数学学習指導設計
Ｄ班　レポート

工学部応用数理工学科
落合由貴
中西阿佑美
村野ひとみ
山崎愛紗美

目次

参考文献

新編数学Ⅱ（数研出版）
数学ⅡＢ　青チャート（数研出版）
http://nkiso.u-tokai.ac.jp/math/komori/jpeg/leibniz.htm
http://ja.wikipedia.org
http://redshift.hp.infoseek.co.jp/sci/murata/japan-west/japan-west-math.pdf

１．Ｄ班の活動

■数学Ⅱの単元を設定

「微分・積分」

～設定理由～

数学Ⅱで初めて習う「微分・積分」は、数学Ⅲや大学に入ってからも必要とする重要な単元であるので、土台となる基礎の数学Ⅱの「微分・積分」の授業を作りたいと思ったから。

■数学Ⅱと数学Ⅲの微分の違いについて

数学学習指導要領の抜粋（平成１５年度版）

<u>数学Ⅱ</u>

目標

式と証明・高次方程式，図形と方程式，いろいろな関数及び微分・積分の考えについて理解させ，基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り，事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばすとともに，それらを活用する態度を育てる。

<u>微分・積分の考え</u>

具体的な事象の考察を通して微分・積分の考えを理解し，それを用いて関数の値の変化を調べることや面積を求めることができるようにする。

ア微分の考え（ア）　微分係数と導関数

（イ）　導関数の応用

接線，関数値の増減

イ積分の考え（ア）　不定積分と定積分

（イ）　面積

［用語・記号］　極限値，

内容の取扱い (1)　内容の(1)のアの(ア)については，分母が二次程度までの分数式を扱うものとする。イの(ア)に関連して，解と係数の関係に触れる場合には，深入りしないものとする。イの(イ)については，数係数の簡単な三次方程式や複二次方程式を扱う程度とする。

(2)　内容の(2)に関連して，簡単な場合について軌跡及び不等式の表す領域を扱うものとする。

(3)　内容の(2)のイの(イ)については，円と直線の共有点を求める程度とする。

(4)　内容の(3)のアの(ウ)については，2 倍角の公式及びを扱う程

度とする。イの(ウ)については，対数計算は扱わないものとする。

(5)　内容の(4)のアについては，三次までの関数を扱い，イについては二次までの関数を扱うものとする。アの(ア)で扱う極限については，直観的に理解させる程度にとどめるものとする。

<u>数学Ⅲ</u>

目標

極限，微分法及び積分法についての理解を深め，知識の習得と技能の習熟を図り，事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばすとともに，それらを積極的に活用する態度を育てる。

<u>微分法</u>

いろいろな関数についての微分法を理解し，それを用いて関数値の増減やグラフの凹凸などを考察し，微分法の有用性を認識するとともに，具体的な事象の考察に活用できるようにする。

ア導関数　（ア）　関数の和・差・積・商の導関数

（イ）　合成関数の導関数

（ウ）　三角関数・指数関数・対数関数の導関数

イ導関数の応用

接線，関数値の増減，速度，加速度

［用語・記号］　自然対数，e，第二次導関数，変曲点

～数学Ⅱで扱わない部分～

・三角関数、指数関数、対数関数の微分
・高次導関数(グラフの凹凸と漸近線・変曲点)
・平均値の定理
・媒介変数表示と導関数
・導関数の計算(積・商・合成関数・逆関数)
・微分可能と連続

数学Ⅱでは、あつかう関数が限定されており（微分可能な関数のみであり、微分できることが前提となっている）、数学Ⅲでは微分不可能な関数も扱っている。

■数学Ⅱ「微分」のどこに焦点をあてるのかを決定

～数学学習指導要領をもとに考えた指導計画～
基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り，事象を数学的に考察し処理する能力を伸ばすとともに，それらを活用する態度を育てるという数学Ⅱの目標に基づき、「微分・積分」では具体的な事象の考察を通して微分・積分の考えを理解し、それを用いて関数の値の変化を調べることや面積を求めることができるようにする。

微分では、限りなく近づくという概念から出された技術を学ぶために、３次までの有理関数を対象として微分係数と導関数について理解し、微分法を用いて関数の増減を調べる方法とその増減表によるグラフの作成を教える。

↓

～「微分」の中の焦点を当てる単元～
微分の中で重要だと思う単元を選んだ。
① 関数の増減と極大・極小
② 関数の増減・グラフの応用

■なぜ①、②が大事と思えるのか、またどのような微分の世界を味あわせたいのかについて
その裏付けとして微分の歴史（どのようにして微分は出来たのか）を調べた。

■微分の歴史

☆微分積分学の出発点

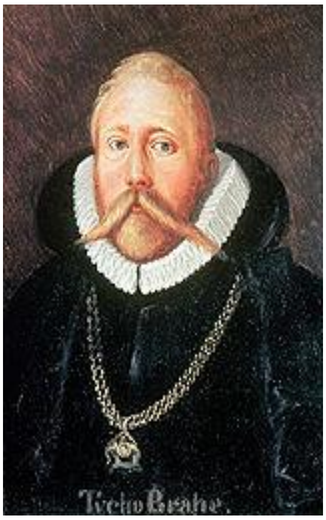


写真１　写真２　写真３

写真１：ニコラウス・コペルニクス
地動説を唱え、天体の運動を科学的に探究した。

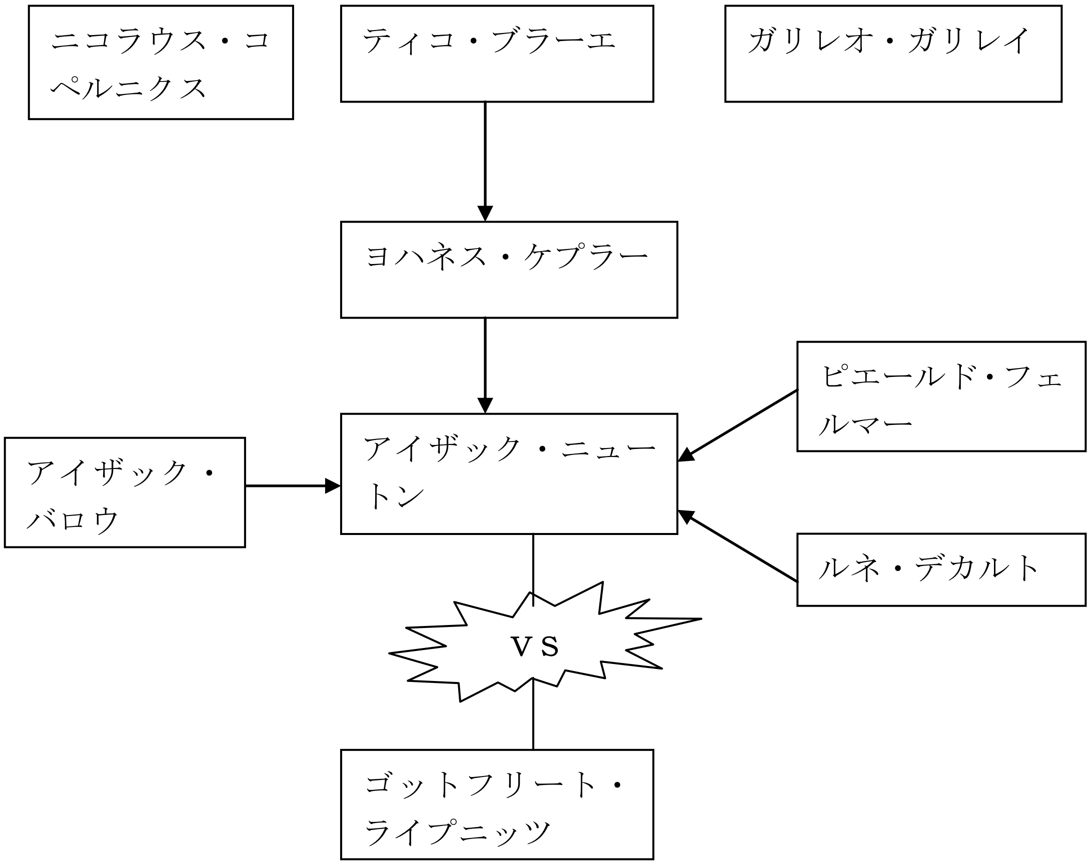
写真２：ティコ・ブラーエ
天空中における惑星の位置を記述するする膨大な量の数値データを収集した。

写真３：ガリレオ・ガリレイ
落体の運動を研究し、加速度・重力加速度を発見した。

この３人が研究･発見したものが微分という世界の始まりのきっかけであった。

コペルニクスは、地動説を唱えて、天体の運動を科学的に探求する端緒となりました。ピサの斜塔での実験で有名なガリレオ・ガリレイは落体の運動を研究し、加速度、重力加速度を発見しました。これは、微分積分学の出発点の１つと考えられます。また、木星の衛星や土星の輪を発見し、地動説を支える基になりました。
天才的な天体観測者であるティコ‐ブラーエは、生涯をかけて天体を観測し、死の直前に観測記録をケプラーに託しました。渡されたケプラーは、長い時間をかけて、火星の軌道を計算します。ティコの観測資料と適合させるため、楕円軌道を導入し、ケプラーの法則を発見しました。
楕円軌道の導入は、当時のキリスト教会による教条主義的世界観と異なり、天体の運動と地上の運動を統一的に扱おうとする端緒となりました。この考えは

ニュートンの万有引力の法則によって明確になります。
他方、デカルトは座標平面という考えを導入しました。この考えによって幾何学が解析学と結びつくようになりました。
17 世紀には多くの研究者が、運動学と関連して、微分法に関連する多くの結果を残しています。



☆微分発見まで



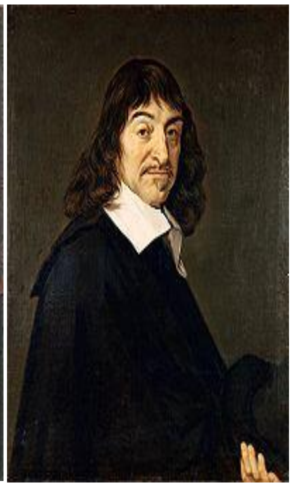
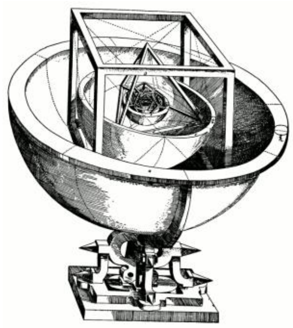



写真 4　写真 5　写真 6　写真 7

写真 4:ヨハネス・ケプラー

惑星運動の数学的規則化を定式化し、ケプラーの法則を発見した。



ケプラーの多面体太陽系モデル

写真 5:アイザック・バロウ

曲線の接線の引き方を考えた。

アイザック・ニュートンを指導した。

写真 6:ピエールルド・フェルマー　、写真 7:ルネ・デカルト

曲線の接線の描き方を考えるうえで微分法を考えた。

ここで微分の発見に関してもう少し詳しく見てみる。微分法はニュートンの師匠である

バロウの考えをもとにニュートンが発見した。

☆微分法の発見

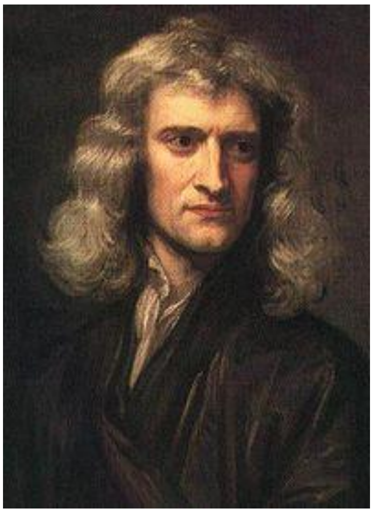
 

写真 8　　　　　　　　　　　　　　写真 9

写真 8：アイザック・ニュートン

近代物理学の創設者であり微分積分学の発見者。微分積分学と共に万有引力、光の分析を発見した。微分積分の基本定理を発見し、従来別の学問だと思われていた微分法と積分法を記号化することによって統一した。

<u>ニュートン法</u>

まず初めに理論的に真の解に近いと思われる値を予想すると、関数はその接線によって近似化される。そしてこの接線の x 切片を計算する。このx切片の値はもとの予想された解により近いものとなるのが一般である。以後、この値を解として同じ操作を繰り返していく。

ここでは、考える問題を $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}$ として

f(x)＝0

となる x を求めることに限定する。このとき、x の付近に適当な値 x_0 をとり、次の漸化式によって、x に収束する数列を得ることができる場合が多い。

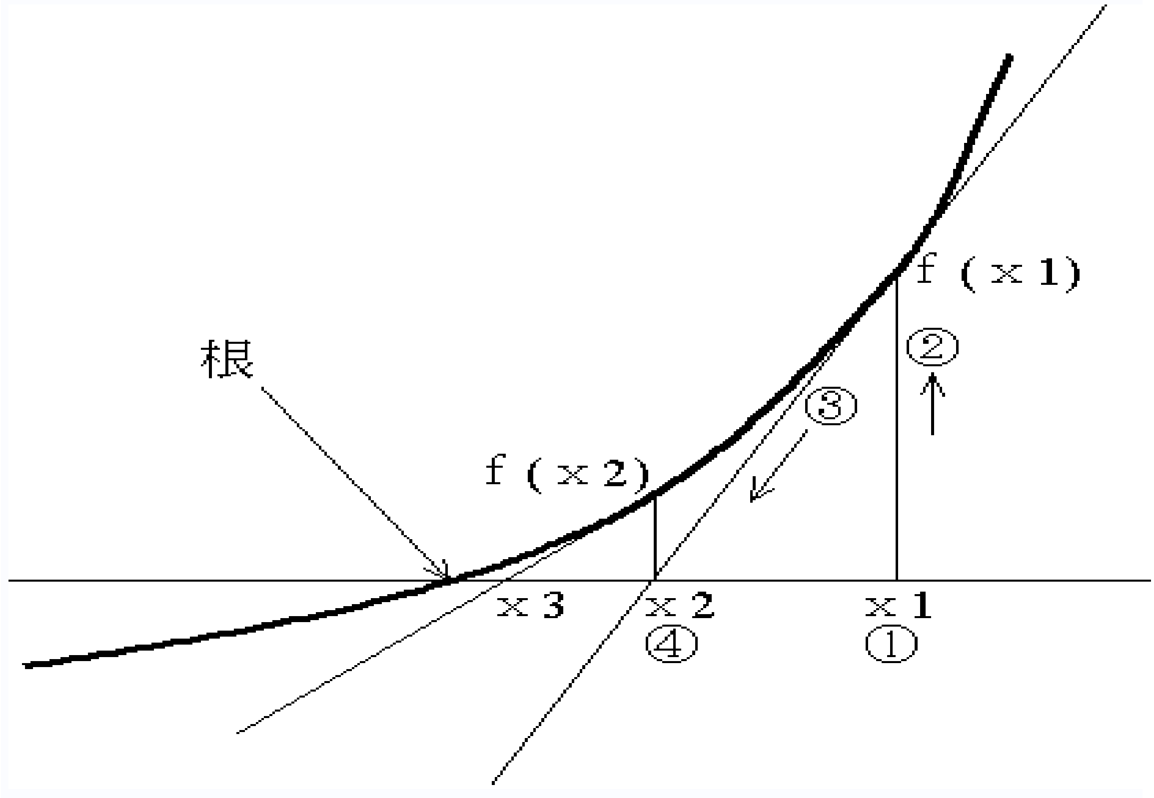


写真 9：ゴットフリート・ライプニッツ

微分積分学および現在でも使用されている微分積分の記述のほとんどを発見した。

ライプニッツの法則として、微分可能な関数fおよびgに対して、

$\frac{d}{dx}\{f(x)g(x)\}=f(x)\frac{d}{dx}g(x)+g(x)\frac{d}{dx}f(x)$ がある。

フェルマーやデカルトによって、曲線の接線を考える上で考え出された微分の決定的な業績は、ニュートンおよびライプニッツによってもたらされた。ニュートンは、微分と積分を統合して、両者がある意味で逆の関係にあることを見抜いた。やや遅れてライプニッツも同様な発見をした上、現代も用いられる微分積分の記号表記法を考案してその後の研究の基礎を築いた。
ニュートンとライプニッツ以前は、面積を求めることと、接線を求めることは別の問題であった。そしてニュートンが別問題であると思われていた微分法と積分法を統一した。

ニュートンの発見はライプニッツより10年ほど先んじていたことがわかっている．しかし，ライプニッツはニュートンとは 独立に発見 していた。

■授業設定

当初は、関数の増減と極大・極小、関数の増減・グラフの応用に焦点を当てるつもりだったが、微分の歴史を調べた結果、接線を引こうとしたことから微分は始まったのだと分かったので、接線を扱う問題に設定を変更した。

また、生徒が微分に興味を持ちやすくしたいので、微分の歴史を導入として扱う。

＜問題＞

関数$y=2x^2-4x+3$のグラフの上に点Ａ（２，３）をとる。点Ａにおける接線 l における接線 l の傾きの接線の方程式を求めよ。

■期待される活動、支援と学習指導案の作成

２．指導計画

■指導計画（全７時間扱い）

第一次　微分係数と導関数・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・（２時間）

　第１時　導入と接線を求める演習・・・・本時

　第２時　微分係数と導関数の計算

第二次　関数の値の変化・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・（５時間）

　第１時　関数の増減と極大・極小

　第２時　関数の増減（関数の最大・最小）

　第３時　グラフの応用（方程式への応用）

　第４時　グラフの応用（不等式への応用）

　第５時　演習

○具体的な指導計画

時	指導内容	指導目標	中心となる考え	問題
1 本 時	微分の導入と接線を求める演習	微分を使って接線の方程式を求める。	極限を用いて、平均変化率から微分係数を導く。導関数の定義を導く。	関数 $y=2x^2-4x+3$ 上の接線の方程式を求めよ。
2	微分係数と導関数の計算	微分係数と導関数の理解	１時の考えを用いて、微分の計算をする。関数の定数倍および和と差の導関数について理解する。	$y=3x^2+2x-4$ を微分せよ。
3	関数の増減と極大・極小	関数の増減を理解しグラフを描けるようにする。また、極値の理解。	増減表から考える。 グラフから考える。	$y=x^3-3x^2+3$ の増減を調べ、極値を求めよ。
4	関数の最大・最小	関数の増減やグラフを利用して、関数の最大値と最小値の理解。	増減表から考える。 グラフから考える。	$y=-x^3+3x^2$ $(-1\leqq x\leqq 4)$ の最大値と最小値を求めよ。

5	方程式への応用	グラフを利用して方程式の実数解の個数を調べる。	増減表からグラフを描いて考える。方程式 f(x)=a の実数解の個数は、関数 y=f(x)のグラフと直線 y=a の共有点の個数に等しいことを理解。	方程式$x^3+3x^2=a$が異なる３個の実数解をもつとき、定数 a の値の範囲を求めよ。
6	不等式への応用	グラフを利用して不等式の証明ができるようにする。	増減表からグラフを描いて考える。関数 f(x)の最小値が 0 であるとき、f(x)≧0 となることを理解。	$x \geqq 0$ のとき、$x^3+4 \geqq 3x^2$が成り立つことを証明せよ。また、等号が成り立つのはどのようなときか。
7	演習			

３．数学指導案

■本時の学習

○本時の目標

・２次関数では判別式を使って接線を求めることができる。しかし、３次関数以上では微分を使わないと求めることができないことを理解させる。

・２次関数以上の接線は無数にあるが、ある点における接線は 1 本しか引けないことを理解させる。

・微分を使って接線の方程式を求め、一般的に接線の方程式で定義できるようにする。

○本時の授業構成

導入（微分の歴史について）

接線を求める演習

・2 次関数：判別式による解法と微分による解法

［問題］

関数$y=2x^2-4x+3$のグラフ上に点Ａ（２，３）をとる。点Ａにおける接線lにおける接線lの傾きmと接線の方程式を求めよ。

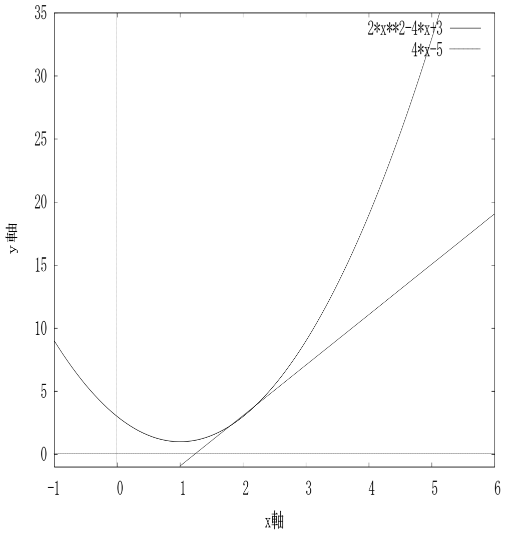
○本時の展開

<table>
<tr><th>学習内容</th><th>活動への支援</th></tr>
<tr><td>１：微分の導入として、微分の歴史について大まかに話す。</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">[先生の話]
微分はアイザック・バロウが曲線の接線を引こうとしたところからと、ピエールド・フェルマーが曲線の接線の描き方を考える上で微分法を考えたのがきっかけでした。そして、後にアイザック・ニュートンが微分を記号化し、微分と積分を統合して、両者がある意味で逆の関係であることを発見しました。その一方で、ゴットフリート・ライプニッツも同じ時期に同様な発見をしました。そのため二人は先権を争いました。これから、皆さんが習う微分法のほとんどがライプニッツによって記号化されたものです。</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>

２：問題場面を把握して、本時の学習課題をつかむ。

［問題提示］

関数$y=2x^2-4x+3$のグラフ上に点Ａ（２，３）をとる。点Ａにおける接線ｌにおける接線ｌの傾きmと接線の方程式を求めよ。



３：数学的活動Ａ

判別式から接線の傾きを求める。

［活動 A1］

接線の方程式を$y=mx+b$とおく。この接線の方程式が$y=2x^2-4x+3$と点Ａ（２，３）で交わることを利用する。そして、判別式を用いて傾きmを求めて接線の方程式を導く。

［支援 A1］

接線の方程式を$y=mx+b$とおいて、$y=2x^2-4x+3$との交点が点Ａ（２，３）という関係から直線の式を求めよう。

［活動 A2］

接線の方程式を$y=mx+b$…①点Ａを通るので①にＡ（２，３）を代入する。すると、$2m+b=3$となる。よって、$b=3-2m$…②

①を$y=2x^2-4x+3$に代入する。

$2x^2-(4+m)x+3-b=0$

②より$2x^2-(4+m)x+2m=0$

［支援 A2］

判別式をＤとする。$D=0$のとき２次関数の解は重解となり、これは直線と１点で交わることを表わしている。したがって接線が導き出される。

［活動 A3］
判別式をＤとする。
$D=(4+m)^2-4\times 2\times 2m=0$
$m^2-8m+16=0$
$(m-4)^2=0$
よって、$m=4$
②より、$b=3-2\times 4=-5$
したがって、接線の方程式は$y=4x-5$となる。

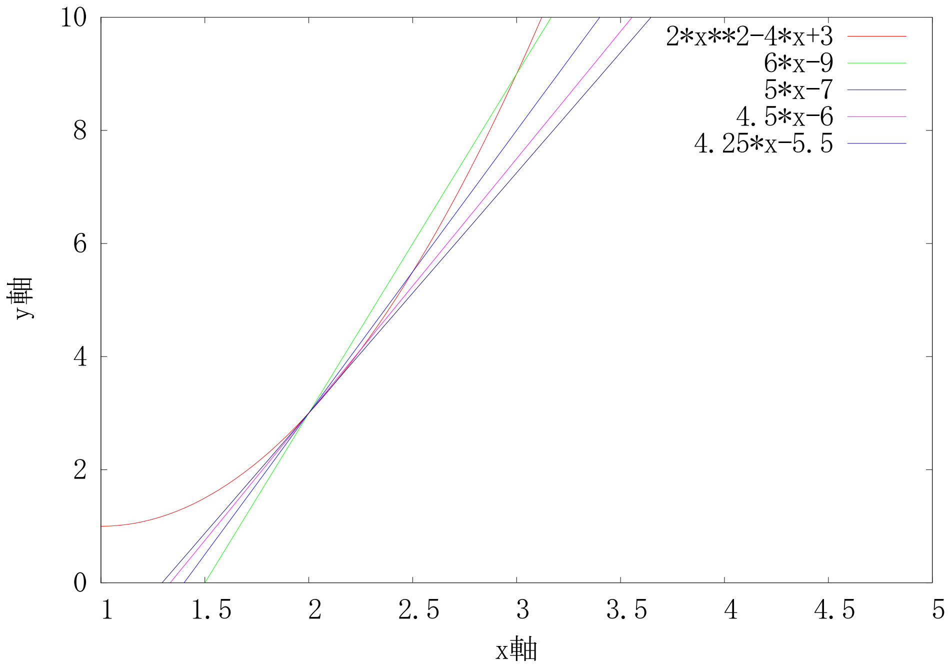
［活動ＡからＢへの支援］
判別式は２次関数の時しか使えない。
では、別の方法で考えてみよう。

４．数学的活動Ｂ

グラフを用いて考える。

［支援 B1］
点Ａとある点Ｂを結び直線を引く。この２点の幅をどんどん狭くしてき１点に近づける。
その時の傾きを求めよう。

［活動 B1］
A(2，3)　B(3，9)のとき　→　傾き：6　$y=6x-9$
A(2，3)　$B\left(\frac{5}{2},\ \frac{11}{2}\right)$　→　傾き：5　$y=5x-7$
A(2，3)　$B\left(\frac{9}{4},\ \frac{33}{8}\right)$　→　傾き：4.5　$y=4.5x-6$
A(2，3)　$B\left(\frac{17}{8},\ \frac{113}{32}\right)$　→　傾き：4.25　$y=4.25x-5.5$



［支援 B2］

x を b から a に限りなく近づいていくと一定の値に限りなく近づいていく。

このことを b→a の極限値という。

$$\lim_{b\to a} f(x) = \alpha$$

となる。

［活動 B2］

点Aと点Bをつなぐ直線の傾きは、$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ と表わされる。

よって、点Bを点Aに限りなく近づけたときの傾きは $\lim_{b\to a}\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ となる。

A(2，3)　B(2＋h，f(2＋h))のとき、傾きは　$m=\frac{f(2+h)-f(2)}{2+h-2}$

このとき、h を限りなく 0 に近づけると

$m=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2h^2+4h}{h}=\lim_{h\to 0}(2h+4)=4$

したがって、m＝4

接線の方程式はｙ＝４ｘ＋ｂとおける。
Ａ(２，３)を代入すると、ｂ＝－５
よって、接線の方程式はｙ＝４ｘ－５となる。

［活動ＢからＣへの支援］

$\mathrm{f}(\mathrm{x})=\mathrm{x}^{\mathrm{n}}$のとき、点Ａ$(\mathrm{x},\ \mathrm{x}^{\mathrm{n}})$、

点Ｂ$(\mathrm{x}+\mathrm{h},\ (\mathrm{x}+\mathrm{h})^{\mathrm{n}})$とすると、

傾きはどうなるか考えてみよう。

５．数学的活動 C

「活動 B」から微分の公式を導き、それを使って用いて接線の方程式を求める。

「支援 C1」まず f(x)=x^n(n は整数)の微分を微分の定義を用いて求めてみよう。
「活動 C1」数学 A で習った二項定理を用いると、

$(x+h)^n=x^n+nC1X^{n-1}h+nC2X^{n-2}h^2+\cdots+nCnh^n$だから、

$$f'(x)=\lim_{h\to0}\frac{(x+h)^n-x^n}{h}=\lim_{h\to0}\frac{x^n+nC1X^{n-1}h+nC2X^{n-2}h^2+\cdots+nCnh^n-x^n}{h}$$

$$=nC1X^{n-1}=nx^{n-1}$$

$f'(x)=nx^{n-1}$ということがわかったね。
これは公式だから覚えておこう。

「支援 C2-1」では、この公式を使って接線ℓの傾きｍを求めてみよう。
「活動 C2」活動 C1 より、f'(x)=4x-4
これが x=2 を通るから f'(2)=4×2-4=4
よって、m=4 である。
「支援 C2-2」微分の公式から、この問題の接線の傾きが 4 だということがわかったね。
「支援 C3」では、接線の傾きを求めてみよう。
「活動 C3」「活動 A」で考えた接線の式に適用すると、y=4x+b
これが点(2,3)を通るので代入をして、
3=4×2+b　　　∴b=-5
よって接線の方程式は y=4x-5 となる。

○練り上げ
問題提示での場面で（Ｔ）→ 先生　（Ｓ）→ 生徒　とする。
生徒は数学的活動Ａまでできていることを条件とする。

数学的活動Ａ→Ｂ：２次関数でないと判別式が使えないことを理解させ、他に解法がないかを考えさせる。

（Ｔ）「この問題は２次関数だけど３次関数になったらどうやって解いたらいいかな。」

（Ｓ）「２次関数でないので判別式が使えません。」

（Ｔ）「そうだね。では他の解き方をみんなで考えてみよう。」

数学的活動Ｂ：ｘをｂからａに限りなく近づけたとき一定の値に近づく。この値が接線の方程式の傾きｍとなることを理解させる。

（Ｔ）「点Ａと点Ｂを結んで直線を描いて、点Ｂを点Ａにどんどん近づけていこう。その時の傾きｍはどうなるかな。」

（Ｓ）「４に近づいていってるよ！」

（Ｔ）「そうだね。ｘの値をｂからａに近づけるとある一定の値になることがわかるね。これが極限って言うんだよ。では、Ａ(２，３)　Ｂ(２＋ｈ，ｆ(２＋ｈ))として極限を使ってｈを０に近づけてみよう。」

（Ｓ）「傾きｍは４になるんだ！！」

数学的活動Ｂ→Ｃ：$f(x)=x^n$のとき、傾きがどうなるか考えさせる。

（Ｔ）「$f(x)=x^n$のとき、点Ａ（ｘ，ｆ(ｘ)）と点Ｂ（ｘ＋ｈ，ｆ(ｘ＋ｈ)）として傾きを考えてみよう。」

（Ｓ）「極限を使ってｈを０に近づけるんですよね。」

（Ｔ）「では、やってみましょう。」

数学的活動Ｃ：$f(x)=x^n$のときの傾きを定義させ、導関数の定義を使って接線の方程式が解けるようにさせる。

（Ｓ）「$(x+h)^n$が展開できません。」

（Ｔ）「$(x+h)^n$は二項定理を使えば展開できるよ。数学Ｉで習ったよね。」

（S）「二項定理を使うのか！！」
（T）「では、やってみましょう。」
（S）「$f'(x) = nx^{n-1}$になるんだ！」
（T）「$f'(x)$が何を表わしているかわかるかな。」
（S）「さっきの問題と同じことをしているから、接線の方程式の傾きになるんだ！」
（T）「そうですね。では、みんなで定義した公式を使って問題を解いてみましょう。」
（S）「y′=4x－4 だ。これが点 A を通るから傾きｍは４だ！接線の方程式はｙ＝４ｘ－５ですね。」

数学的活動 C→
（T）「３次関数の場合はどうやって接線の方程式を求めたらいいかわかったかな。」
（S）「３次関数のときは微分を使ったら、傾きを求められます！」

〇まとめ

導関数 $f'(x) = nx^{n-1}$となることがわかる。

ある点における接線は１本しか引けないことがわかる。

問題の傾きは、平均変化率より $f'(2)=\frac{y-3}{x-2}$より、$y-3=f'(2)(x-2)$となる。

一般的に、$y=f(x)$上の点 $A(a,f(a))$における接線の方程式は、

$f'(a)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$より、$f(x)-f(a)=f'(a)(x-a)$となる。

４．個人の振り返り

山崎愛紗美

単元設定を行う上で、班で微分の中で何が一番重要になってくるのかということを考えたときに初めはあまり思い浮かばなかったけれど、微分法ができた経緯や歴史を調べてみたら、微分が接線を引くことから始まったということを知れたことので、考えやすくなった。

また、歴史を調べてみてとても興味深かった。アイザック・ニュートンとかライプニッツという名前は知っていたけれど、微分法に関与しているということは、今回初めて知った。

今までただ単なる数学の問題としかとらえていなかったけれど、微分法ができるまでの歴史や背景を知ることで、親近感がわき、問題設定や指導案作成を行うにあたってやりやすかった。

自分たちの考えた問題から、期待される活動や支援を考えるのは難しかった。

また、作ってみて期待される活動を考え、それに対する支援をどのように行えば効果的なのかということを考えることの大切さが実感できたような気がする。

私自身が、今まで生徒として経験してきたことを思い出すと、問題の解き方を教わり、それから解く練習をする授業のイメージがあったけれど、自分で自己解決して練り上げていく授業を受けたことない気がするけれど、今回そのような授業を作ってみて、生徒たちにとって、そのような授業構成の方が良いと思った。

今までに指導案を作った経験が少ないので、若干手間取ってしまったが、しっかりと取り組めたと思う。今後、指導案を書く機会が多くなっていくと思うけれど、今回半年間かけて経験してきたことを生かして、より良いものを作成できるようにしていきたいと思った。

全体を通して、今回、微分の導入から接線を求めるという単元設定をしてみて、いろいろなことが学べたと思う。

中西阿佑美

微分の歴史は、微分を発見して接線が分かったのではなく、接線を発見して微分が分かったということを、この授業設計を通して分かった。初めは数学Ⅱの「微分・積分」で、グラフの極大や極小などを求める授業設計を考えていたが、この微分の歴史から私たちは「接線の方程式」の授業設計をしていこうとなった。

しかし、接線の授業を設計することは、こんなにも難しいのだなと思った。まず、微分というものを生徒に理解してもらうという所が難しかった。

2次の関数を使った接線の方程式を求めるのは、数学Ⅰで習った判別式を使うと求められるし、3次以上では、判別式が使えないから微分を使って解くということになるのだが、そこまで持って行くことが大変だった。極限からリミットを用いて微分の定義をして、そこから二項定理を用いて一般的な微分の公式を皆で証明をするという流れで授業の計画を立てたのだが、判別式の解法から、微分の定義を用いた解法へ、そして微分の定義を用いた解法から微分の公式を用いた解法へという流れで生徒には数学的活動をしてほしいのだが、どのようにしたら生徒はそのような活動をしてくれるのか、またそのように行う意味も生徒に教えなければならないと思った。

「判別式では2次関数の接線を求める方程式までしか出来ないから、3次関数以上では平均変化率を用いて関数の極限を取り、微分を用いて表す。」私たちは、このような説明で生徒に理解してもらおうと考えた。

微分がわかれば、最後に接線の方程式の公式を皆に教えるといった流れであったが、これは、比較的生徒にも分かってもらえると思った。

この半年間の数学的授業設計を通して、自分たちの活動や他の班の活動を見て生徒に数学を教えることの難しさも分かったし、どのように教えていけば生徒は理解してくれるのかということが少しは勉強になったと思う。もし自分が将来高校の数学の教師になる時が来るのであれば、自分たちの班の活動や他の班の良かった所を盗みつつ、生徒に理解してもらえる授業をしていきたいです。その過程で、生徒の数学好きが増えればなおさらいいなと思います。

半年間ありがとうございました。

<u>村野ひとみ</u>

授業の指導案を作る上で、必要なのは教科書だけではないのだと思いました。今まで、数学Ⅱと数学Ⅲでの「微分」の違いについて考えたことはなかったのですが今回調べていくうちに違いについても理解することができました。また、微分についての歴史を調べていくうちにさまざまな学者とも出会うことができました。微分法の発見のきっかけが接線の方程式であったことに驚きました。また、もともと微分法と積分法は別々のものでアイザック・ニュートンによって記号化されたことによってその結びつきが発見されたということにも驚きました。微分の歴史を知るうちに微分に対する視野が広まり、より興味を持つことができました。指導案に取り掛かるまでも大変でしたが指導案を考えていく上でも大変でした。班員で討論しながら、疑問を感じたり納得したり、さまざまなことを吸収することができたように思います。期待する数学的活動・支援についてもなかなかまとまらなくて、お互いが考えを出し合い議論し合いなんとかまとめることができました。また、昨年度の先輩方が作ったものを参考に

させてもらいながらなんとか練り上げも完成させることができました。溝口先生に見てもらいアドバイスをもらったり褒めてもらったりと、嬉しい反面厳しい言葉も頂きましたが、そのたびにみんなで話し合いお互いの考えを共有することができました。一般化から拡張、さまざまな生徒がいるなかでどのような授業を展開していくのかが重要になってくるのだと思いました。完璧にいいものができたとは言えませんが、このように自分ひとりだけの考えではなく多くの人の考えにふれることができ、とてもよかったです。しかし、教師になって実際に教壇に立つときはひとりなのでそれまでにしっかり知識を収得して視野を広く持てるようになりたいです。

落合由貴

指導案を作るにあたって、まず私たちの班では数学Ⅱの「微分法」に焦点を当てた。高校では数学ⅡとⅢに「微分法」の単元がある。この２つの違いは学習指導要領から、扱う関数が違い数学Ⅱでは３次までの有利関数を扱うということがわかった。また、微分の歴史を調べることによって、微分が作られたきっかけは接線問題からであるとわかった。アイザック・バロウやピエールド・フェルマー、ルネ・デカルトが曲線に接線を引こうとしたところから発展し、アイザック・ニュートンとゴットフリート・ライプニッツがそれぞれ独立して微分積分学の基本定理を発見し、従来は別の学問とみなされていた微分法と積分法を統一したことがわかった。歴史を調べる前は、関数の増減と極大・極小などを求める授業設計を考えていたが、微分の歴史を調べたことから、微分のきっかけが曲線に接線を引くことだったので、「接線の方程式」を求める授業設計をすることにした。

授業設計では、２次関数のある点における接線の方程式を求める問題にしたので、数学的活動 A は判別式を使って接線の方程式を求めるようにした。数学的活動 B では、極限の意味を理解させて極限を使って接線の傾きを求めるようにした。数学的活動 C では生徒と一緒に導関数の定義を導き、接線の方程式を求めるようにした。生徒がどのような活動をするのかを予測して数学的活動 ABC を設定し、その支援を考えるのが難しかった。特に微分を知らない生徒に対して、数学的活動 A から B に、また B から C にどのように支援し、数学的活動 ABC を一つに繋げていったらいいのかを考えるのがとても難しかった。

授業を作るにあたって、数学的活動 ABC を考えて生徒全員が練り上げによって数学的活動 C までできるようになるような授業を作るのが重要だと思った。生徒がただ問題を解けるようになるのではなく、自分で定義を導くことによって、いろいろな問題に応用できるようになる授業をしていきたいと思った。