部分であり，その値域は

$$-5<y\leqq 1$$

よって，この関数は

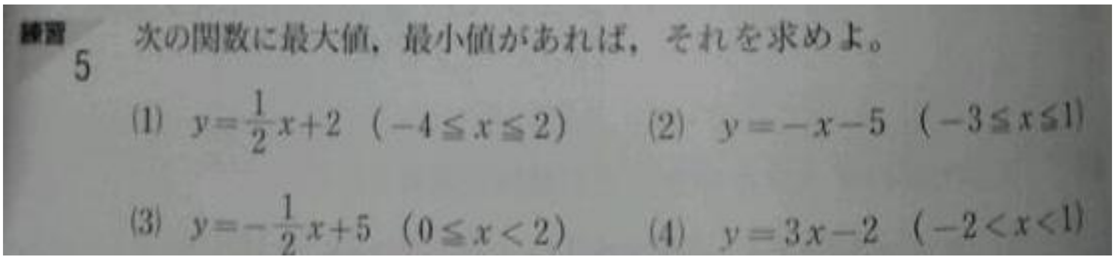
$x=4$ で最大値1

をとる。

また，最小値はない。

【注意】　例題1において，y は -5 にいくらでも近い値をとるが，定義域のどのような x の値に対しても $y=-5$ とはならないので，最小値は存在しない。

図2.5)数研出版H19_例題



練習 5　次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1)　$y=\frac{1}{2}x+2$　$(-4\leqq x\leqq 2)$　　(2)　$y=-x-5$　$(-3\leqq x\leqq 1)$

(3)　$y=-\frac{1}{2}x+5$　$(0\leqq x<2)$　　(4)　$y=3x-2$　$(-2<x<1)$

図2.6)数研出版H19_問

・色々な関数

絶対値のついた関数を紹介している。

○２次関数

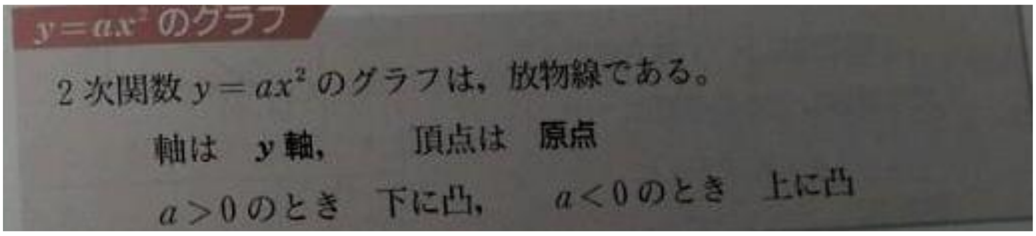
・2次関数の定義

「ｙがｘの2次式で表される関数を、ｘの２次関数という。一般のｘについての2次関数は
ｙ＝ax^2＋ｂｘ＋ｃ　a.b,c 定数a≠０と書き表される。

・ｙ＝ax^2のグラフ

「2 次関数ｙ＝ax^2のグラフの形の曲線を放物線という。放物線は対称軸をもっている。こ

の対称の軸を放物線の軸といい、軸と放物線の交点を放物線の頂点という。」
「関数のグラフは、その曲線の形状からa＞0のとき、下に凸a＜0のとき、上に凸という。」



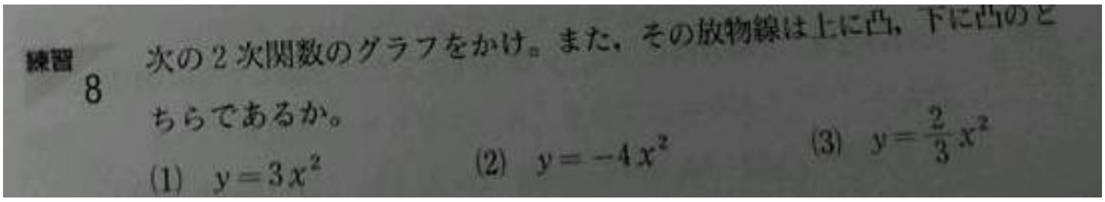
$y=ax^2$ のグラフ

2 次関数 $y=ax^2$ のグラフは，放物線である。

軸は　y 軸，　頂点は　原点

$a>0$ のとき　下に凸，　$a<0$ のとき　上に凸

図2.7)数研出版H19_説明
グラフに関する名称を紹介し、頂点が原点のｙ＝ax^2についてのグラフについて説明している。

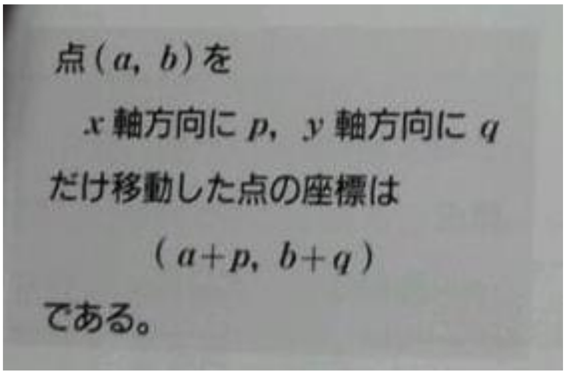


練習 8　次の 2 次関数のグラフをかけ。また，その放物線は上に凸，下に凸のどちらであるか。

(1)　$y=3x^2$　(2)　$y=-4x^2$　(3)　$y=\frac{2}{3}x^2$

図2.8)数研出版H19_問

・ｙ＝ax^2+ｑのグラフ
「平面上で、図形上の各点を一定の方向に、一定の距離だけ動かすことを平行移動という。」
まず、直交座標上のある1点の移動の仕方を説明。



点 $(a,\ b)$ を

x 軸方向に p，y 軸方向に q

だけ移動した点の座標は

$(a+p,\ b+q)$

である。

図2.9)数研出版H19_説明

練習 9 次の各点を，x 軸方向に -3，y 軸方向に 2 だけ移動した点の座標を求めよ。

(1) (1, 2)　(2) (4, −1)　(3) (−2, 1)　(4) (−1, −3)

図2. 10)数研出版H19_問

次にｙ＝ｘ、ｙ＝$2x^2$、ｙ＝$2x^2+4$の同じｘに対するｙの値を

x	……	−2	−1	0	1	2	3	……	t	……
① $2x^2$	……	8	2	0	2	8	18	……	$2t^2$	……
② $2x^2+4$	……	12	6	4	6	12	22	……	$2t^2+4$	……

図 2.11)数研出版 H19_表

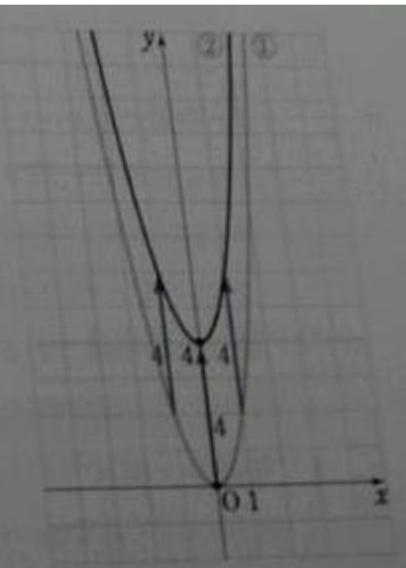
上の表のようにそれぞれの関数の値をかいて

この表から，$x=t$ に対応する ② の y の値は，$x=t$ に対応する ① の y の値より常に 4 だけ大きいことがわかる。したがって，② のグラフは，① のグラフを y 軸方向に 4 だけ平行移動した放物線で，右の図のようになる。

また，② の放物線の

軸は y 軸，頂点は点 (0, 4)

である。 終



一般に，2 次関数 $y=ax^2+q$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを y 軸方向に q だけ平行移動した放物線で，その軸は y 軸，頂点は点 $(0, q)$ で

図2. 12)数研出版H19_説明

と説明している。

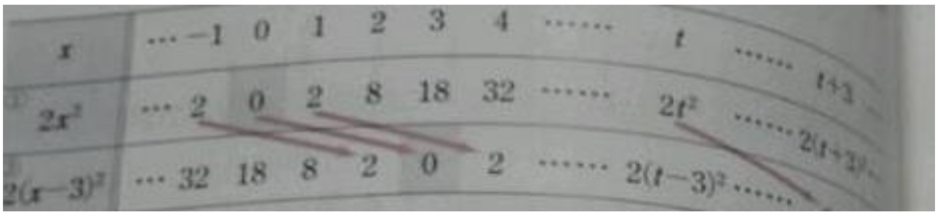
練習 10 次の 2 次関数のグラフをかき，その頂点を求めよ。

(1) $y=x^2+1$　(2) $y=2x^2-3$　(3) $y=-x^2+3$

図2. 13)数研出版H19_問

・ｙ＝$2(x-3)^2$のグラフ

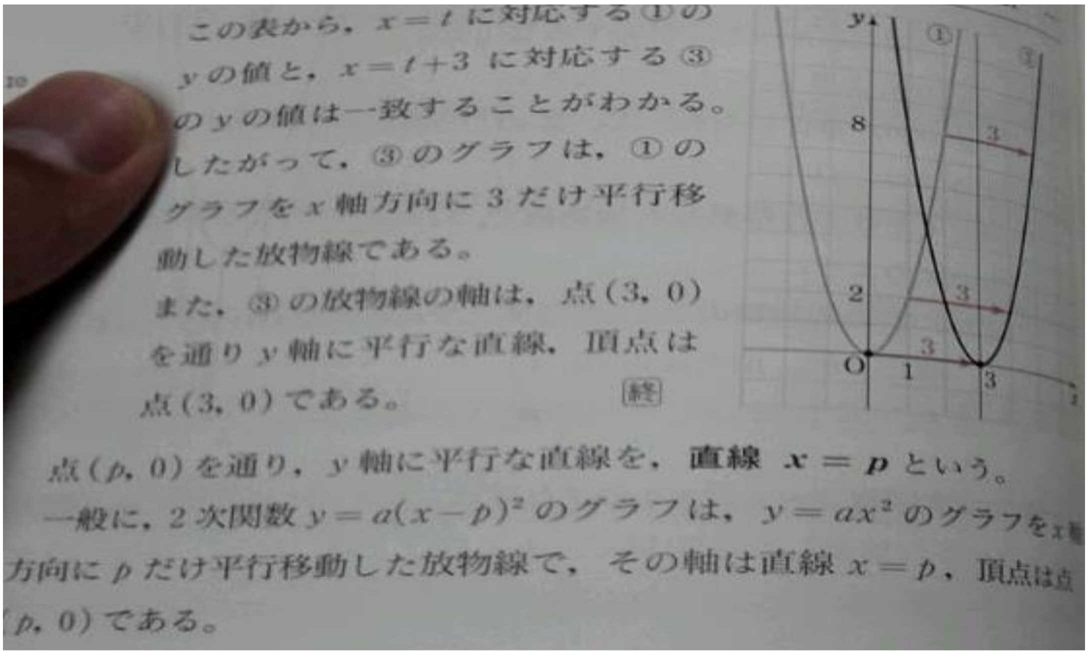
ｙ＝ax^2+ｑのときと同じようにｙ＝ｘ、ｙ＝$2x^{-2}$、ｙ＝$2(x-3)^2$の同じｘに対するｙの値を



x	$\cdots$	-1	0	1	2	3	4	$\cdots\cdots$	t	$\cdots\cdots$	$t+3$
① $2x^2$	$\cdots$	2	0	2	8	18	32	$\cdots\cdots$	$2t^2$	$\cdots\cdots$	$2(t+3)^2$
③ $2(x-3)^2$	$\cdots$	32	18	8	2	0	2	$\cdots\cdots$	$2(t-3)^2$	$\cdots\cdots$	

図 2.14)数研出版 H19_表

上の表のようにそれぞれの関数の値をかいて



この表から，$x=t$ に対応する①の y の値と，$x=t+3$ に対応する③の y の値は一致することがわかる。したがって，③のグラフは，①のグラフを x 軸方向に 3 だけ平行移動した放物線である。

また，③の放物線の軸は，点$(3,\ 0)$を通り y 軸に平行な直線，頂点は点$(3,\ 0)$である。 終

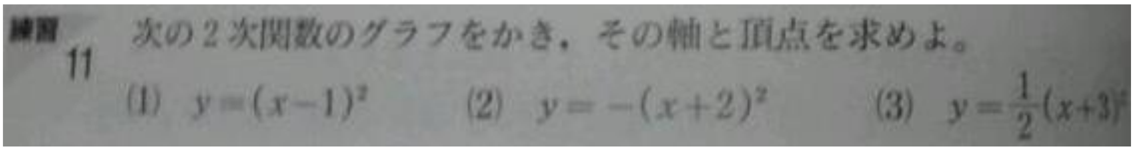
点$(p,\ 0)$を通り，y 軸に平行な直線を，**直線 $x=p$** という。

一般に，2次関数 $y=a(x-p)^2$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に p だけ平行移動した放物線で，その軸は直線 $x=p$，頂点は点$(p,\ 0)$である。

図2.15)数研出版H19_説明

と説明している。

問

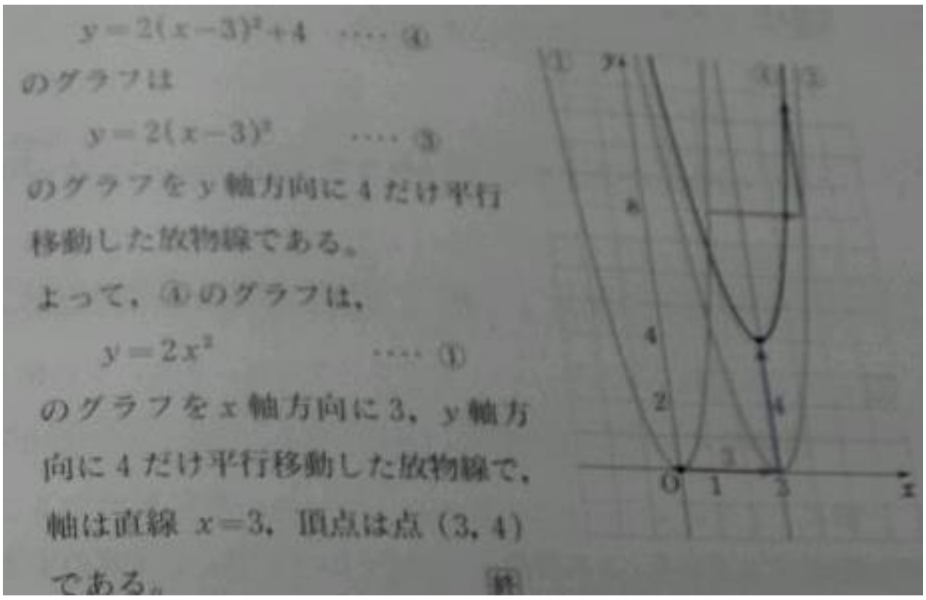


練習 11 次の2次関数のグラフをかき，その軸と頂点を求めよ。

(1) $y=(x-1)^2$　(2) $y=-(x+2)^2$　(3) $y=\frac{1}{2}(x+3)^2$

図2.16)数研出版H19_問

・ｙ＝a(x-p)+qのグラフ



$y=2(x-3)^2+4$ ……④

のグラフは

$y=2(x-3)^2$ ……③

のグラフを y 軸方向に4だけ平行移動した放物線である。

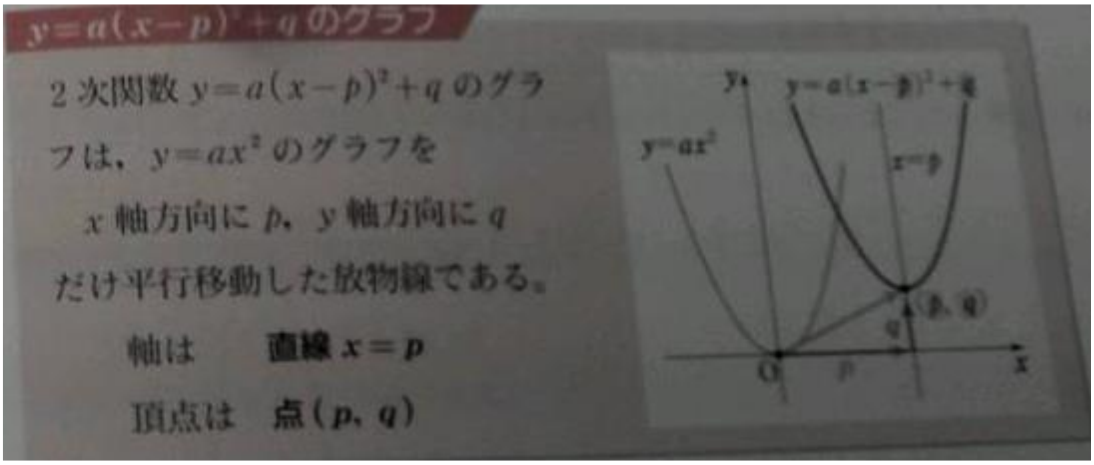
よって，④のグラフは，

$y=2x^2$ ……①

のグラフを x 軸方向に3，y 軸方向に4だけ平行移動した放物線で，軸は直線 $x=3$，頂点は点 $(3, 4)$ である。 終

図 2.17)数研出版 H19_説明

説明している。



$y=a(x-p)^2+q$ のグラフ

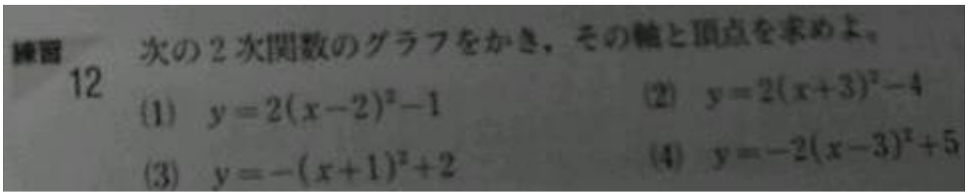
2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを

x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した放物線である。

軸は　**直線 $x=p$**

頂点は　**点 (p, q)**

図2.18)数研出版H19_まとめ



練習 12　次の2次関数のグラフをかき，その軸と頂点を求めよ。

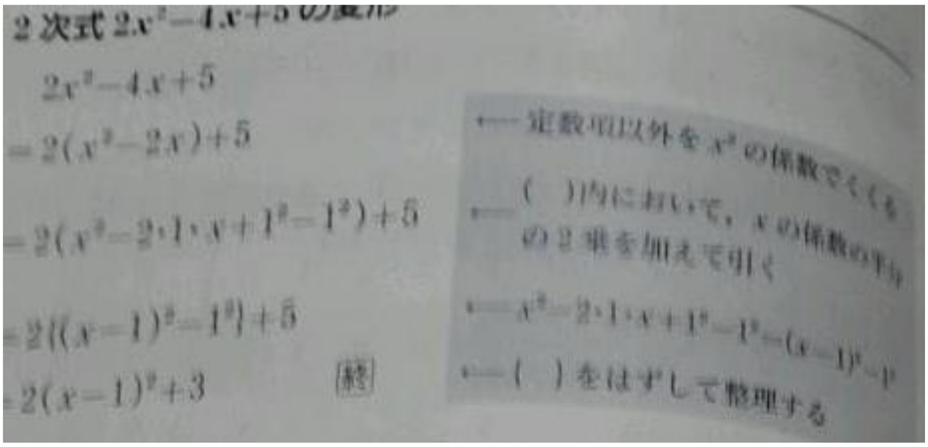
(1) $y=2(x-2)^2-1$　(2) $y=2(x+3)^2-4$

(3) $y=-(x+1)^2+2$　(4) $y=-2(x-3)^2+5$

図2.19)数研出版H19_問

・ｙ＝ax^2+bx+cのグラフ

$y=2x^2-4x+5$を例にあげ、ｙ＝$a(x-p)^2+q$の形にするやり方を説明している。


2次式 $2x^2-4x+5$ の変形

$2x^2-4x+5$

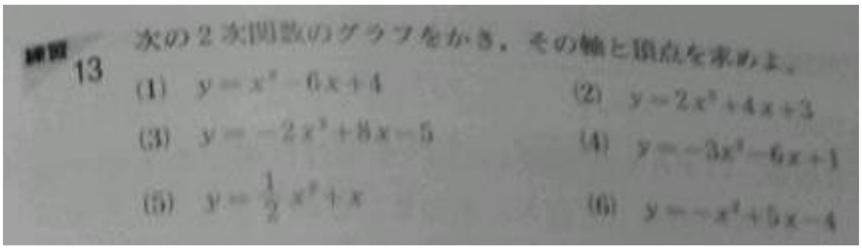
$=2(x^2-2x)+5$ ← 定数項以外を x^2 の係数でくくる

$=2(x^2-2\cdot1\cdot x+1^2-1^2)+5$ ← ( )内において、x の係数の半分の2乗を加えて引く

$=2\{(x-1)^2-1^2\}+5$ ← $x^2-2\cdot1\cdot x+1^2-1^2=(x-1)^2-1^2$

$=2(x-1)^2+3$ 終 ← { }をはずして整理する

図2.20)数研出版H19_式変形の操作


練習 13 次の2次関数のグラフをかき，その軸と頂点を求めよ。

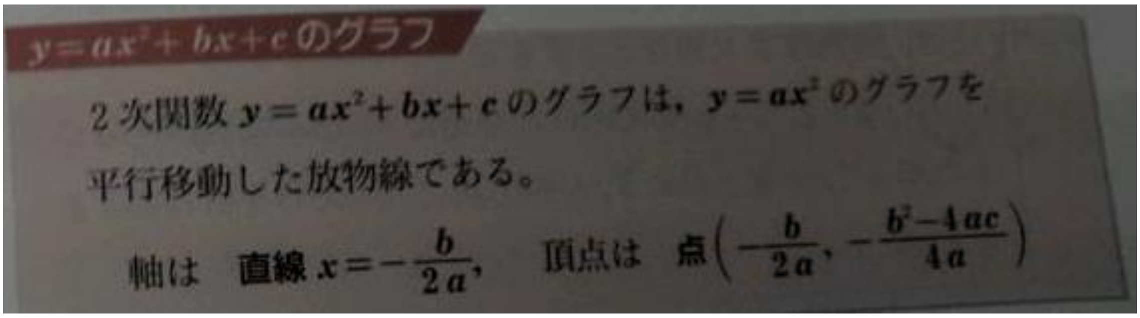
(1) $y=x^2-6x+4$　(2) $y=2x^2+4x+3$

(3) $y=-2x^2+8x-5$　(4) $y=-3x^2-6x+1$

(5) $y=\frac{1}{2}x^2+x$　(6) $y=-x^2+5x-4$

図2.21)数研出版H19_問

2次関数ｙ＝ax^2+bx+cのグラフについて、次のことが成り立つ。


$y=ax^2+bx+c$ のグラフ

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは，$y=ax^2$ のグラフを平行移動した放物線である。

軸は 直線 $x=-\frac{b}{2a}$，頂点は 点$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$

図2.22)数研出版H19_まとめ

・応用

応用として、放物線ｙ＝a(x-p)+qの平行移動、ｘ軸・ｙ軸・原点対称が取り上げられている。

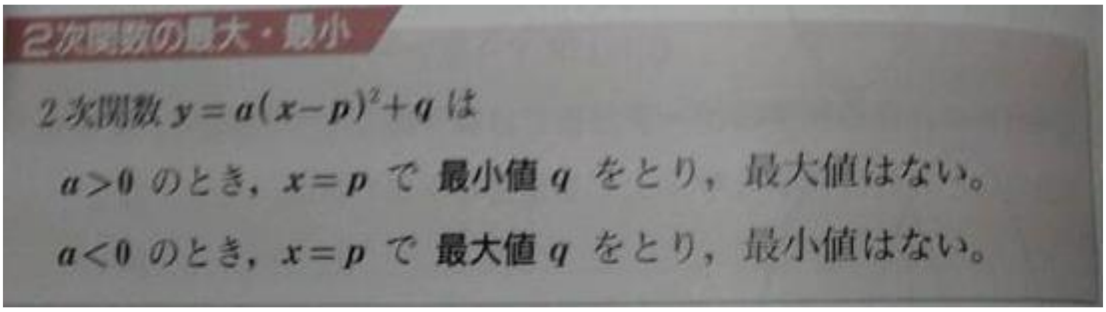
○2次関数の最大、最小

・2次関数の最大最小

「２次関数ｙ＝$a(x-p)^2+q$ のグラフについては、aの正負によって次のことが言える。

a＞0のとき、下に凸で、頂点が最も下の点である。a＜0のとき、上に凸で、頂点で

最も下の点である。」


2次関数の最大・最小

2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ は

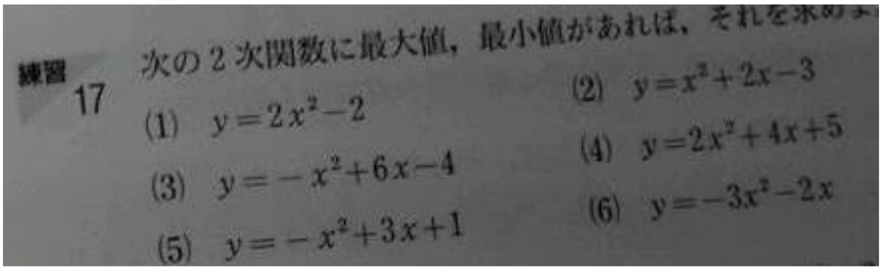
$a>0$ のとき，$x=p$ で **最小値 q** をとり，最大値はない。

$a<0$ のとき，$x=p$ で **最大値 q** をとり，最小値はない。

図2.23)数研出版H19_まとめ

「2次関数の最大値、最小値を調べるのに、関数をｙ＝a$(x-p)^2$+qの形にすればよい」

問


練習 17 次の2次関数に最大値，最小値があれば，それを求め

(1) $y=2x^2-2$

(2) $y=x^2+2x-3$

(3) $y=-x^2+6x-4$

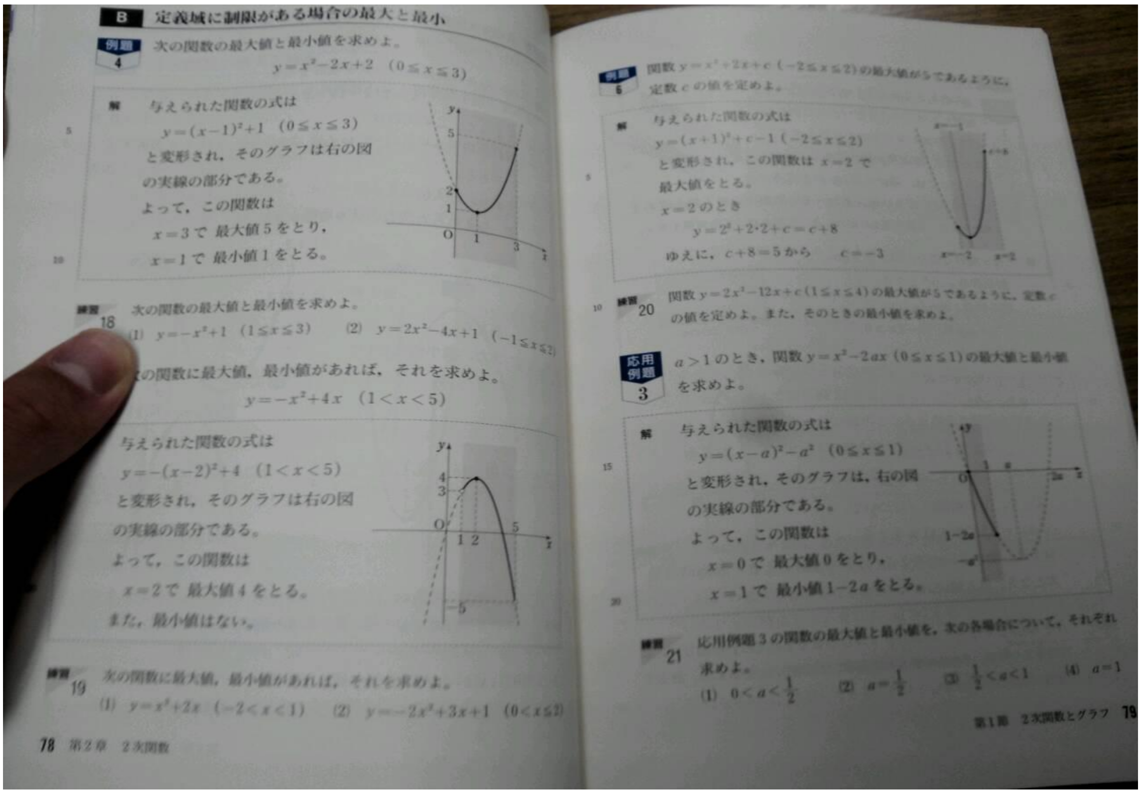
(4) $y=2x^2+4x+5$

(5) $y=-x^2+3x+1$

(6) $y=-3x^2-2x$

図2.24)数研出版H19_問

・定義域に制限のある場合の最大と最小



B 定義域に制限がある場合の最大と最小

例題 4 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

$y=x^2-2x+2 \quad (0 \leqq x \leqq 3)$

解 与えられた関数の式は

$y=(x-1)^2+1 \quad (0 \leqq x \leqq 3)$

と変形され，そのグラフは右の図の実線の部分である。

よって，この関数は

$x=3$ で 最大値 5 をとり，

$x=1$ で 最小値 1 をとる。

練習 18 次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y=-x^2+1 \quad (1 \leqq x \leqq 3)$ (2) $y=2x^2-4x+1 \quad (-1 \leqq x \leqq 2)$

次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

$y=-x^2+4x \quad (1<x<5)$

与えられた関数の式は

$y=-(x-2)^2+4 \quad (1<x<5)$

と変形され，そのグラフは右の図の実線の部分である。

よって，この関数は

$x=2$ で 最大値 4 をとる。

また，最小値はない。

練習 19 次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

例題 6 関数 $y=x^2+2x+c \ (-2 \leqq x \leqq 2)$ の最大値が 5 であるように，定数 c の値を定めよ。

解 与えられた関数の式は

$y=(x+1)^2+c-1 \ (-2 \leqq x \leqq 2)$

と変形され，この関数は $x=2$ で最大値をとる。

$x=2$ のとき

$y=2^2+2 \cdot 2+c=c+8$

ゆえに，$c+8=5$ から $c=-3$

練習 20 関数 $y=2x^2-12x+c \ (1 \leqq x \leqq 4)$ の最大値が 5 であるように，定数 c の値を定めよ。また，そのときの最小値を求めよ。

応用例題 3 $a>1$ のとき，関数 $y=x^2-2ax \ (0 \leqq x \leqq 1)$ の最大値と最小値を求めよ。

解 与えられた関数の式は

$y=(x-a)^2-a^2 \quad (0 \leqq x \leqq 1)$

と変形され，そのグラフは，右の図の実線の部分である。

よって，この関数は

$x=0$ で 最大値 0 をとり，

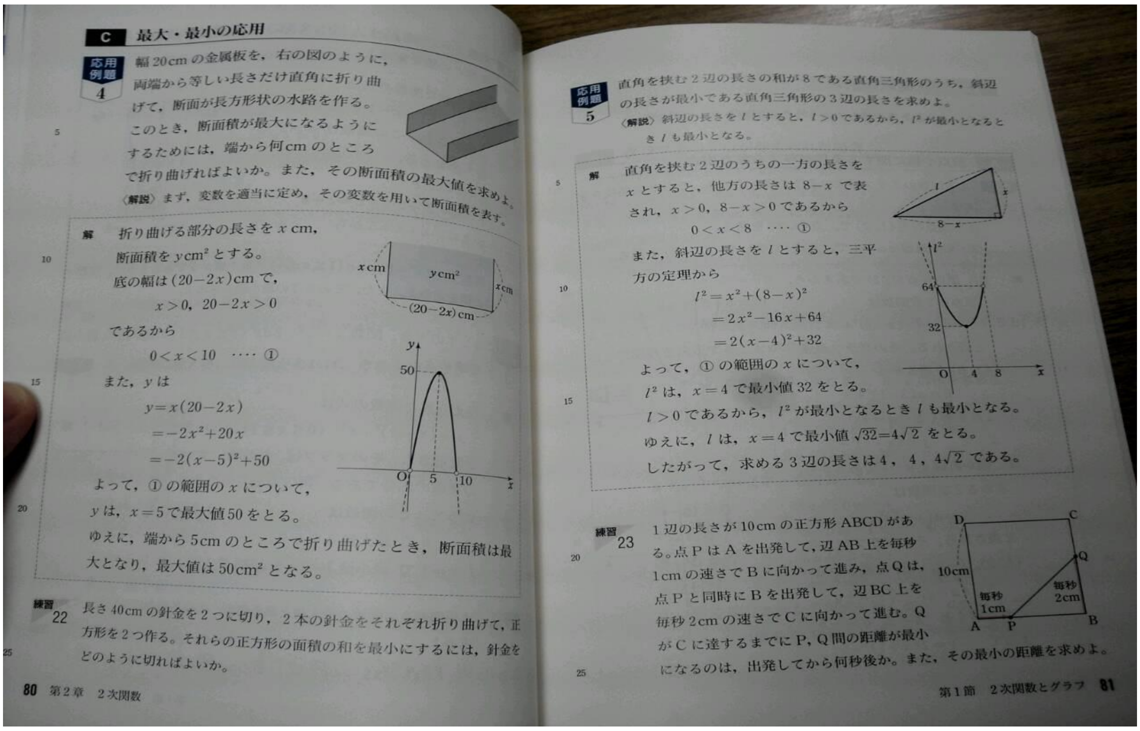
$x=1$ で 最小値 $1-2a$ をとる。

練習 21 応用例題 3 の関数の最大値と最小値を，次の各場合について，それぞれ求めよ。

(1) $0<a<\frac{1}{2}$ (2) $a=\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}<a<1$ (4) $a=1$

図 2.25)数研出版 H19_定義域に制限のある場合の最大と最小

・最大・最小の応用



C 最大・最小の応用

応用例題 4 幅 20cm の金属板を，右の図のように，両端から等しい長さだけ直角に折り曲げて，断面が長方形状の水路を作る。このとき，断面積が最大になるようにするためには，端から何 cm のところで折り曲げればよいか。また，その断面積の最大値を求めよ。

〈解説〉まず，変数を適当に定め，その変数を用いて断面積を表す。

解 折り曲げる部分の長さを x cm，断面積を y cm² とする。

底の幅は $(20-2x)$ cm で，

$x>0, \ 20-2x>0$

であるから

$0<x<10$ ……①

また，y は

$y=x(20-2x)$

$=-2x^2+20x$

$=-2(x-5)^2+50$

よって，① の範囲の x について，

y は，$x=5$ で最大値 50 をとる。

ゆえに，端から 5cm のところで折り曲げたとき，断面積は最大となり，最大値は 50cm² となる。

練習 22 長さ 40cm の針金を 2 つに切り，2 本の針金をそれぞれ折り曲げて，正方形を 2 つ作る。それらの正方形の面積の和を最小にするには，針金をどのように切ればよいか。

応用例題 5 直角を挟む 2 辺の長さの和が 8 である直角三角形のうち，斜辺の長さが最小である直角三角形の 3 辺の長さを求めよ。

〈解説〉斜辺の長さを l とすると，$l>0$ であるから，l^2 が最小となるとき l も最小となる。

解 直角を挟む 2 辺のうちの一方の長さを x とすると，他方の長さは $8-x$ で表され，$x>0, \ 8-x>0$ であるから

$0<x<8$ ……①

また，斜辺の長さを l とすると，三平方の定理から

$l^2=x^2+(8-x)^2$

$=2x^2-16x+64$

$=2(x-4)^2+32$

よって，① の範囲の x について，

l^2 は，$x=4$ で最小値 32 をとる。

$l>0$ であるから，l^2 が最小となるとき l も最小となる。

ゆえに，l は，$x=4$ で最小値 $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ をとる。

したがって，求める 3 辺の長さは 4，4，$4\sqrt{2}$ である。

練習 23 1 辺の長さが 10cm の正方形 ABCD がある。点 P は A を出発して，辺 AB 上を毎秒 1cm の速さで B に向かって進み，点 Q は，点 P と同時に B を出発して，辺 BC 上を毎秒 2cm の速さで C に向かって進む。Q が C に達するまでに P, Q 間の距離が最小になるのは，出発してから何秒後か。また，その最小の距離を求めよ。

図 2.26)数研出版 H19_最大・最小の応用

○2 次関数の決定

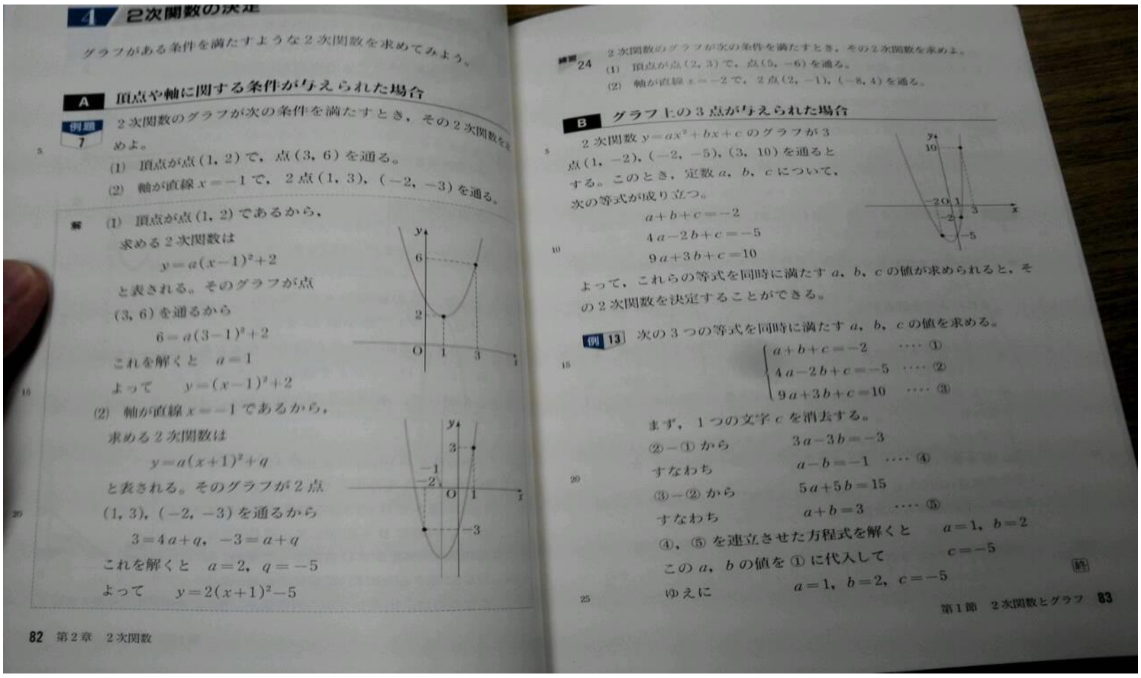


図2.27)数研出版H19_2次関数の決定

・グラフ上の3点が与えられた場合

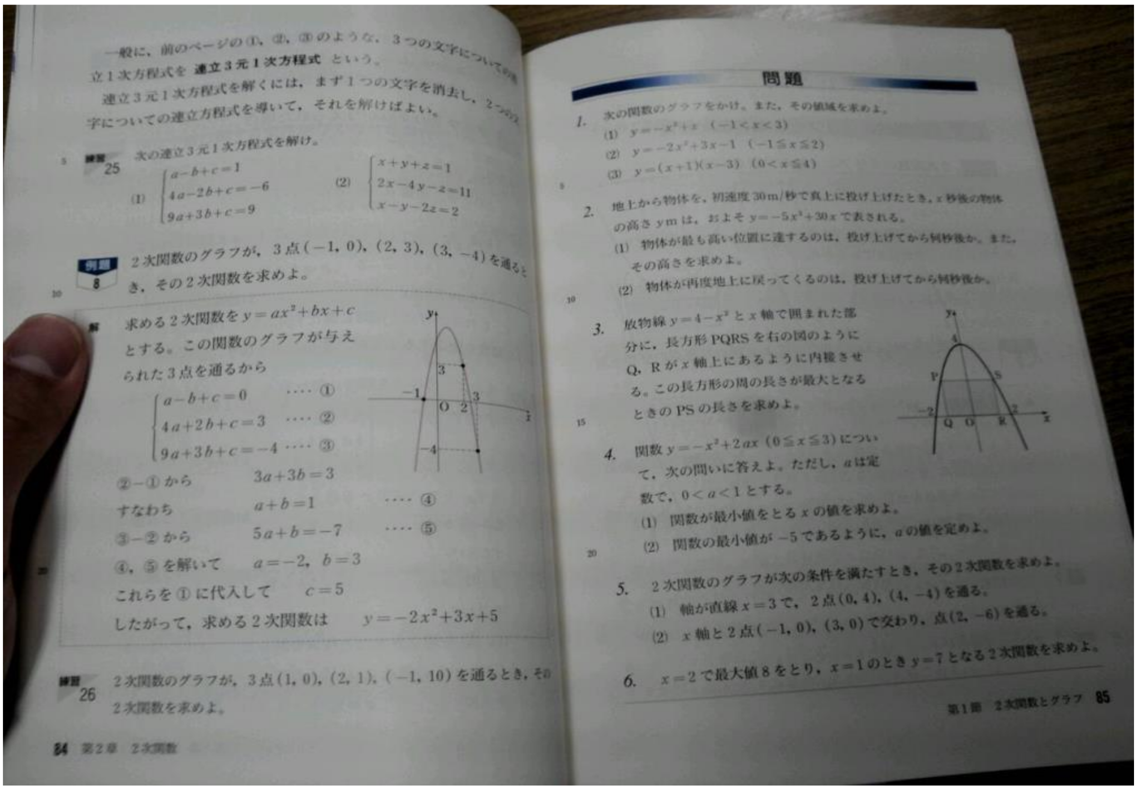
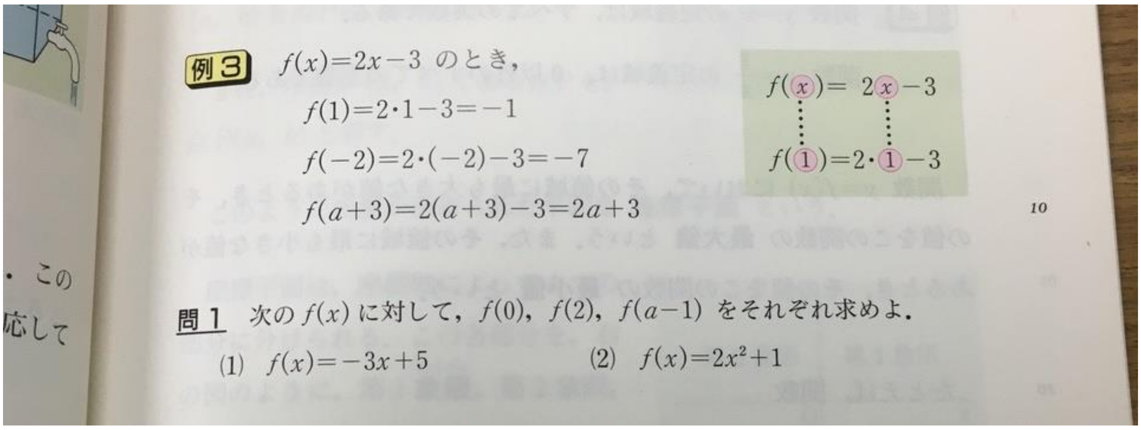


図2.28)数研出版H19_グラフ上の3点が与えられた場合の例題

○章末問題
問題のレベル関しては、例題、練習問題の類題が多い。x,y の値から、２次関数のグラフを求めさせるもの、(3)のような長方形の長さを求める応用問題もある。

2.2.3 啓林館

第１節　関数とそのグラフ
関数説明の導入問題
「３０ℓの水が入った水槽から、毎分２ℓの割合で１０分間水を流し出す。流れ始めてから x 分後に水槽に残っている水の量を yℓとして、x と y の関係を式で表すと、y=30-2x　となる。ただし$0 \leq x \leq 10$である。」
関数の定義
「y=30-2x では、x の１つ１つの値に対して y の値が１つずつ決まる、このように、2 つの変数 x 、y があって x の値を定めるとそれに対応して y の値がただ１つ決まるとき、**y は x の関数**であるという。」
「y が x の関数であることを、 f などの記号を用いて **y=f(x)** と表す。
関数 y=f(x)では、変数 a であるとき、それに対応する y の値を **f(a)**で表す。」


例３　$f(x)=2x-3$ のとき，
$f(1)=2\cdot1-3=-1$
$f(-2)=2\cdot(-2)-3=-7$
$f(a+3)=2(a+3)-3=2a+3$

$f(x)=2x-3$
$f(1)=2\cdot1-3$

問１　次の $f(x)$ に対して，$f(0)$，$f(2)$，$f(a-1)$ をそれぞれ求めよ．
(1) $f(x)=-3x+5$　(2) $f(x)=2x^2+1$

図 3.1)啓林館 H18　説明と問題

定義域

「関数 y=f(x)において、x の取る値の範囲を、この関数の**定義域**といい、定義域 x の値に対応して y のとる値の範囲を、この関数の**値域**という。」

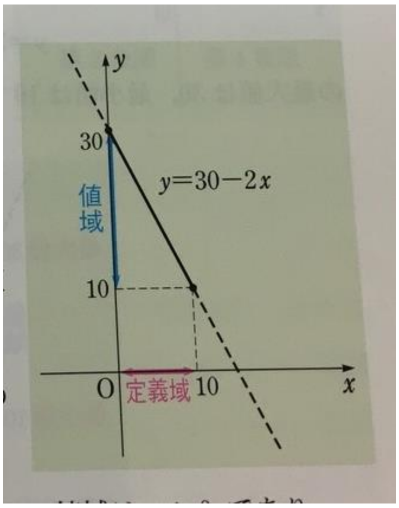


図 3.2)啓林館 H18　図による説明

「関数 y=f(x)において、その値域に最も大きな値があるとき、その値をこの関数の**最大値**という。また、その値域に最も小さな値があるとき、その値をこの関数の**最小値**という。」

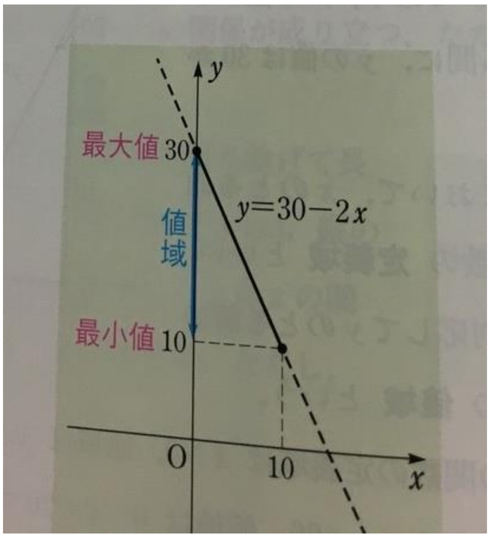
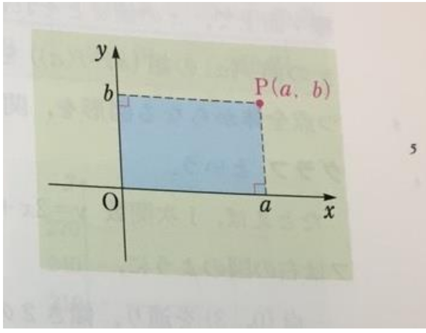


図 3.3) 啓林館 H18　図による説明

座標平面

「平面上に、原点 O で直行する 2 つの数直線をもとにして座標軸を定めると、平面上の点 P の位置は、2 つの実数の組（a,b）で表される。このとき、（a,b）を点 P の**座標**という。

このように座標が決められた平面を**座標平面**という。座標平面は 4 つの部分に分けられている。」



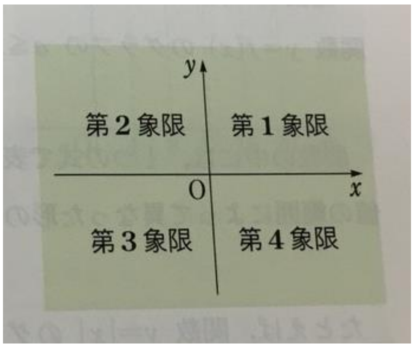
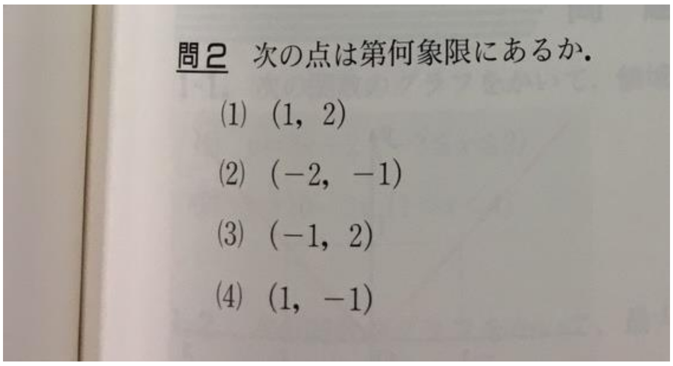


図 3.4）啓林館 H18　図による説明　図 3.5）啓林館 H18　図による説明



問2　次の点は第何象限にあるか.

(1)　(1, 2)

(2)　(−2, −1)

(3)　(−1, 2)

(4)　(1, −1)

図 3.6）啓林館 H18　問題

関数とグラフ

「関数 y=f(x)が与えられたとき、座標平面上で、 x の値 a とそれに対応する y の値 f (a)の組（a,f(a)）を座標にもつ点全体からなる図形を、関数 f(x)の**グラフ**という。」

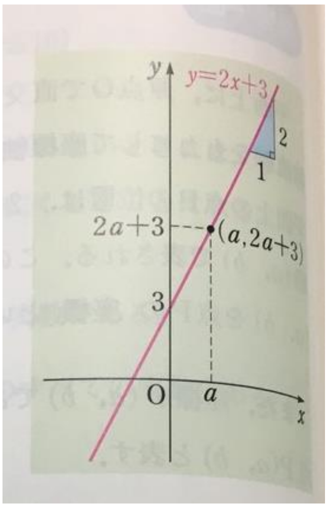
例

例えば、1 次関数 y=2x+3 のグラフは図のように点（0,3）を通り、傾き 2 の直線である。

更に

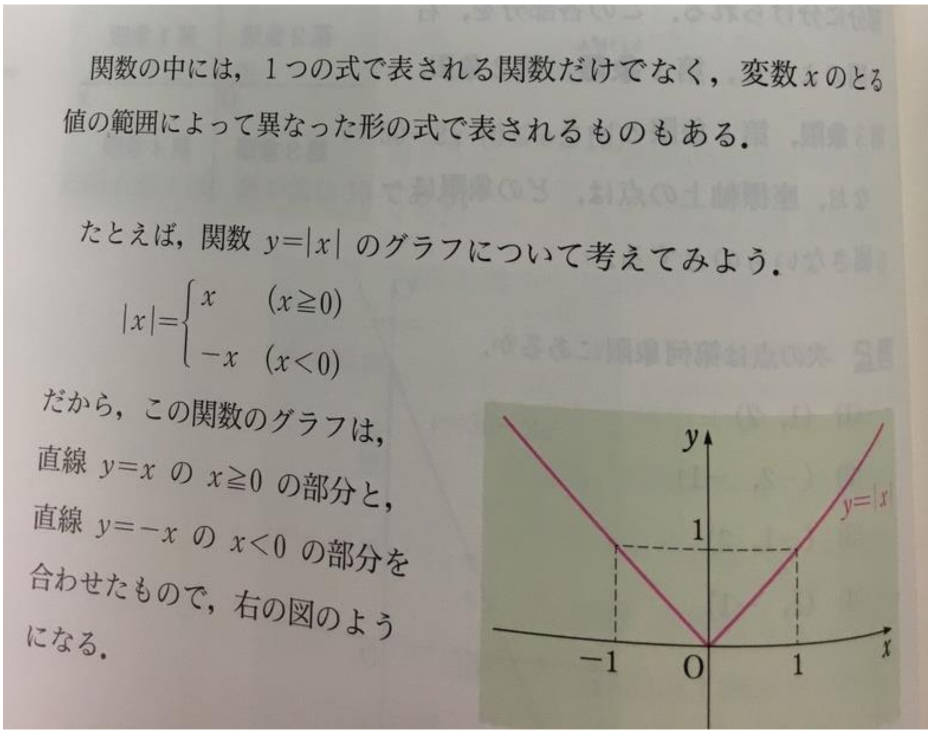
「定義域が制限された関数 y=f(x)　(a ≤ x ≤ b) のグラフは、関数 y=f(x)のグラフのa ≤ x ≤ bに対応する部分である。」

という説明もされている。



その後に変数 x のとる値の範囲によって異なる

形の式になる関数のグラフについて説明されている。　図 3.7）啓林館 H18　グラフの図



関数の中には，１つの式で表される関数だけでなく，変数 x のとる値の範囲によって異なった形の式で表されるものもある．

たとえば，関数 $y=|x|$ のグラフについて考えてみよう．

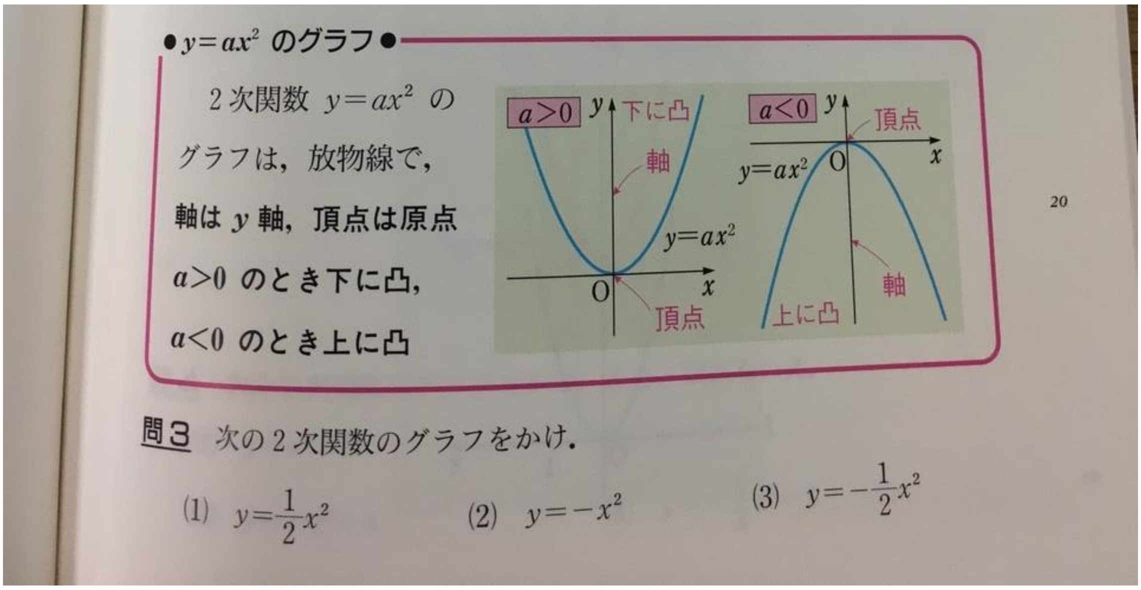
$$|x|=\begin{cases} x & (x \geqq 0) \\ -x & (x<0) \end{cases}$$

だから，この関数のグラフは，
直線 $y=x$ の $x \geqq 0$ の部分と，
直線 $y=-x$ の $x<0$ の部分を
合わせたもので，右の図のようになる．

図 3.8）啓林館 H18　説明

第 2 節　2 次関数とグラフ
2 次関数の定義
「y が x の関数で $y=2x^2, y=-x^2+4, y=3x^2-6x+1$ のように、y が x の 2 次式で表されるとき、y は x の **2 次関数**であるという。」
一般系の説明
「2 次関数は、a,b,c を定数、$a \neq 0$ として $y=ax^2+bx+c$ の形に書き表せる」
用語の説明
「2 次関数 $y=ax^2$ のグラフの形の曲線を**放物線**という。放物線は、限りなく伸びた曲線で、対象の軸を持っている、この対象の軸を放物線の**軸**、軸と放物線との交点を放物線の**頂点**という。」

$y = ax^2$のグラフ



●$y=ax^2$ のグラフ●

2次関数 $y=ax^2$ のグラフは，放物線で，**軸は y 軸，頂点は原点**

$a>0$ のとき下に凸，

$a<0$ のとき上に凸

問3 次の2次関数のグラフをかけ．

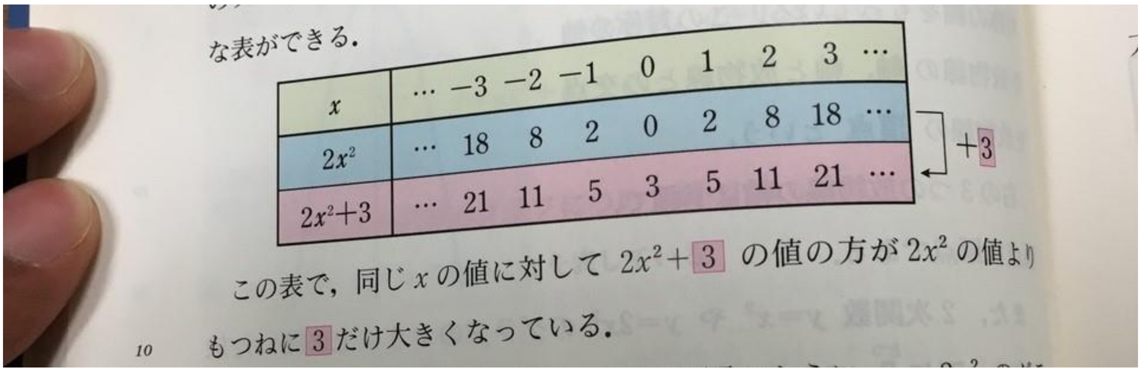
(1) $y=\frac{1}{2}x^2$　(2) $y=-x^2$　(3) $y=-\frac{1}{2}x^2$

図 3.9) 啓林館 H18　説明と問題

$y = ax^2 + q$のグラフ

関数$y = 2x^2 + 3$が与えられ個のグラフを描く

まず表に x 、$2x^2, 2x^2 + 3$の数値をまとめる。その後グラフを描く



な表ができる．

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
$2x^2$	…	18	8	2	0	2	8	18	…
$2x^2+3$	…	21	11	5	3	5	11	21	…

この表で，同じ x の値に対して $2x^2+\boxed{3}$ の値の方が $2x^2$ の値より

もつねに $\boxed{3}$ だけ大きくなっている．

図 3.10)啓林館 H18　数値の表

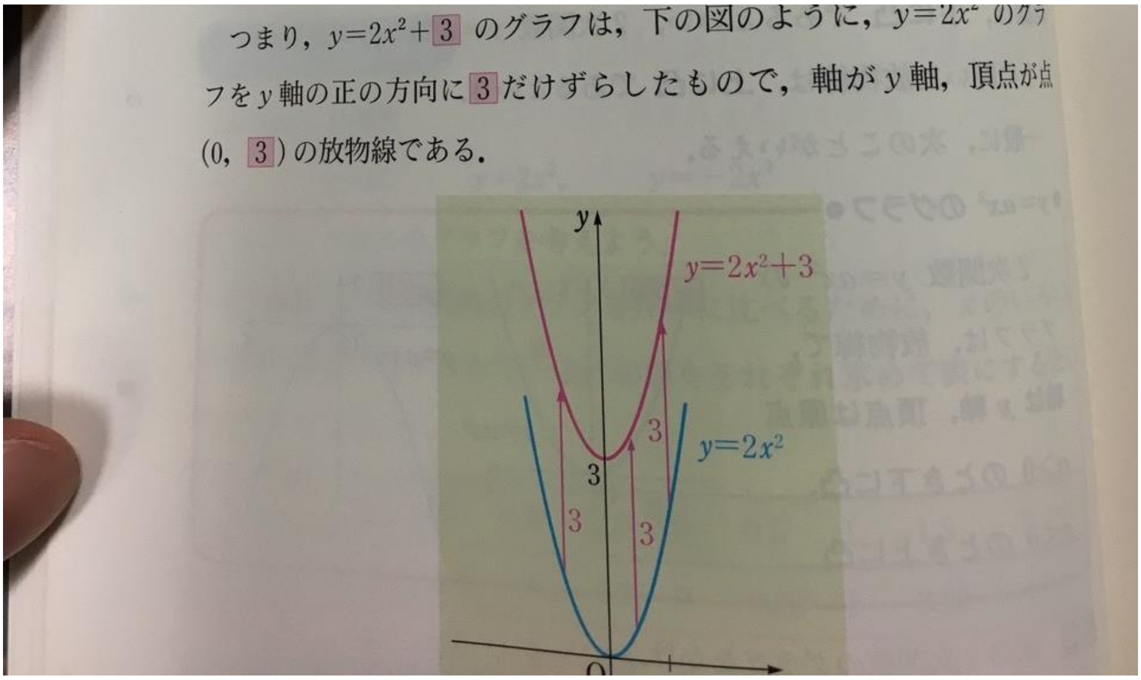


図 3.11）啓林館 H18　グラフの形

ある関数のグラフを一定方向に向きを変えずにずらして移すことを、そのグラフを**平行移動**するという。

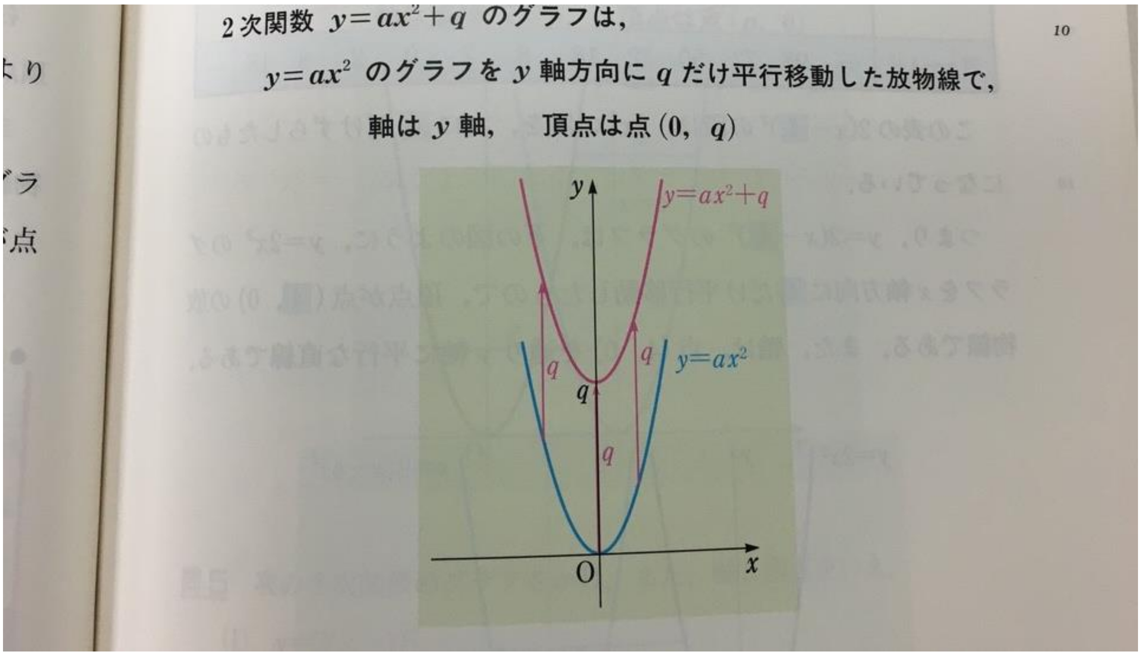
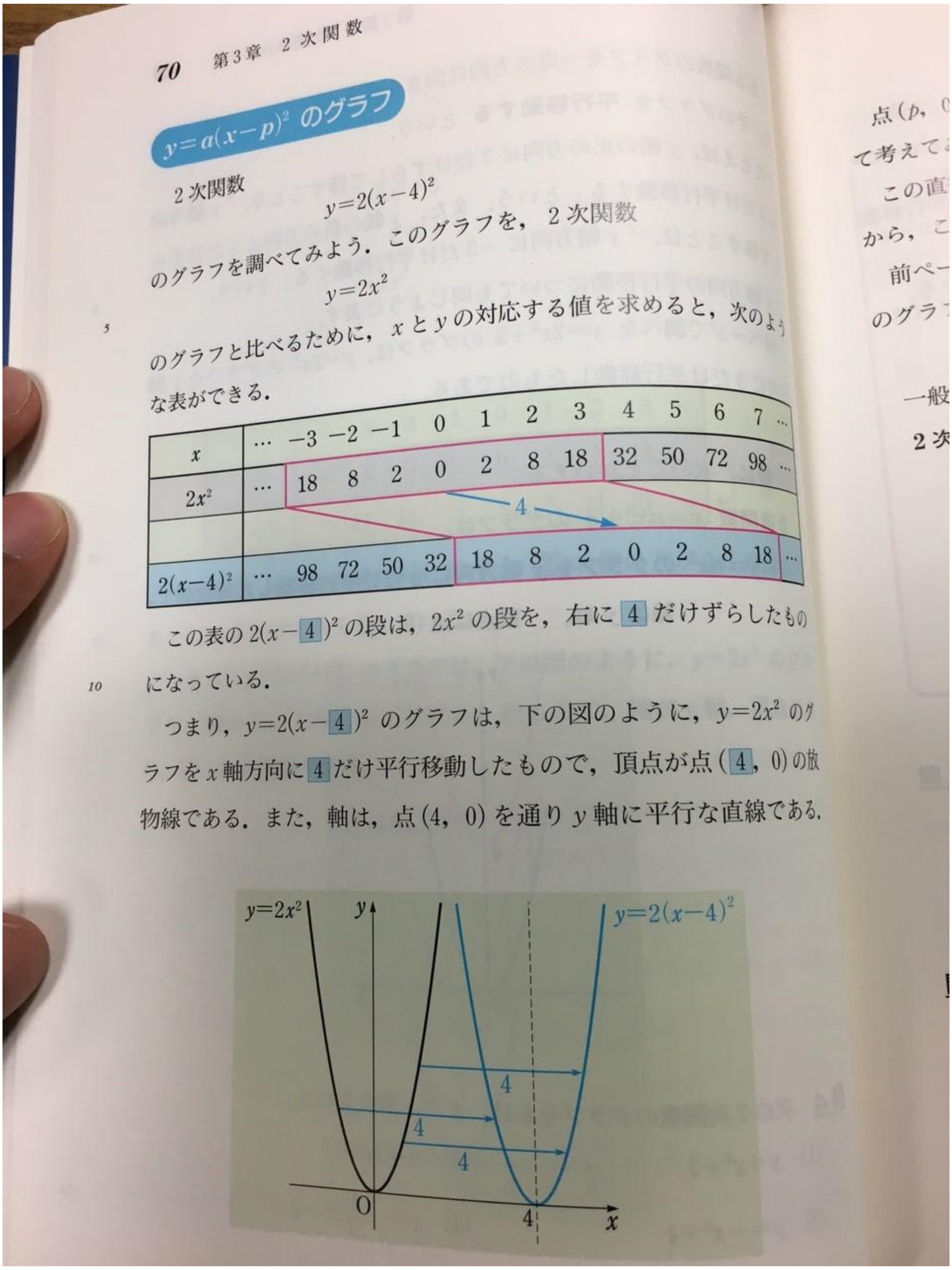


図 3.12）啓林館 H18　まとめ

$y = a(x - p)^2$のグラフ

関数$y = 2(x - 4)^2$が与えられる。この関数のグラフを描くために、2 次関数$y = 2x^2$のグラフと比べるためにｘとｙの対応する値を表にまとめる。その後グラフにする。



70 第3章 2次関数

$y=a(x-p)^2$ のグラフ

2次関数

$$y=2(x-4)^2$$

のグラフを調べてみよう．このグラフを，2次関数

$$y=2x^2$$

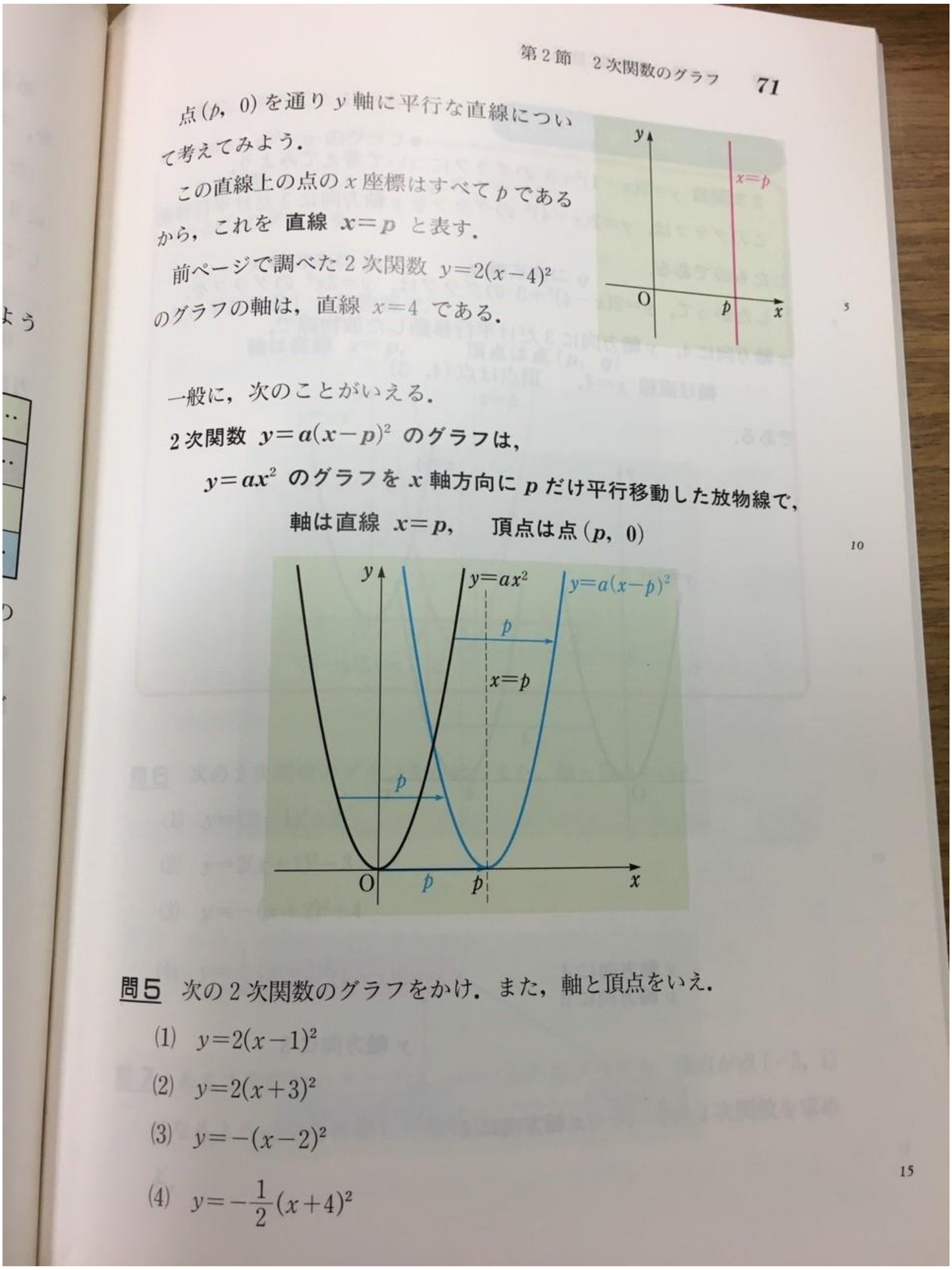
のグラフと比べるために，x と y の対応する値を求めると，次のような表ができる．

x	…	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	…
$2x^2$	…	18	8	2	0	2	8	18	32	50	72	98	…
$2(x-4)^2$	…	98	72	50	32	18	8	2	0	2	8	18	…

この表の $2(x-\boxed{4})^2$ の段は，$2x^2$ の段を，右に $\boxed{4}$ だけずらしたものになっている．

つまり，$y=2(x-\boxed{4})^2$ のグラフは，下の図のように，$y=2x^2$ のグラフを x 軸方向に $\boxed{4}$ だけ平行移動したもので，頂点が点($\boxed{4}$, 0)の放物線である．また，軸は，点(4, 0)を通り y 軸に平行な直線である．

図 3.13）啓林館 H18　説明



第2節　2次関数のグラフ　71

点 $(p,\ 0)$ を通り y 軸に平行な直線について考えてみよう．

この直線上の点の x 座標はすべて p であるから，これを **直線 $x=p$** と表す．

前ページで調べた2次関数 $y=2(x-4)^2$ のグラフの軸は，直線 $x=4$ である．

一般に，次のことがいえる．

2次関数 $y=a(x-p)^2$ のグラフは，

$y=ax^2$ のグラフを x 軸方向に p だけ平行移動した放物線で，

軸は直線 $x=p$，　頂点は点 $(p,\ 0)$

問5　次の2次関数のグラフをかけ．また，軸と頂点をいえ．

(1) $y=2(x-1)^2$

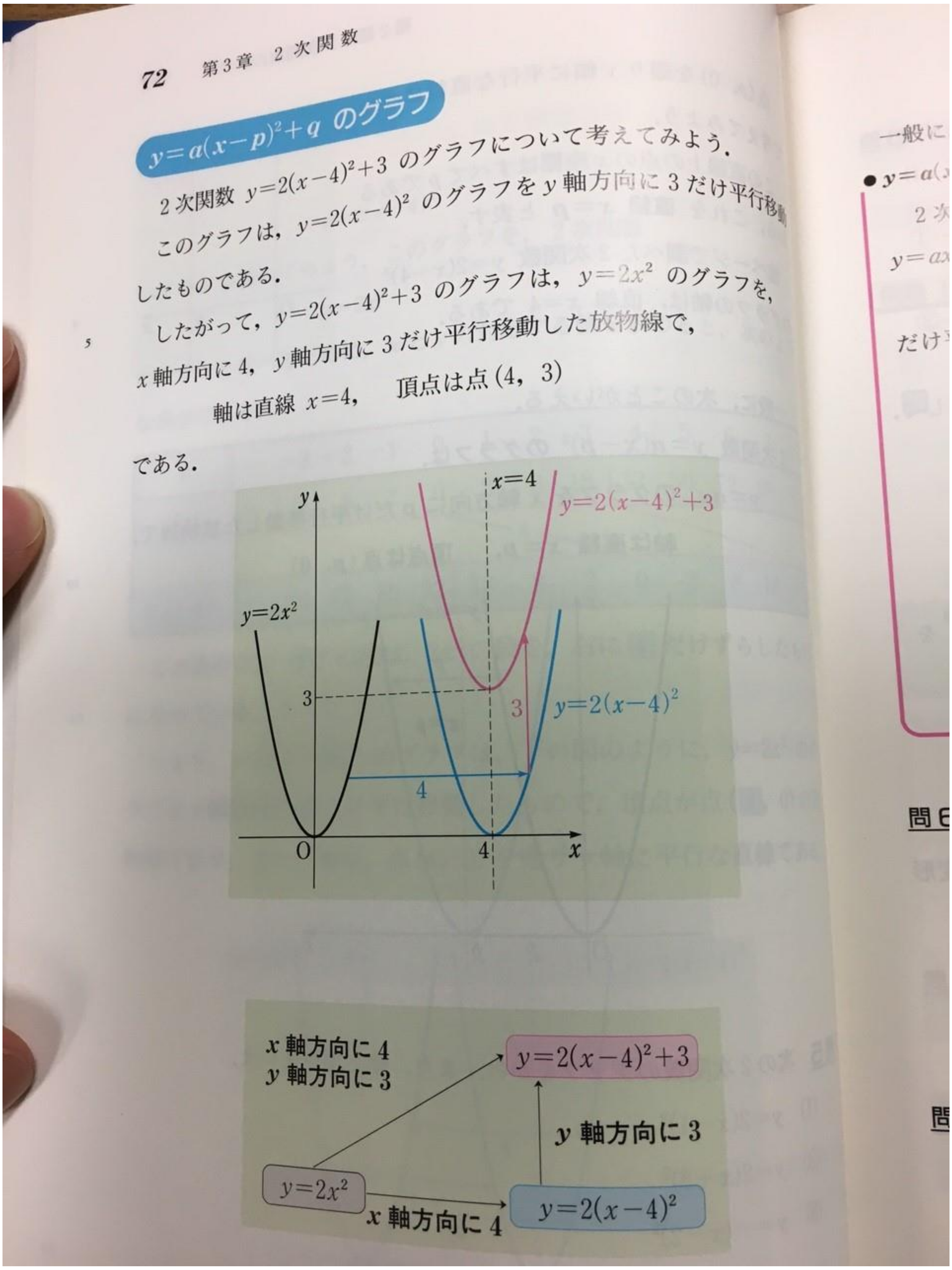
(2) $y=2(x+3)^2$

(3) $y=-(x-2)^2$

(4) $y=-\dfrac{1}{2}(x+4)^2$

図 3.14）啓林館 H18　説明とまとめと問題

$y=\mathrm{a}(x-p)^2+q$のグラフについて


72　第3章　2次関数

$y=a(x-p)^2+q$ のグラフ

2次関数 $y=2(x-4)^2+3$ のグラフについて考えてみよう．

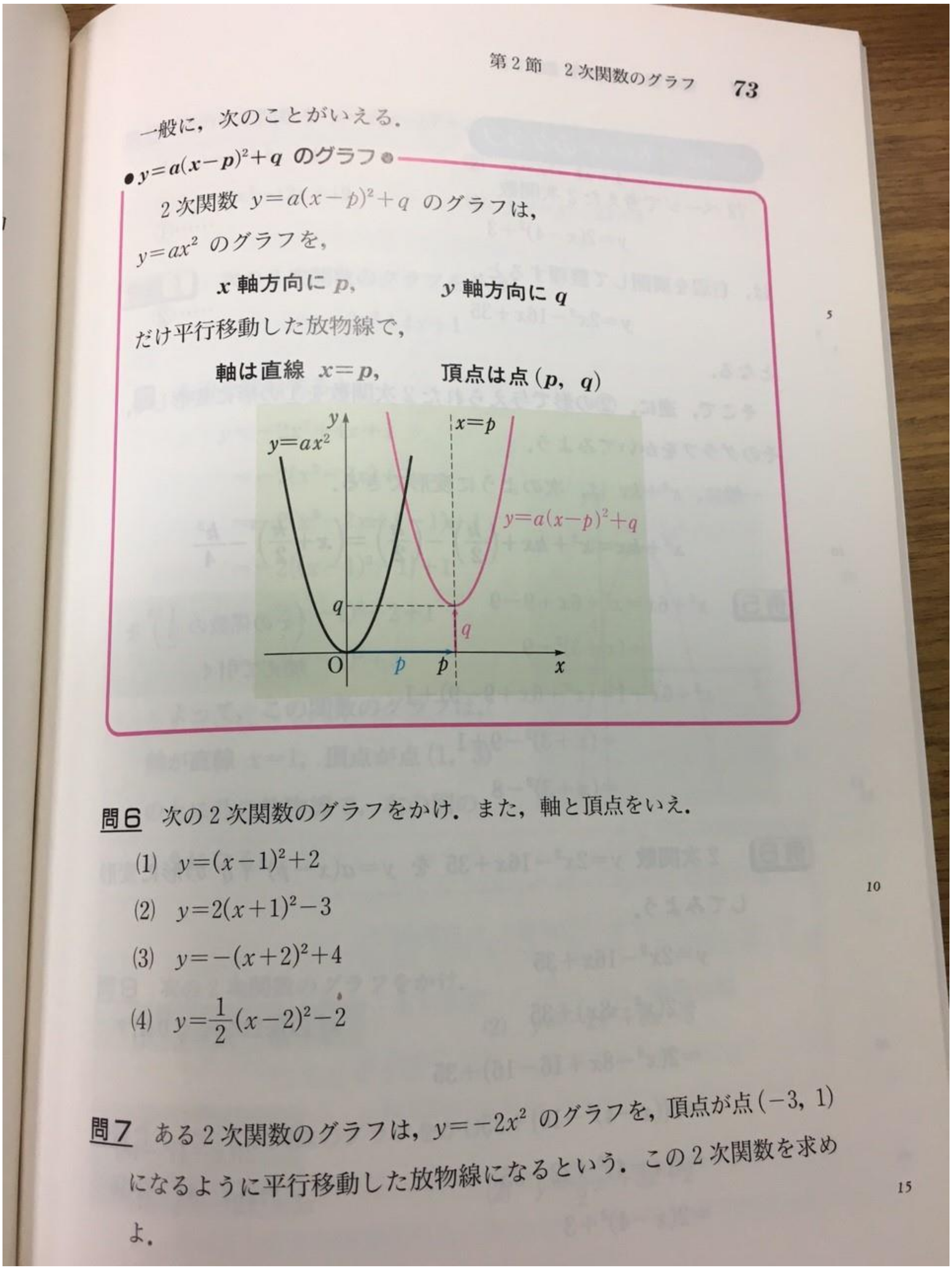
このグラフは，$y=2(x-4)^2$ のグラフを y 軸方向に3だけ平行移動したものである．

したがって，$y=2(x-4)^2+3$ のグラフは，$y=2x^2$ のグラフを，x 軸方向に4，y 軸方向に3だけ平行移動した放物線で，

軸は直線 $x=4$，　頂点は点 $(4,\ 3)$

である．

図 3.15）啓林館 H18　説明


第2節　2次関数のグラフ　73

一般に，次のことがいえる．

● $y=a(x-p)^2+q$ のグラフ ●

2次関数 $y=a(x-p)^2+q$ のグラフは，

$y=ax^2$ のグラフを，

x 軸方向に p，　　y 軸方向に q

だけ平行移動した放物線で，

軸は直線 $x=p$，　　頂点は点 $(p,\ q)$

問6　次の2次関数のグラフをかけ．また，軸と頂点をいえ．

(1)　$y=(x-1)^2+2$

(2)　$y=2(x+1)^2-3$

(3)　$y=-(x+2)^2+4$

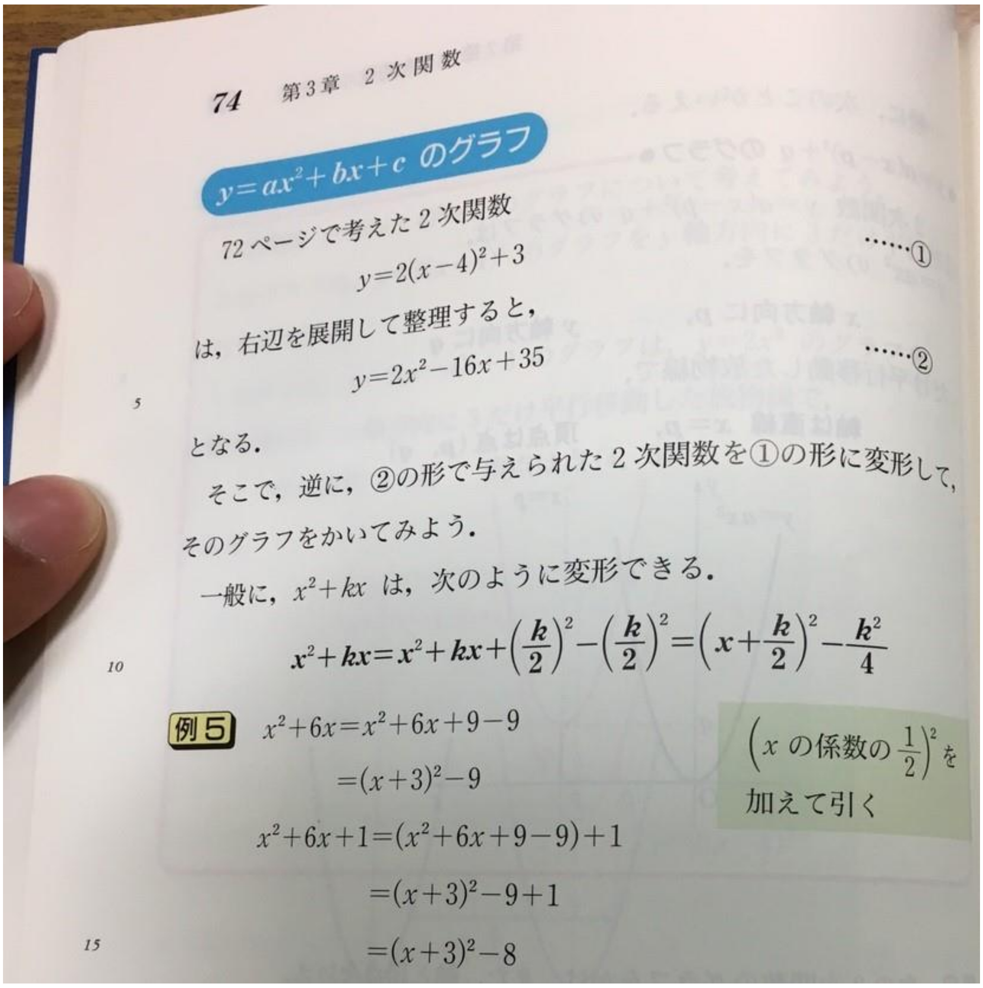
(4)　$y=\dfrac{1}{2}(x-2)^2-2$

問7　ある2次関数のグラフは，$y=-2x^2$ のグラフを，頂点が点 $(-3,\ 1)$ になるように平行移動した放物線になるという．この2次関数を求めよ．

図 3.16）啓林館 H18　まとめと問題

$y = ax^2 + bx + c$のグラフ

$y = 2(x-4)^2 + 3$を例に出して考える



74　第3章　2次関数

$y=ax^2+bx+c$ のグラフ

72ページで考えた2次関数

$$y=2(x-4)^2+3 \quad \cdots\cdots①$$

は，右辺を展開して整理すると，

$$y=2x^2-16x+35 \quad \cdots\cdots②$$

となる．

そこで，逆に，②の形で与えられた2次関数を①の形に変形して，そのグラフをかいてみよう．

一般に，x^2+kx は，次のように変形できる．

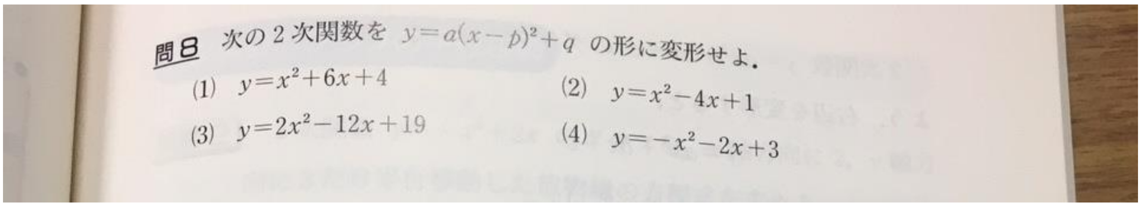
$$\boldsymbol{x^2+kx=x^2+kx+\left(\frac{k}{2}\right)^2-\left(\frac{k}{2}\right)^2=\left(x+\frac{k}{2}\right)^2-\frac{k^2}{4}}$$

例5

$$x^2+6x=x^2+6x+9-9$$
$$=(x+3)^2-9$$
$$x^2+6x+1=(x^2+6x+9-9)+1$$
$$=(x+3)^2-9+1$$
$$=(x+3)^2-8$$

$\left(x\text{ の係数の }\frac{1}{2}\right)^2$を加えて引く

図 3.17）啓林館 H18　説明と例

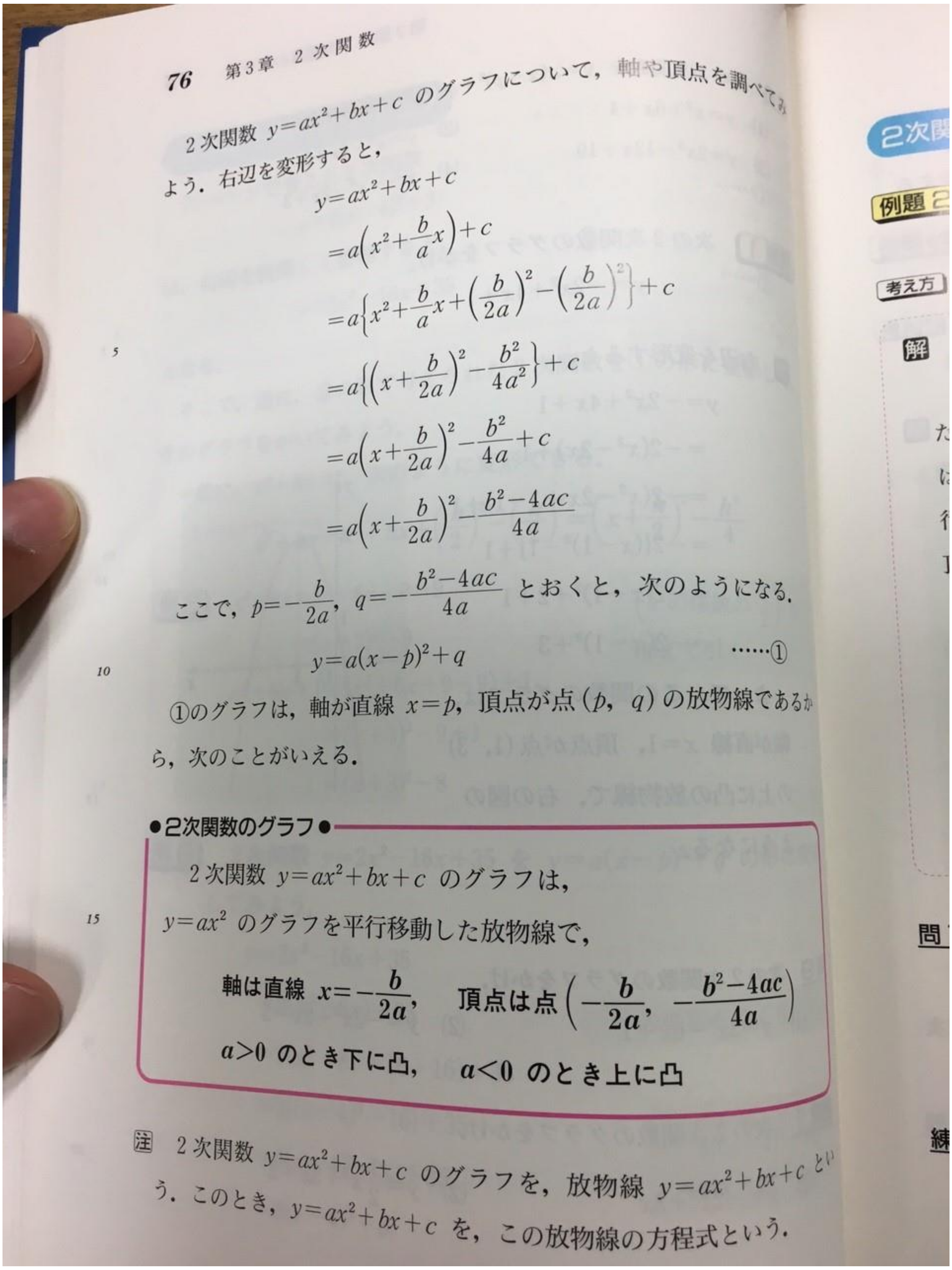


問8　次の2次関数を $y=a(x-p)^2+q$ の形に変形せよ．

(1)　$y=x^2+6x+4$　　(2)　$y=x^2-4x+1$

(3)　$y=2x^2-12x+19$　　(4)　$y=-x^2-2x+3$

図 3.18）啓林館 H18　問題


76　第3章　2次関数

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフについて，軸や頂点を調べてみよう．右辺を変形すると，

$$
\begin{aligned}
y&=ax^2+bx+c\\
&=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c\\
&=a\left\{x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\}+c\\
&=a\left\{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}\right\}+c\\
&=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c\\
&=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}
\end{aligned}
$$

ここで，$p=-\dfrac{b}{2a}$，$q=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ とおくと，次のようになる．

$$y=a(x-p)^2+q \qquad \cdots\cdots①$$

①のグラフは，軸が直線 $x=p$，頂点が点 $(p,\ q)$ の放物線であるから，次のことがいえる．

●2次関数のグラフ●

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフは，
$y=ax^2$ のグラフを平行移動した放物線で，

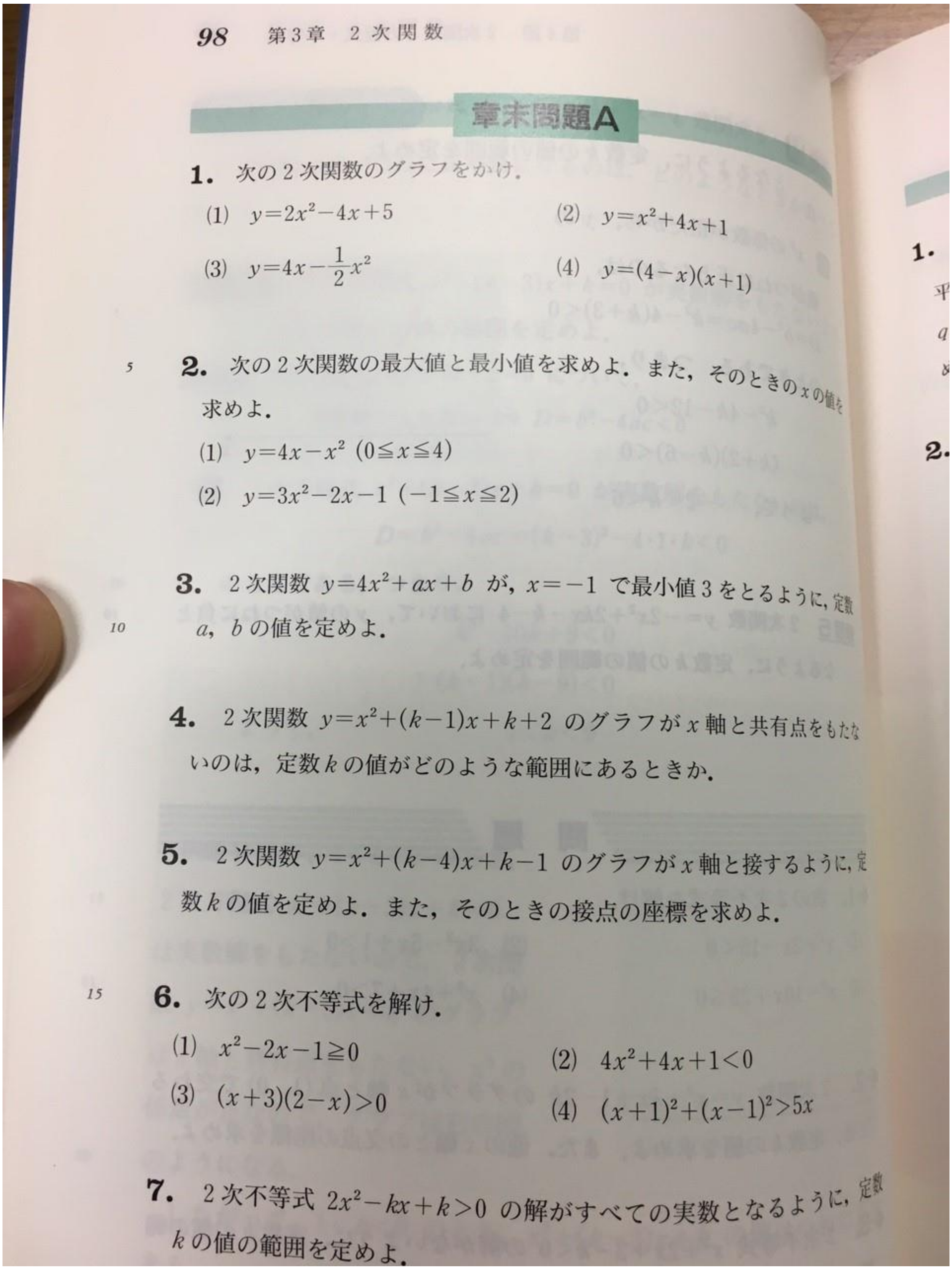
軸は直線 $x=-\dfrac{b}{2a}$，　頂点は点 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$

$a>0$ のとき下に凸，　$a<0$ のとき上に凸

注　2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフを，放物線 $y=ax^2+bx+c$ という．このとき，$y=ax^2+bx+c$ を，この放物線の方程式という．

図 3.19）啓林館 H18　まとめ

章末問題



章末問題A

1. 次の2次関数のグラフをかけ．

(1) $y=2x^2-4x+5$　　(2) $y=x^2+4x+1$

(3) $y=4x-\frac{1}{2}x^2$　　(4) $y=(4-x)(x+1)$

2. 次の2次関数の最大値と最小値を求めよ．また，そのときの x の値を求めよ．

(1) $y=4x-x^2$ $(0 \leqq x \leqq 4)$

(2) $y=3x^2-2x-1$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$

3. 2次関数 $y=4x^2+ax+b$ が，$x=-1$ で最小値3をとるように，定数 a，b の値を定めよ．

4. 2次関数 $y=x^2+(k-1)x+k+2$ のグラフが x 軸と共有点をもたないのは，定数 k の値がどのような範囲にあるときか．

5. 2次関数 $y=x^2+(k-4)x+k-1$ のグラフが x 軸と接するように，定数 k の値を定めよ．また，そのときの接点の座標を求めよ．

6. 次の2次不等式を解け．

(1) $x^2-2x-1 \geqq 0$　　(2) $4x^2+4x+1<0$

(3) $(x+3)(2-x)>0$　　(4) $(x+1)^2+(x-1)^2>5x$

7. 2次不等式 $2x^2-kx+k>0$ の解がすべての実数となるように，定数 k の値の範囲を定めよ．

図 3.20）啓林館 H18　章末問題

3. 指導計画

3.1 指導案

対象：高校一年生

教材観 : 二次関数は、高等学校で最初に学習する関数であり、高校数学の基本となる関数である。いろいろな場面で登場し、他の関数と組み合わせて取り扱われることも多い。特に、グラフを描くことで理解の手助けになることが多いため、グラフの描き方や平行移動などの考え方を十分に理解させる必要がある。

単元目標 : 二次関数の値の変化に関心を持ち、具体的な事象の考察に二次関数を活用しようとし、これに対してグラフを用いて考察することが出来、二次関数を決定したり最大・最小の値を求めたりすることが出来、また、グラフの性質を理解し、基礎的な知識を身に付けることが出来る。

指導計画：１．関数とグラフ（2 時間）

２．二次関数のグラフ（５時間）

・ｙ＝x^2のグラフ

・一般の二次関数のグラフ　（本時）

・二次関数のグラフと二次方程式

３．二次関数の最大・最小

４．二次関数の決定

本時目標 : 二次関数の一般形が与えられたとき、それを標準形になおしてグラフの概形を描くことが出来る。

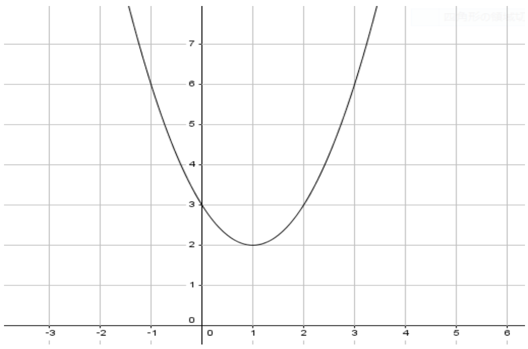
問題：　関数：$y = x^2 - 2x + 3$　・・・①

変数 x に数値を代入していくことによって
グラフの概形を描く、という方法は用いず、関数①のグラフの概形を描け。

A への支援
支援α：数値代入してグラフを書いてみて概形を目で確かめてみよう。
問題に手が付けられない生徒のために概形だけでも把握さ

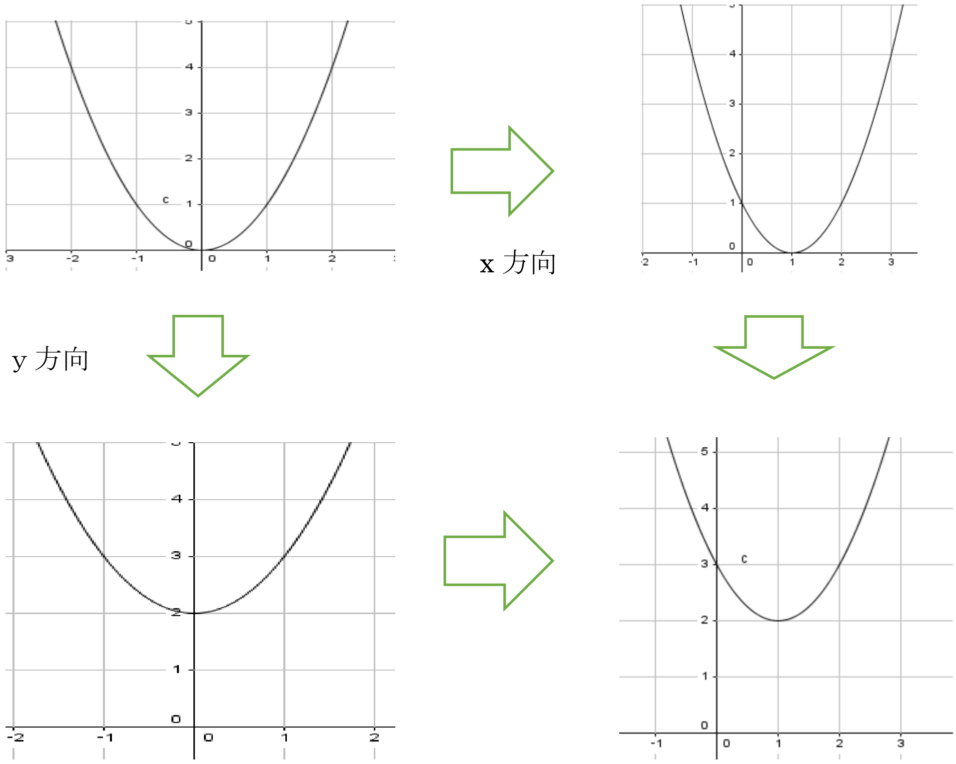
期待する活動 A
x.、y に具体的に値をいれてみて、表をつくり、グラフの概形を描く

x	-2	-1	0	1	2
y	11	6	3	2	3



B への支援
支援β：x 軸方向、y 軸方向においての変化に着目して座標がどのように動いたか考えてみよう。
一般支援：グラフの概形が分かった後に、完成したグラフは$y = x^2$のグラフがどのように動いたのかな？
特殊支援：頂点(1,2)であることより、$y = x^2$のグラフを x 軸方向に+1、y 軸方向に+2 座標が動いたことに気付いて、各方向において、立式してもらう。

期待する活動 B
座標変換によって x 方向、y 方向において座標を動かしてみる



支援γ：
この頂点の座標の変化に着目して式変形できないかな。
一般支援：y 軸方向と x 軸方向において座標変換を示す合わせた式を作ってもらう。
特殊支援： $\mathrm{Y} = (\mathrm{y} - 2)$ と $X^2 = (x - 1)^2$ を $\mathrm{Y} = X^2$ の式に入れて $(\mathrm{y} - 2) = (x - 1)^2$ の式を作ってもらう。

期待する活動 C
式変形によってグラフの移動を示すことができ、頂点を求めてグラフを描く
式変形により座標変換が行える。 $\mathrm{Y} = X^2$ に帰着することができた。

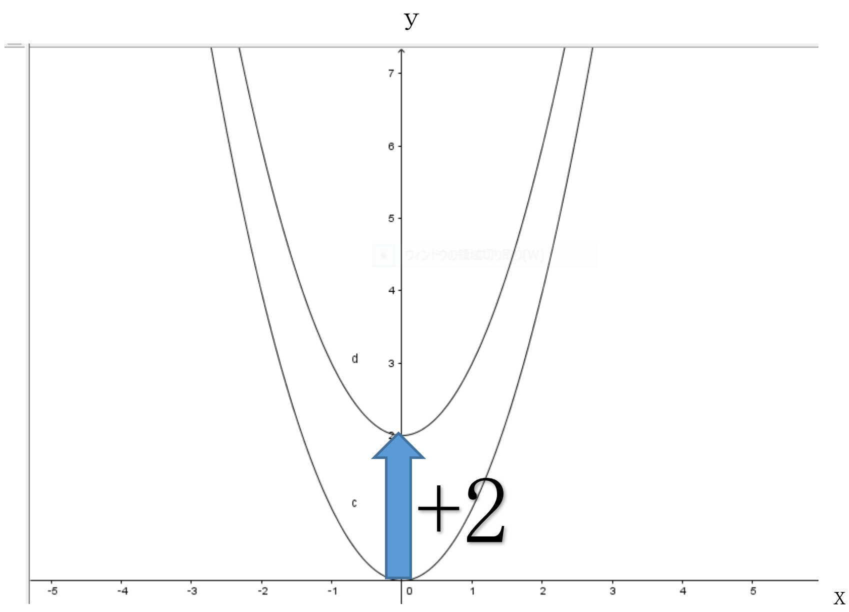
N への支援
与えられた式を座標変換を示す形に式変形してみよう。
x 軸方向、y 軸方向においての座標変換に注目させ
グラフと式の関連性をイメージさせる。

期待する活動 N
式変形より平方完成ができる。
平方完成の一般化について理解できる
式変形よりグラフを描くことができる

・練り上げ

Bのやり方を検討したところグラフの各点の座標がどのようにふるまっているかわからないことに気付いた。

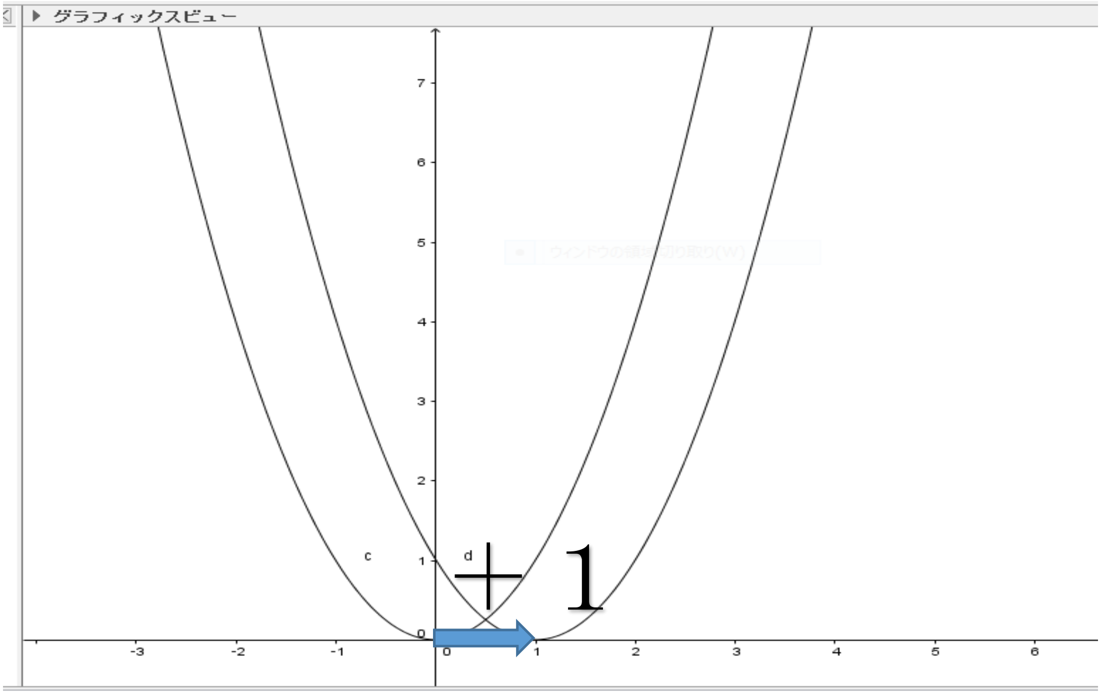
では、グラフ自体を動かせないかと考え、まず、y軸方向に着目して、グラフから、式全体を+2すると、グラフを縦に移動させることができることに気付いた。



図）y軸方向の平行移動の例を示した図

次に x 軸方向に着目して考えた。

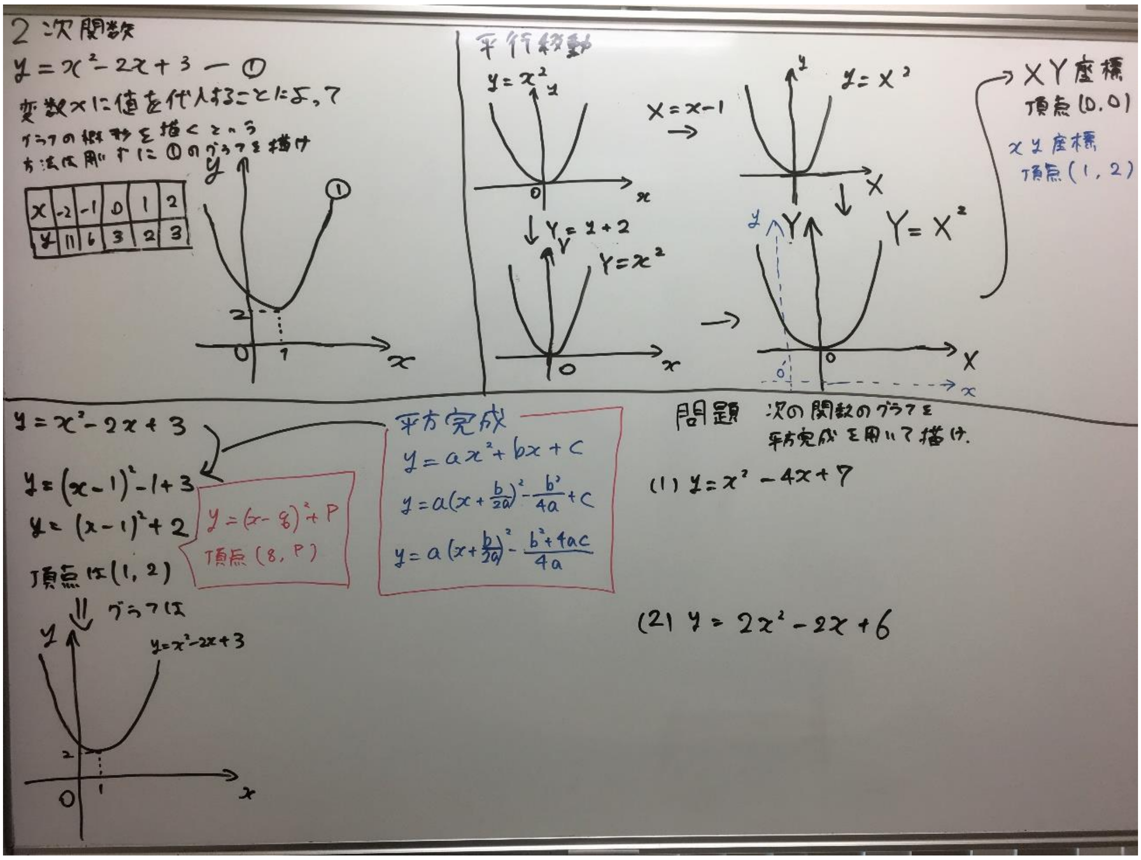
x 軸方向に関しては、頂点がどのように動いたかに注目してみた。



図）x 軸方向の平行移動の例を示した図

上のグラフより、グラフを右に動かすと、動かした後のx=1のときのyの値と動かす前のグラフのx＝0のときのyの値が等しくなることがわかる。
このことより、x→(x－1)と考えると、$y = (x-1)^2 + 2$のグラフの x 成分の部分と合うと考えた。以上より、答えは(y－2)=$(x-1)^2$となることがわかる。

4.板書計画



（注）板書計画に関しては、手書きによって書いたものでもある。また、黒板ではなく、ホワイトボードに書いたものであるので、多少の雑字や、板書において、整っていない部分がある。

5. 参考文献

『国立教育政策研究所HP』（http://www.nier.go.jp/guideline/）

東京書籍「数学I」H19年度版

数研出版「数学I」H19年度版

啓林館「数学I」H20 年度版

6. 総括

6.1 村岡　将史

今回、2次関数という単元についての授業を考えましたが、自分自身の高校時代を振り返ると、2次関数を学んだとき、比較的難しいとは感じなかったです。だから、今回の取り組みを行う前は、取り組みやすいものだと思い込んでいました。しかし、自分で理解する以上に、他者にどのように教えるかを考えるのは本当に大変でした。指導案や授業の組立について、意見を出し合い、皆の考えをまとめ、先生からの助言を頂いてから、修正をかけ、その中で、また皆の意見を擦り合わせていく、このような取り組みをしていく中で意見がくい違うことも多々ありましたし、皆が納得するのにも、時間がかかることもありました。授業を考える上で個人的に一番悩んだことは、既習事項がどこまでなのかを把握した上で指導方法を考えるのですが、どうしても自分がわかっている部分は生徒もわかるだろうと決めつけてしまう部分もあって、よく指摘され、その度に指導することの大変さを実感しました。色々と悩んだり、皆で討論したりしていく上で、良かったことや、先生から頂いたご指摘などが今後自分が教師として、教壇に立ったときに必ず活きてくると思うので、この経験を活かして、これからある教育実習や、生徒に指導する塾講師などのアルバイトなどの経験をこれから積み、指導経験をしていき、最終的には生徒から信頼される、分かりやすいと言われるような教師になりたいので、そんな理想の教師像に向かって頑張ります。

6.2 植永　一生

この授業で最も難しかったのは、既習事項を頭から切り離し、どれだけ自らが学習者になれるかでした。今まで習ってきたことの習い方を思い出し、新たな指導を考えるのはたいへんでした。しかし、これにより得られたことがありました。それは、教育者の重要性です。人は子供に物事を教えるとき自分の経験をもとに教えます。ですが、教育者は違います。自分が今まで教わってきたそのやり方のようなものが本当に良いものであったかを吟味し、改善していかなければなりません。それを怠ることがどれだけ生徒に影響するか、をこの学習を通じて知りました。

今後自分が教壇に立つことがあれば、この学習で学んだことを活かして臨みたいです。

6.3 橋本　亮

半期の間指導案をつくるために様々なことをやってきて、たった一時間の指導案をつくるのにこんなにも大変なんだと思い知った。何回も話し合いをして修正したりして、やっとできたものも指摘をたくさん受け、それでまた話し合いで修正していく。ただ今回はグループだったのでみんなの意見を合算してできたので少しは楽だったけど、これを一人でやると思うと不安だ。

指導案を作成するにあたって僕個人で一番難しいと感じたことは、期待する活動を考えることだ。どうしてもこちらの考えを押し付けるようになってしまった。指導論の方のテストで自分の考えで書いてみたらすべて×でした。生徒の頭の中がわかればいいなとつくづく思う。

教員になって授業をするにあたって、指導案はとても重要なものであるので今回学んだことを糧にこれから試行錯誤していこうと思う。

6.4 山中　裕太

この講義を通して、自分が授業するとき、ただ教科書に書いてあることをそのまま教えるのではなく授業を１つ１つ細かく組み立てていることを学びました。指導案を作るにあたって班員との理解の仕方や意見の違いなど人によって捉え方も違うので、それについて話し合い意見をまとめる事の難しさを知りました。更に授業計画で生徒の期待する活動が「生徒」目線ではなく、「教師」目線になりがちだったこともあり、生徒の期待する活動と支援の部分は、1 番まとめるのが困難だと感じました。指導案より授業をするにあたって授業計画に沿って授業するだけでなく、生徒の反応や理解できたか、問題の進行具合などをみて、それをもとに授業計画を調整する必要もあり、より良い授業することは、経験も必要だということも学べた。これから指導案を作り授業をする機会があれば、この授業で学んだことを活かしていきたいと思いました。