

2008（平成 20 年度）数学学習指導設計

G グループ

「分数のわり算」

～ 演算方法の確立に向けて ～

地域学部 地域教育学科

常友 愛子

前田 静香

山中 法子

目次

第1章	はじめに	
1.1	テーマ設定の理由	1
第2章	分数とは何か	
2.1	分数の表記と種類	3
2.2	分数を学ぶ必要性について	5
第3章	モデル比較	
3.1	面積図	8
3.2	数直線	10
第4章	学習内容について	
4.1	学習指導要領の考察	12
4.2	既習事項の整理	13
第5章	授業設計	
5.1	授業設計にあたって	15
5.2	指導案（廃案）	16
5.3	指導案（廃案）	18
5.4	指導案	21
第6章	おわりに	27
	参考文献	29

第1章 はじめに

1.1 テーマ設定の理由

小学校6年生で学習する分数のわり算は、それまでの整数や小数のわり算と比較した際に計算時の操作が異なっている。分数のわり算はだれもが知っているように、除数を逆数にしてかけることで、答えを導くことができる。今回参考にした啓林館の教科書の中に、学習の感想を書いてみようというコーナーがある。そこには「分数でわるとき、分母と分子をいれかえてかければいいのは、ちょっと不思議でした。」という記述がされていた。分数のわり算を形式的に計算している人でさえもこの疑問を抱いており、私たちもその例外ではなかった。しかし、このままでは分数のわり算について理解しているといえないと考え、その指導法について研究したいと考えた。

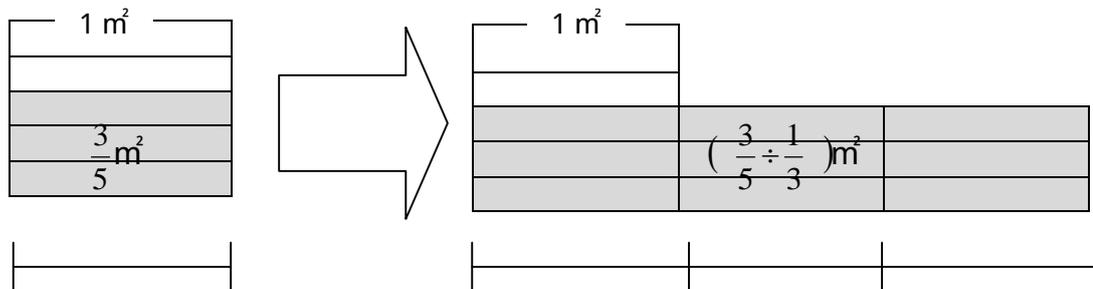
私たちは、小学校の時に啓林館で用いられている図(1)をもとに分数の割り算について学習してきた。しかし、その学習ではどうして逆数を用いることで答えが導けるのかについて理解することができなかった。これは啓林館が逆数にすることに重点を置いた単元設定をしていないことも関係しているのではないかと考えた。計算のプロセスを考える中で、使用されるモデルは面積図だけではないことも分かり、逆数にすることに焦点を当てた授業設計を行うためにはどのような工夫や支援を行ってあげばよいかについて調査することとする。

《 啓林館で用いられている図 》

(例) $\frac{3}{5}m^2$ のかべを $\frac{1}{3}dl$ でぬれるペンキがあります。 $1dl$ では何 m^2 ぬれますか。

ぬった面積

1 dl でぬれる面積



$$1 \text{ dl は } \frac{1}{3} \text{ dl の } 3 \text{ 倍だから、 } \frac{3}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{5} \times 3 = \frac{9}{5} \quad \frac{9}{5} m^2$$

第2章 分数とは何か

2.1 分数の表記と種類

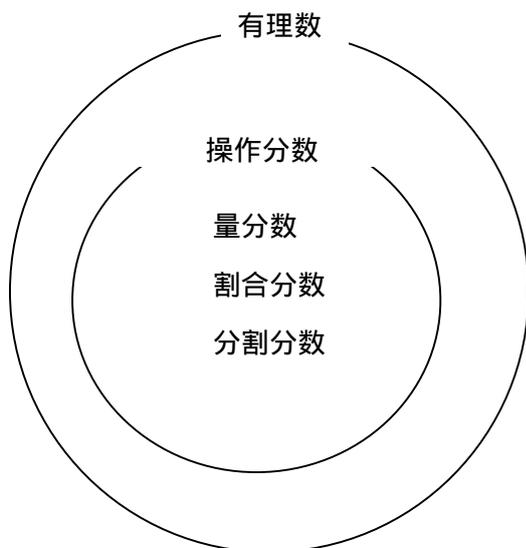
分数のわり算について調べる前に、そもそも分数とは何かについて調べることにした。

名称	意味
1. 真分数	分子 < 分母 $\frac{2}{3}$
2. 仮(過)分数	分子 > 分母 $\frac{3}{2}$ または、分子 = 分母 $\frac{3}{3}$
3. 帯分数	整数 + 真分数 $1\frac{1}{3}$
4. 単位分数	1つのものを3つに分けた2つ分 $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$
5. 商分数	除法の解(商)を表すもの $a \div b = \frac{a}{b}$
6. 量分数	単位量を基にした測量法 $\frac{2}{3}$ m、 $\frac{2}{3}$ など、量の大きさを表しているもの。
7. 割合分数	比の表現 (a : b) 例 AはBの $\frac{2}{3}$ というとき、Bを基準としそれを1とすれば、 Aは $\frac{2}{3}$ にあたること。
8. 操作分数	例 b等分したもののa倍
9. 分割分数	あるものを、例えばb個に等しく分けたときのa個分の大きさを表す。

1 ~ 3 表記上の呼び名

4・5 数学的に規定されているもの

6 ~ 9 文章問題の中での意味上の分類として使用していることもあるが、数学的に規定されているものではない。



まず、分割分数と操作分数について考える。能田氏によると「分数はいろいろな表現と使い方がある。 $\frac{2}{3}$ は、1つのものを3つに分けた2つ分を意味する。このような分数を「分割分数」と呼ぶ。この考えの中には、3つに分けて2つとるという操作を含んでいるので「操作分数」と呼ぶこともある」と述べている。このことから、私たちは、文章題などで、面積などを表現する際に単位をつけて表記したものを量分数、割合の場面で用いるので割合分数などの表現を使っている人もいるのではないかと考えた。

以上のものが様々な文献を調べる中で出てきたが、1~3は表記上の呼び名であって、小学校の段階で学習するものである。そして4~9にはさらなる分類が可能ではないかと考えた。調査の結果4・5は実際に規定されているものであったが、6~9は、その状態や計算のときの場面の様子表現するものであって、そのような分数は存在しないことが分かった。

教科書で扱われる分数には、上に挙げたように様々な使い方の分数があった。啓林館の教科書では章の題名に「量」や「割合」といった分類がされており、「量」ではタイル図、「割合」では文字式を用いていた。しかし、考え方よりも計算式に重きを置いているように感じ、内容の理解という点では不十分ではないのかと考えた。

2.2 分数を学ぶ必要性について

私たちは、子どもたちが分数を学ぶ必要性が2つあると考えた。それぞれについて具体例を用いながら説明していく。

1. 数の世界の広がり

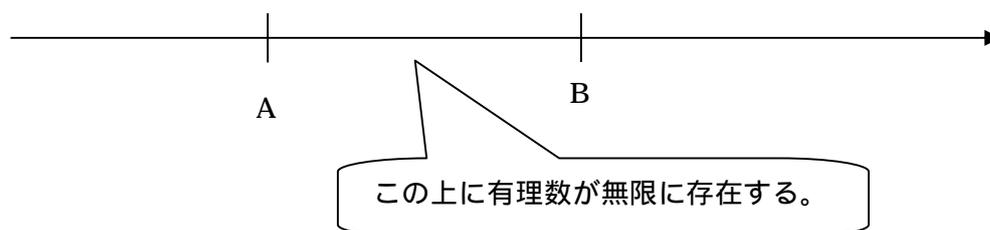
児童にとっては今までの学習で整数、小数、分数を学んでいる。しかしそれぞれが別々のものとして児童の内面世界に存在していると考えられる。そこで児童に分数を数の中の一つとして捉えさせたい。分数を数という立場から捉えた際に、分数の特徴の1つとして、稠密性がある。

稠密性について

「一般に、 n を1つの自然数とすると、分母が n である有理数は等間隔 $\frac{1}{n}$ で数直線状に並びます。 n が限りなく大きくなると、この間隔は限りなく大きくなる。このことから、

**数直線状にどんなに短い線分 AB をとっても、
この線分上に無限に多くの有理数が存在する。**

ことが分かる。もちろん、上に有理数といったのは、正確には 有理数を表す点 の意味である。



この性質のことを、有理数は数直線状に稠密（ちゅうみつ）に分布していると言う。」

（引用：松坂和夫著 数学読本 1989）

子どもたちは今までに整数や小数の演算について学習してきた。しかし、整数や小数では表せない数が無数に存在する。これらの数を表すために分数という新しい数の表し方を学ぶのだと考えられる。分数を学ぶことで、子どもたちの数の世界が新たに広がるだろう。

2. 乗法・除法の計算が簡単にできる

乗法・除法の計算が簡単にできると考えられる2点を挙げる。

) 端数が出ない

整数の除法では $4 \div 3 = 1.3\dots$ のように演算が開くことがあるが、有理数は分数で表すことができ四則演算は閉じているといえる。つまり、有理数の四則演算は、有理数で処理しきれるといふことになり、演算が簡単になる。

	加法	減法	乗法	除法
自然数		×		×
整数				×
小数				
有理数(分数)				

閉じている × 開いている

(例)

小数での計算 $0.4 \div 0.75 = 0.5\dot{3}$

分数での計算 $\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{15}$

) 演算方法が小数と比べて易しい

小数の乗法・除法は、計算する桁数が増えるにつれて計算が複雑になる。このことを具体例を用いて説明する。

(小数の除法の場合)

$$\begin{aligned} & 0.001 \div 0.01 \\ &= (0.001 \times 1000) \div (0.01 \times 1000) \dots \\ &= 1 \div 10 \\ &= 0.1 \end{aligned}$$

上の式から分かるように、小数の除法で計算する場合は整数同士の計算に帰着して考えている。これは、既習事項を用いやすくするためであると考えられる。しかし、整数の計算にするために等式変形を行うため、最初に のように等倍しなければならない。

(小数の乗法の場合)

$$\begin{aligned} & 0.001 \times 0.01 \\ &= 1 \times 1 \div (1000 \times 100) \\ &= 1 \div 100000 \quad \dots \\ &= 0.00001 \end{aligned}$$

上の式から分かるように、小数の乗法で計算する場合は最初に整数同士の計算にすることにより、のように小数点の決定が最後に求められる。この小数点の決定は桁数が増えれば増えるほど複雑になると考えられる。

一方、分数の乗法・除法について考えていく。

(分数の除法の場合)

$$\frac{1}{1000} \div \frac{1}{100} = \frac{1}{1000} \times \frac{100}{1} = \frac{1}{10}$$

(分数の乗法の場合)

$$\frac{1}{1000} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{100000}$$

上の2つの式から分かるように、分数の乗法・除法では数の位の違いを考える必要が無く、また、数同士を約分することによって小数の乗法・除法に比べより簡単に計算ができると考えられる。このことは、小数が十進法から抜け出すことができないということに対し、分数は分母が「10」以外の数字でもよい、つまり、十進法から抜け出しさまざまな進法で数表現しているということに関係しているのではないかと考えた。

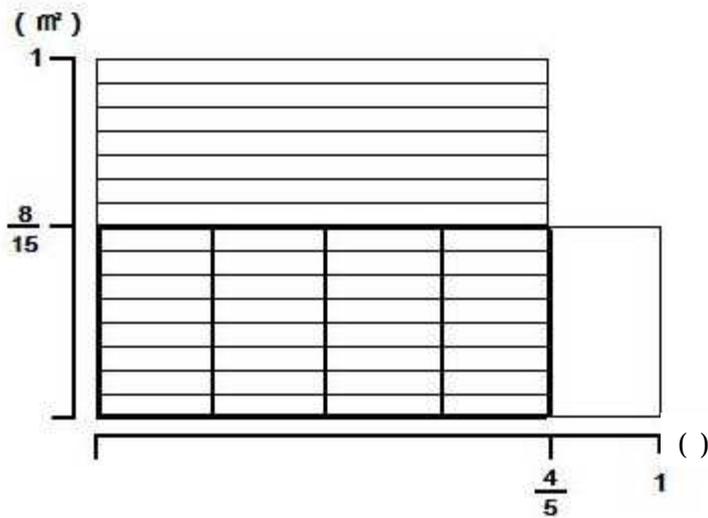
上に述べてきたように、私たちは子どもたちが分数を学ぶ意義として、子どもたちの数の世界を広げる事ができる事と、より簡単に演算できるという2点を挙げる事ができると考えた。より簡単に演算できるとは、ただ単に手続き上での形式的なこと(除数を逆数にしてかけること)を指しており、分数のわり算の演算の意味について(どうして除数の逆数をかければ答えが求められるのか?)理解することは難しいといえる。

第3章 モデル比較

3.1 面積図の利用について

例
題

$\frac{8}{15}$ m²の壁をぬるのに $\frac{4}{5}$ l必要である。1 lでは、何m²ぬる事ができますか。



図示すると上のような図になる。

このとき、 $\frac{8}{15} \div \frac{4}{5}$ が立式できたとして、どのように考えるかを示す。

$\frac{8}{15}$ m²を塗るのに $\frac{4}{5}$ l 必要で、1 l では何m²塗ることができるかという問題である。

つまり、 $\frac{1}{5}$ で塗れる面積の5倍が1 l で塗ることのできる面積である。

よって、 $\frac{8}{15} \div 4 = \frac{8}{15} \times \frac{1}{4}$ ($\frac{1}{5}$ で塗れる面積)

$\frac{8}{15} \times \frac{1}{4} \times 5$ (1 l で塗れる面積)となる。

つまり $\frac{8}{15} \div \frac{4}{5} = \frac{8}{15} \times \frac{5}{4} = \frac{2}{3}$ となる。

面積図はその名の通り、面積を表すために作られたものであり、児童にとって課題解決に用いるモデルとしても低学年より慣れ親しんできているものである。そのため自力解決の際に具体的な操作の代表例として挙がるだろう。しかし、分数のわり算において、その活用が適当であるかという点では疑問が残る。分数のわり算の文章問題・計算問題ではわり算が1あたりの量を求めることがわかった上でなければ面積図を描くことは難しい。視覚的にも求めたい結果が見えやすいかというと、そうとも限らない。例えば上に挙げた例題で説明すると、図を描くことでどこが求めたい面積かは明らかにすることはできるが、どのようにその面積を数値で表すか、つまり計算の結果(答え)をその図から求めることは難しい。なぜなら、本題では $\frac{4}{5}$ で塗れる面積を基

にして考え、面積図を4等分することで $\frac{1}{5}$ 求められる。このように1あたりを求め

るためには同数累加をするために、基準の単位($\frac{1}{5}$)を求めることが要求されるから

である。このことから分数のわり算の場合には、面積図を用いることで思考が発展的に展開されにくい。それは面積図が同数累加の考え方であることに由来していると考えられる。

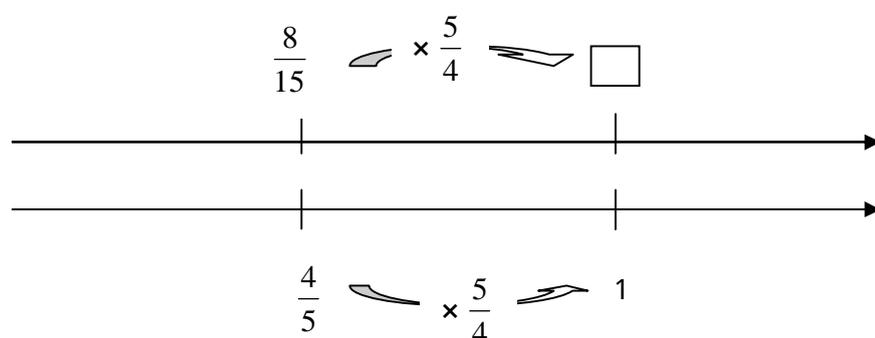
また、文章問題の中でも面積や水量など「量」に関する問題の場合には上記したような問題があるとしても、面積図でその計算を表現することは可能であるが、割合や時間、3種類以上のものを比べるような問題では面積図の使用はできない。

以上のことから、本研究では自力解決の場面で面積図ではなく、積極的に数直線の利用を行うような支援を考えたい。

3.2 数直線の利用について

例題

$\frac{8}{15}$ m²の壁をぬるのに、 $\frac{4}{5}$ l必要である。1 lでは、何m²ぬる事ができますか。



数直線を式で表すと以下のようなになる。

$$\frac{8}{15} \div \frac{4}{5} = \left(\frac{8}{15} \times \frac{5}{4} \right) \div \left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} \right) = \left(\frac{8}{15} \times \frac{5}{4} \right) \div 1 = \frac{8}{15} \times \frac{5}{4} = \frac{2}{3}$$

$\frac{8}{15} \div \frac{4}{5}$ を例に考えてみると、 $\frac{4}{5}$ を1と見るとき、 $\frac{8}{15}$ ではどんな値になるかというこ

とを求めたい。まず、 $\frac{4}{5}$ を1とするために、 $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4}$ をすると考えられる。次に、子ども

たちは除数と被除数に同じ数をかけても商は変わらないということを既に学んでいるので、被除数にも除数と同様に $\frac{8}{15} \times \frac{5}{4}$ をすると考えられる。また、「 $\div 1$ 」をして

も商は変わらないため省略する事ができる。

このように考えていくと、除数を逆数にする意味を理解する事ができるだろう。この

考え方をする時に大切な事は、数量の関係を把握する事である。具体的に上の例で説明

すると、除数に対する1あたりの量や、被除数に対する $\frac{8}{15}$ に対する $\frac{4}{5}$ 、 $\frac{8}{15}$ に

対する $\frac{2}{3}$ である。

初めて数直線を使って演算の手順の保障をする活動に取り組むのは、小数の乗除の計算である。数直線は両辺を10倍、100倍しても答えの値は変わらないことを説明するために用いる。小数の場合には「整数倍」するという活動を獲得している。今回はその活動を「分数倍」するという活動まで拡張していく。私たちにとっては整数や分数、小数は「数」に特別につけられた呼称であると認識できているが、数の世界が限られている6年生の児童にとっては、それぞれが独立した存在である。そのため、今までに両辺を「整数倍」する活動を経験しているが、両辺を「分数倍」する活動は新しい経験である。そのことを自力解決の中でどのように獲得していくかが重要であると考えます。

また数直線を用いて除法の計算法を説明できることは、除法が1あたりを求めるために作られた演算法であることを理解している必要がある。数直線での計算法の説明は、面積図の同数累加の考えかたではなく、割合の考え方を適応したものである。また今回数直線を取り上げたのは、数直線は数のみを抽出して数量比較することが出来るからである。

第4章 学習内容について

4.1 学習指導要領考察

第6学年 [A 数と計算]

現行学習指導要領 (H.10)	新課程学習指導要領 (H.20)
<p>(3) 分数の乗法、除法</p> <p>(3) 分数の乗法及び除法の意味について理解し、それらを適切に用いることができるようにする。</p> <p>ア 乗数や除数が整数である場合の乗法及び除法の意味について理解すること。</p> <p>イ 乗数や除数が整数や乗数の場合の計算の考え方を基にして、乗数や除数が分数である場合の乗法及び除法の意味について理解すること。</p> <p>ウ 分数の乗法及び除法の計算の仕方を考え、それらの計算ができること。</p>	<p>(1) 分数の乗法、除法</p> <p>(1) 分数の乗法及び除法の意味についての理解を深め、それらを用いることができる。</p> <p>ア 乗数や除数が整数や小数である場合の計算の考え方を基にして、乗数や除数が分数である場合の乗法及び除法の意味について理解すること。</p> <p>イ 分数の乗法及び除法の計算の仕方を考え、それらの計算ができること。</p> <p>ウ <u>分数の乗法及び除法についても、整数の場合と同じ関係や法則が成り立つことを理解すること。</u></p>

新課程の学習指導要領では、現行のものとは比べて「ウ 分数の乗法及び除法についても、整数の場合と同じ関係や法則が成り立つことを理解すること。」が追加されている。つまり、整数や小数で学習したかけ算・わり算のきまりを分数のかけ算・わり算にも拡張できるかが焦点になる。解説の中には「整数、小数、分数についての四則を完成させるとともに、四則についての理解を一層深め、実際の場に能率よく活用できるようにすることをねらいとしている」との記述もある。児童は「整数」「小数」「分数」といったように、それぞれ個々の数の形態として捉えていると考えられる。四則演算を完成させることにより、すべて数として捉えることができるようになるのではないかと考える。

4.2 既習事項の整理

	3年	4年	5年	6年
わり算	㊦余りのない わり算 等分除 包含除 ㊦余りのある わり算 包含除	㊦わり算の筆算 2桁÷1桁 ㊦わり算の筆算 3桁÷2桁	㊦小数のかけ算 小数のわり算 包含除	㊦分数でわる 計算 面積図 包含除
計算のきまり	㊦計算の順序 $2 \times 3 \times 2 =$ $2 \times (3 \times 2)$ ㊦計算のきまり $(40 + 50) \times 5 =$ $(40 \times 5) + (50 \times 5)$	㊦計算の順序 ・左から計算する。 ・()の中を先に計算する。 ・+, -, ×, ÷では, ×, ÷を先に計算する。 ㊦ $6500 \div 250$ $= 650 \div 25$ $= 2600 \div 100$ わり算では, わられる数とわる数にかけても, 同じ数でわっても商は同じになる。	㊦式と計算 $+ = +$ $\times = \times$ $(+) + =$ $+ (+)$ $(\times) \times =$ $\times (\times)$ $(+) \times =$ $+ + \times$ $\div =$ $(\times) \div (\times)$ ㊦計算の間の関係 $\times 4 = 32 \quad = 32 \div 4$ $\div 4 = 6 \quad = 6 \times 4$	

分数		<p>㊦はしたの大きさの表し方</p> <p>㊦分数の大きさ</p>	<p>㊦等しい分数</p> <p>㊦分数と小数・整数の関係</p> <p>$\frac{2}{3}$は $\frac{1}{3}$の 2 つ分</p> <p>$\frac{2}{3}$は $2 \div 3$の商</p>	<p>㊦等しい分数</p> $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad \times \quad}{\quad \times \quad}$ $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad \div \quad}{\quad \div \quad}$
----	--	------------------------------------	--	---

第5章 授業設計

5.1 授業設計にあたって

自分たちが現行の学習では不十分だと思った点

1 問題に合ったモデルの活用（啓林館）

当初、啓林館では面積図しか扱っていないように思っていたが、小数の計算場面では数直線の考え方が取り入れられた考え方の例もあった。面積図、数直線それぞれに長所・短所があることが分かり、児童には問題に合ったモデルの活用ができるような力をつけさせたいと考える。分数のわり算の学習までに児童は面積図も数直線も学習してきている。計算の場面では活動の見通しを立てる手立てとして、適しているものを選択できるようになっていくことが望ましいと考える。

2 立式の過程

教科書の比較により、啓林館は立式することではなく除数を逆数にするという、分数のわり算特有の演算方法に重点を置いているのではないかと考えた。しかし、逆数になる理由についての学習が不十分であることから「なぜ逆数にしてかけると答えが出るのか」を考える場を設けたいと考えた。

他の教科書（東京書籍、教育出版等）を見てみると、立式に際して2本の数直線の考え方で2数間の関係を把握してから立式する形をとっている。そうすることで除数を逆数にする考え方も数直線からスムーズに考えることができるのではないかと考えた。

しかし、今回提案する問題場面の設定は文章題の問題ではなく、計算の構造に着目させたため

以上のことから、Gグループでは「数直線を使って分数の除法で除数を逆数にすることを説明する」ことに重きを置いた授業設計を行うこととした。

5.2 指導案（廃案）

テーマ

『文章題における数量関係の把握と演算方法』

単元のねらい

問題場面にふさわしいモデル、演算方法を選択することができる。

除数が逆数になることを理解し演算をする。

指導計画

第1次 分数をかける計算

第2次 分数のかけ算を使って

第3次 分数でわる計算

第1・2時 分数÷分数(本時)

第3時 整数÷分数、分数÷整数

問題場面

$\frac{2}{3}$ dlのペンキで $\frac{3}{5}$ m²の壁を塗れます。

1 dlでは、何m²塗れますか。

<問題設定の理由>

本時では立式までの段階と、演算の段階でそれぞれに課題としたいものがある。

子どもたちは立式をするまでの段階で、問題文に出てくる順で立式してしまうことが多い。そのため本時では、2数間の数量関係を把握しなければ立式できない問題を設定した。

演算の段階では、最終的に「なぜ、逆数にすると演算ができるのか」理解した上で演算させたい。そのために教科書では(分数)÷(整数)や(分数)÷(単位分数)の問題から分数のわり算が導入されているがG班では逆数にすることの意味が最も顕著に現れる

(分数)÷(分母・分子ともに1より大きい整数の既約分数)

を扱うことにした。なお本時の問題の数値について、演算途中で約分がないものを選択した。

本時のねらい

わり算が1あたりを求める演算であることを理解する。

2数間の数量関係をモデル化する。

除数が逆数になることを理解し、演算をする。

立式までの過程

- ・ 根拠をもとに立式する。

小数のわり算において、わり算は除数の1あたり量を求めるものであると学習している。そのため、本時では立式までの過程に重きを置くのではなく、あくまでも復習として捉える。その際に、文章題の数値の順番通りに立式するという活動が予想されるため、私たちは数値の順序を入れ替えている。

立式後の演算方法

- ・ 除数を逆数にすることの意味を理解した上での演算

私たちは立式後の演算方法に重点を置いて指導していく。分数のわり算の指導では、多くの場合いかに演算するか固執しており、逆数にすることの意味を後付け(コラムなど)で載せている。私たちは、子どもたちが段階を踏んで演算について考えていけるように支援する。それにより、子どもたち自身が逆数にすることの意味を理解することができるようにさせたい。

本時の問題の課題

この問題設定では、提案性が全くないことを指摘された。各教科書の問題を参考に「分数のわり算は文章題から導入を行う」という視点にとらわれすぎ、分数のわり算の学習で押さえなければいけない部分とずれが生じてしまっていた。今一度自分たちがこの単元で取り組みたいところを整理し直し、問題場面の設定をすることとした。

5.3 指導演案（廃案）

本時の問題

$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$ の計算方法を考えよう。

数値設定の理由

・ 小数に直して計算したときに、1 より少し小さい数になるもの。見積もりの時点で答えが1 よりも大きくなってしまうと、端数部分を考えなくても、答えは確実に1 よりも大きいものと決定されてしまうためである。

($0.6 \div 0.66\dots = 0.90\dots$)

・ 除数・被除数ともに分数であるもの。除数が逆数になることに注目できる授業展開をしたいため。

・ 異分母分数であること。同分母分数の場合、除数を逆数にしなくても分母どうし、分子どうしをそれぞれわり算すると答えが出るため、本時の問題設定としてはふさわしくないと考えた。

問題提示

答えが1 より大きくなるものを選ぼう。

$2 \div 3$

$2.3 \div 1.2$

$0.5 \div 3$

$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$

問題の提示方法について

子どもたちが見通しを持って算数的活動を行える問題にしようと考えた。いくつかのわり算の問題を並べ、その中から答えが1 より大きくなるものを選ぶものだ。このような形をとるのは、既習事項を思い出しながら、本時の活動への動機づけを行うためだ。小数のわり算を入れることで、分数を小数に直して計算する見通しを立てたり、数直線の利用を想起させることが可能ではないかと考えたからだ。

期待される活動

活動A：逆数の決まりには気づけないが、除数や被除数の分母を揃えたり、整数にし
たりして計算をする。

活動B：除数を逆数にして計算する。

活動C：除数を逆数にして計算し、逆数の決まりを図や言葉で説明する。

本時の問題の課題点

本時の問題には以下の3点の課題点が指摘された。

問題提示の場面が妥当であるか

活動の順序設定を再考すべきである

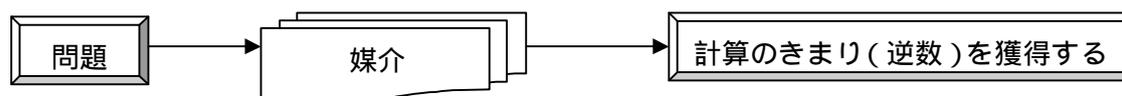
計算のきまりに注目すること

「問題提示の場面が妥当であるか」について。

問題の提示方法で「1より大きくなるものを選ぶ」という作業をすることで、本当に本時の期待する活動が想起出来るのか。確かに、既習事項を思い出すという作業は必要ではあるが、それをクラス全体で行うのではなく、個人への指導をするときに組み込めばよいのではないかと考えられる。そもそも「1より大きくなるものを選ぶ」という作業を行う必然性が感じられない。本時の展開を円滑に行うための問題提示にはなっていなかった。

「活動の順序設定を再考すべきである」について。

本時では児童の活動を計算の面でしか見れていなかった。児童の自力解決においては、面積図や数直線などのモデルを使用することが予測されていたにもかかわらず、それが含まれていない。問題を解決し分数のわり算の計算のきまりを獲得するためには、面積図や数直線、計算方法など何らかの媒介を経る必要性がある。



また活動順序として「モデル」から「立式化」するのか「立式化」したもののから「モデル」をつくることについては、どのように自分たちが価値づけしていくかを考えるべきである。

「 計算のきまりに注目すること」 について。

問題提示で整数や小数のわり算を取り入れることで、わり算では両辺に同じものをかけても答えが同じになることや、問題解決で使ったモデルにはどのようなものがあったかなどを想起することができるだろう。さらに分数のわり算の場面では「整数でも小数でも四則演算が成り立ったのだから、分数でも成り立つだろう」という仮定のもとに児童が活動を進めることが必要である。整数・小数の学習のときに成り立った計算のきまりを分数の場合にも適用することができるかも重要である。

以上のことを踏まえて、新たに指導案 を提案する。

5.4 指導案

テーマ

『分数のわり算の演算方法の確立に着目して』

単元のねらい

分数のわり算の計算方法を確立するとともに、その意味について理解する。

問題場面にふさわしいモデル・演算方法を選択することができる。

指導計画

第1次 分数でわる計算

第1時 (分数) ÷ (分数) (本時)

第2時 (整数) ÷ (分数), (分数) ÷ (整数)

第3時 小数の混じったわり算

第4時 演習

本時の学習

1. 本時のねらい

分数のわり算の計算方法を獲得する。

わり算では、両辺に同じ数をかけても計算結果は変わらないという計算の決まりを分数のわり算においても使うことができる。

2. 本時の期待される算数的活動の様相

- A 数直線の考え方をもとに、除数を逆数にして計算する。
- B 数直線であらわしたことを、両辺に同じ数をかけても計算結果は変わらないという計算の決まりを使って式で表現する。
- C 面積図や数直線を用いて考える。

3. 数値設定の理由

数値設定にあたり、計算の途中で約分を含む分数も考えたが、今回私たちが一番取り組んでもらいたいのは、どうして逆数になるのかということである。また分数のわり算の第1時の設定であるため、児童にとっては初めての経験である。解決への手口を見つけるために、面積図を用いる可能性も大いにありうると考えた。面積図を用いる場合、除数が単位分数だ

と同数累加の考え方が如実に出てしまうため、除数は $\frac{2}{3}$ に設定した。

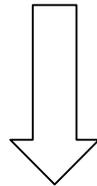
4. 本時の展開

活 期待される児童の算数的活動
 支 教師の支援
 意 教師の意図

問題の提示

$\frac{3}{5} \div \frac{2}{3}$ の計算の仕方を考えよう。

支 分数の計算ではどのように考えたかな。
意 面積図や数直線を使って具体的に考え、答えの見当づけを行う。



自力解決 C-1

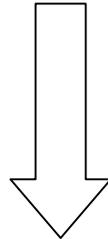
活 面積図を用いて考える。
(活動例)

支 小数のわり算ではどのように計算したかな。
意 同数累加の考え方でなく、割合の考え方で活動させることによって、両辺に同じものをかけても答えは変わらないという計算の決まりを用いさせたい。

自力解決 C-2

活 数直線を用いて考える。
(活動例)

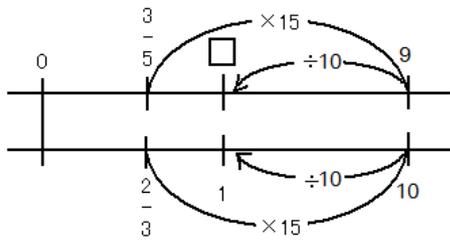
支 数直線であらわしたことを式にしてみよう。
意 両辺に同じものをかけても答えは変わらないという計算の決まりに気づかせる。



自力解決 B

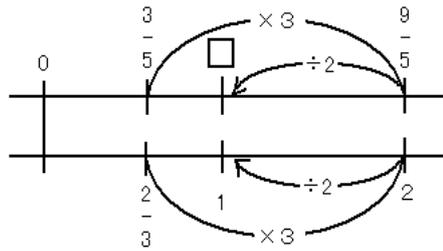
活 数直線であらわしたことを、両辺に同じ数をかけても計算結果は変わらないという計算の決まりを使って式で表現する。

(活動例 1)



$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} &= \left(\frac{3}{5} \times 15 \right) \div \left(\frac{2}{3} \times 15 \right) \\ &= 9 \div 10 \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

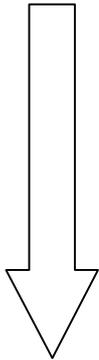
(活動例 2)



$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} &= \left(\frac{3}{5} \times 3 \right) \div \left(\frac{2}{3} \times 3 \right) \\ &= \frac{9}{5} \div 2 \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

支 1 をもとめるための道順をより簡単にできないかな？

支 2 求めたい答え への道順をできるだけ少なくする方法を考えよう。

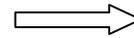


支 には何が入るかな。(x3÷2)を他の表し方であらわせないかな？

$$\frac{2}{3} \rightarrow \rightarrow 1$$

$$\frac{3}{5} \rightarrow \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &\rightarrow [\times 3 \div 2] \rightarrow 1 \\ \frac{3}{5} &\rightarrow [\times 3 \div 2] \rightarrow \end{aligned}$$



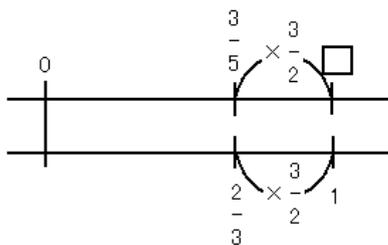
$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &\rightarrow \left[\times \frac{3}{2} \right] \rightarrow 1 \\ \frac{3}{5} &\rightarrow \left[\times \frac{3}{2} \right] \rightarrow \end{aligned}$$

意 計算の過程に注目することで、逆数にすることを気づかせたい。

自力解決 A

活 数直線の考え方をもとに、除数を逆数にして計算する。

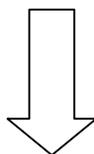
(活動例)



$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} &= \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2} \right) \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \right) \\ &= \frac{9}{10} \div 1 \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

支 $\frac{2}{3}$ が例えば $\frac{3}{4}$ でも同じ方法で計算できるかな。どんな計算のきまりがありそうかな。

意 分数のわり算はどの場合でも除数を逆数にしてかけることで答えを求められることに気づかせたい。

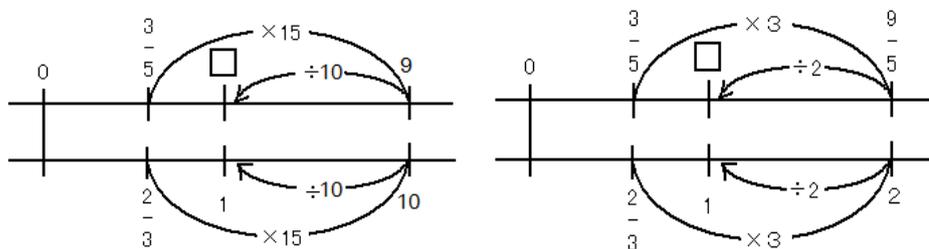


集団による課題の検討

活 それぞれの活動を比較するなかで、分数のわり算の計算の方法を確立させる。

どのように考えましたか。考え方を説明しましょう。

数直線を用いて具体的に考えていく。



支 数直線で考えたことを式に表してみよう。

意 立式する中で、両辺に同じものをかけても答えは変わらないという計算の決まりを意識化させる。

を立式する。

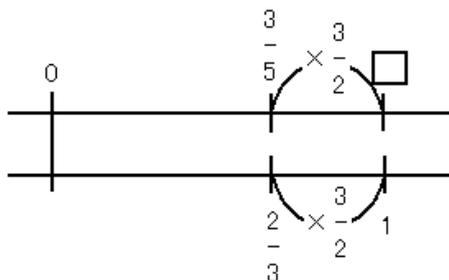
$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} &= \left(\frac{3}{5} \times 15 \right) \div \left(\frac{2}{3} \times 15 \right) \\ &= 9 \div 10 \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} &= \left(\frac{3}{5} \times 3 \right) \div \left(\frac{2}{3} \times 3 \right) \\ &= \frac{9}{5} \div 2 \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

支 を求めるために道順をより簡単にできないかな。

意 わり算が被除数の1あたり量を求めていることに気づき、より少ない手続き（除数を逆数にしてかけること）で答えを求めさせる。

数直線の考え方をもとに、除数を逆数にして計算する。

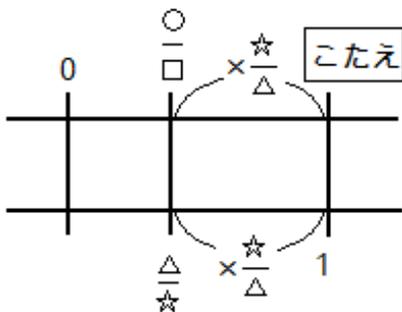


$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \div \frac{2}{3} &= \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{2} \right) \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \right) \\ &= \frac{9}{10} \div 1 \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

分数のわり算の計算のきまりを見つけよう。

支 ほかの分数の場合でも、「わる数をひっくりかえしてかける」というきまりが使えるかな。どんな数でも入れられる $\text{—} \div \text{—}$ でたしかめよう。

意 本時の課題だけでなく、どの分数のわり算の計算においても同じ操作で答えが求められることに気づかせる。



分数のわり算の計算方法

$$\text{—} \div \text{—} = \text{—} \times \text{—}$$

第6章 おわりに

分数のわり算が逆数になる理由に悩む小学生は多い。ジブリ映画『おもいでぼろぼろ』で主人公の少女がりんごを割って説明しようとするが上手くできないシーンからもそのことをうかがうことができる。分数のわり算の理解の困難はどこからきているのか、また、どのような指導が子どもたちの理解をうながすのかということに興味をもち本設計に取り組んだ。

分数のわり算は小学校算数の学習のまとめとよばれているだけあり、教材研究は多岐にわたり大変だった。結果、包含除ではなく包含除、除数の1あたり量を求めるというわり算そのものの意味、同じ数をかけても答えは変わらないという計算のきまりを用いたわり算の性質など、分数のわり算にはさまざまなツールを用いる必要があることがわかった。1年時から、現在の分数のわり算の確立を目指した学習が必要であるということ再認識できた。

本設計で学んだことは、自分の将来の指導に役立てることができると確信している。このように時間をかけて、教材研究をすることは難しいのでとてもいい経験となった。同時に、本講義で学んだ教材研究の方法も今後につなげていきたいと思う。（常友）

分数のわり算で除数を逆数にすることについて研究してきたが、はじめは数直線を理解することですら難しかった。というのも、私自身がわり算について何も知らなかったためである。計算そのものはできても、その実改めて聞かれても説明さえできない状態であった。「わり算はこうするべきである」という形式的な手順にばかり気を取られ、正確さや便利さのみを追求することが勉強だと考えていた。しかし「こうするべきだ」という背景にはそれを保障するものが存在しており、それを学習場面で児童が自ら獲得していくことも大切なのではないかと考えた。また、児童はこの単元を学習するまでも様々なことを学んでおり、既習事項を拡張させていくことの大切さにも気づくことができた。そのためには今までにどのような学習を経てきているのかを整理しておく必要があった。そこでの課題としては、既習事項の整理だけで手一杯となってしまう、今後の学習とのつながりについての考察が不十分であるという点である。今回の教材研究の出発点が自分たちにとっての困難な点からであったため、最終的な目的がはっきりしたのは終盤に差し掛かってからであった。指導案を作る際にも、目的が不透明のままであったことが原因して、思うように進めることができなかった。

残された研究課題としては、文章題での立式やたしかめをすること、そして整数・小数・分数で四則演算を完成させるという教材研究が不十分である。単元として分数のわり算を捉えたとすれば、2時以降の授業場面についても考察を深めたい。

最後に、この講義を通して教材分析の大切さや、学びの連続性を教師が理解しておくことの大切さを学ぶことができた。「学びの連続性」については卒業論文でも取り組む私にとっては重要な課題であるため、今後も研究していきたい。 (前田)

私は本授業での教材研究、そして実際に指導案を作成していく中で2つのことを学ぶことができた。1つ目は、教材研究が学習のねらいや活動設定などすべての土台となるため、教材研究を徹底的にしなければならないということである。私たちは教材研究を十分にできていなかったがために、実際に学習のねらいや活動設定をする際に土台となるものがなかった。そのため、再度教材研究を行わなければならなかった。教材研究といっても、教科書比較の中から課題点を見つけたり、分数を学習する必要性について考えたりと様々である。しかし、それらを通して私たちが得たいものは、「児童にどのような力をつけさせたいのか、また、そのためにどのような活動設定が必要なのか」という視点であり、共通の認識をもちながら行うことが大切であると学んだ。

2つ目は、教師が形式的に児童に教え込むのではなく、児童が自ら考えて活動する中で児童が新たに創り出す場を設定し、それを保障しなければならないということである。今回研究した「分数のわり算」を例に挙げると、除数の逆数をかければ答えが求まるということを実験的に教えるのではなく、どうして除数の逆数をかければ答えが求まるのかということを実習事項などをもとに児童が考える必要がある。その意味を理解した上で除数の逆数をかけるという活動をしてほしい。このように、児童に考えさせる場を保障するということは、それに対する支援のあり方についても考えることが重要となってくる。教師が「このようにすればよい。」と児童に教えることは簡単であるが、児童の考えを高めるための支援を考えることは非常に難しかった。今回挙げている支援にも、まだまだ改善の余地があると考えている。

最後に、今回学んだことは「分数の割り算」という単元のみではなく、他の単元でも言えることである。授業設計をする際には、今回学んだことを生かしながらいきたいと考えている。 (山中)

引用・参考文献

杉山吉茂（1982） 小学校算数の新しい評価 東京書籍

文部科学省（1999） 小学校学習指導要領解説 算数編 東洋館出版社

文部科学省（2008） 小学校学習指導要領解説 算数編 東洋館出版社

松坂和夫（1989）数学読本 岩波書店

啓林館 わくわく算数 平成 17 年度版

教育出版 算数 平成 17 年度版