

円順列と数珠順列

A 班

吹野遼介 中井佑紀 相根晶 伊藤明広

2009/02/19

1. 教科、科目名 数学・数学A

2. 指導内容 順列

●順列を選んだ理由：順列の中でも様々な考え方があり、生徒が混乱する分野でもあるので、そこをわかりやすく生徒に教えたかった。

3. 歴史

確率論の歴史は、フランスの数学者パスカルとフェルマの手紙のやりとりがきっかけで始まるのだが、そのきっかけをつくったのは当時フランスの社交界で名を馳せていたシュヴァリエ・ド・メレという賭事によく通じていた人物である。彼があるタイプの賭が有利か不利かの計算の仕方に疑問をもち、友人のパスカルに質問したのがことの始まりである。ある条件での賭が自分にとって有利か不利か、という損得に関わる実践的な指針を得るために確率の計算方法が探求され始めた、というのが確率論のルーツである。

4. 単元の目標

- ①順列の考え方を理解し、具体的な事象の起こりうる場合を順序よく整理し、考察することができる。
- ②順列の用語、総数、階乗、記号を明確に理解している。
- ③円順列の公式を理解し、それを利用することができる。
- ④条件が付く順列を、見方をかえたり、様々な方法を考えて処理することができる。

学習内容	本時の目標	中心となる考え	数学的活動
【第一時】 順列の定義	P の定義を利用して、簡単な順列の問題を求められるようにする。	n 個の中から r 個取り出し 1 列に並べる並び方。 P の定義について。	①樹形図を書く ②公式を導き出す ③公式を P にあてはめる
【第二時】 重複順列	重複順列を理解し、問題を解くことができる。	n 個の異なるものから、重複を許して、r 個取り出して、並べたものの並び方。	①樹形図を書く ②公式を導き出す
【第三時】 いろいろな順列	第一時、第二時で習った順列と円順列、数珠順列を区別す	本時の授業設計	本時の授業設計

	る。		
【第四時】 順列まとめ	順列・組合せの考え 方を用いて具体的な 事象を的確に考察で きるようにする。	今まで習った順列の まとめを行う。 応用問題も組み込 む。	問題が自力解決でき るように支援する。

4. 授業のテーマ設定

「円順列と数珠順列の違い」

●テーマ設定の理由：円順列と数珠順列の考え方は似ているが、平面でみるか、立体でみるかによって全然違うものになってくる。その違いをきちんと生徒に理解してもらおうとこのテーマに設定した。

今回は順列の第三時を授業設計する。

●本時の目標●

- ・円順列の応用として、順列やいろいろな条件がついた円順列を扱い、単に公式を適用するのではなく、問題を分析し、状況に応じた処理能力が養えるようにする。
- ・同じものを含む順列は、組合せの応用として扱い、具体例を通して考えていく。

4－1 【問題内容】

[問題 1]

すべて異なった色の m 色のビーズがある。

これらを机の上に円に並べる。

何通りの並べ方がありますか？

(1) 青、赤、黄の3つのビーズを使って円を作ります。

並べ方は何通りか？

(2) (1) に緑のビーズが加わり、4つのビーズを使って円を作ります。
並べ方は何通りか？

(3) (2) に紫のビーズが加わり、5つのビーズを使って円を作ります。
並べ方は何通りか？

[問題2]

すべて異なった色の m 色のビーズがある。
これらを使い首飾りを作る。
何通りの並べ方がありますか？

(1) 青、赤、黄の3つのビーズを使って首飾りを作ります。
並べ方は何通りか？

(2) (1) に緑のビーズが加わり、4つのビーズを使って首飾りを作ります。
並べ方は何通りか？

(3) (2) に紫のビーズが加わり、5つのビーズを使って首飾りを作ります。
並べ方は何通りか？

4-2 なぜこのような問題を設計したか。

・円順列と数珠順列の関係性や違いを理解させるため、二つの問題を連続した思考で出題しそれに気づきやすくしたかったから。

！ 回転して同じと見なされるものについては、全部同一であることを気付かせる。(円順列)

！ 平面ではなく、立体で考える。(円順列→数珠順列)

・ 公式を全く知らない状態からこの問題を出題したのは、生徒が自分で円順列、数珠順列

の公式を導き出せるようにしたかったため。

！ 問題が m 、 n で表させているので、具体的数字を当てはめてみる。

！ でてきた答えから円順列、数珠順列の一般式を考えさせ、 n 、 m の場合の答えを導く。

4－3 予想される生徒の数学的活動

生徒A

順列を使わず解決しようとしている。

生徒B

順列を使っているが、回転させると同じになるということに気付かずに解決しようとしている。

生徒C

円順列に関しては手際よく解決できているが、数珠順列になると円順列との違いに気付かずつまづいてしまう。

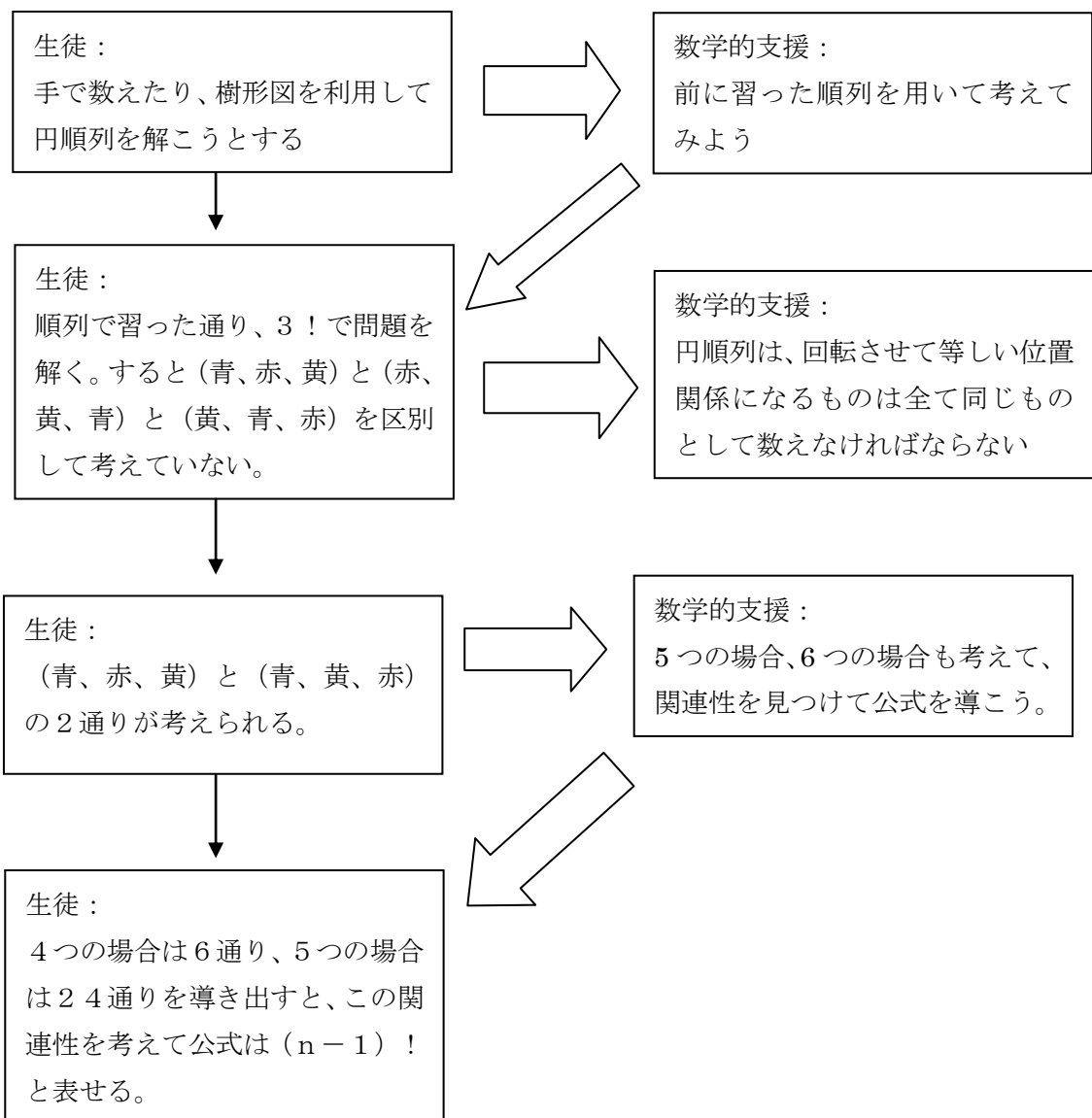
生徒D

円順列、数珠順列とも手際よく、洗練された考え方をし、新しい見方や考え方を生み出そうとしている。

4－4 数学的支援

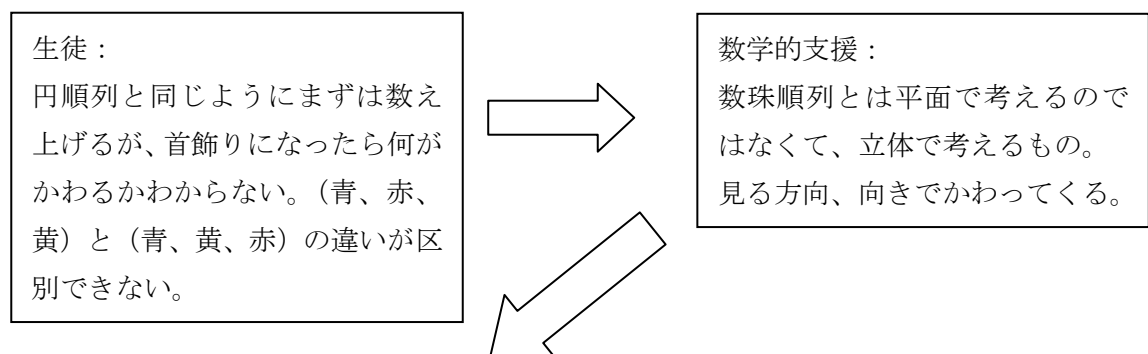
[問題1]

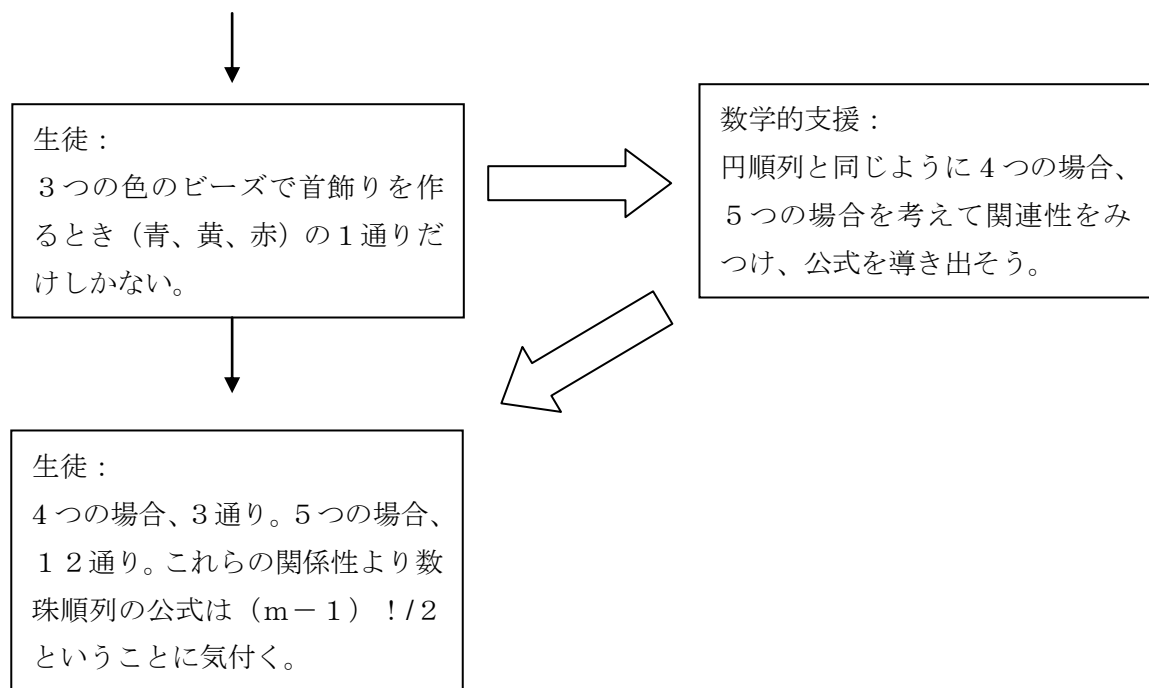
(1) 青、赤、黄の3つのビーズを使って首飾りを作ります。
並べ方は何通りか？



[問題 2]

(1) 青、赤、黄の3つのビーズを使って首飾りを作ります。
並べ方は何通りか？





数学的支援 1

問題を解決しようとしている最中につまずいてしまい、活動が止まってしまった生徒に、補足説明や解決の補助を与え、つまずきを解決させて数学的活動を続けさせる。

数学的支援 2

生徒の現時点でのレベルから、より高いレベルにもっていくため、別の考え方を与えて新しい解決法を見出させたり、それに向かって数学的活動を取り組ませる。

数学的支援 3

生徒に自分の行っている数学的活動に対しての数学的な意味づけをさせ、それまで行ってきた活動も数学的な意味を考えながら見直すことができる。

4－5 生徒の自力解決

4－6 練り上げ

「問題 1」

- ・順列と円順列の違いに気付かせる。

円の一部を切り取り、直線上にビーズを並べると考える。

すると、並べ方は

$4!$ だと気付かせる。

直線上では違う並びでも、円に戻したときに、回転させれば同じ並びだということに気付かせる。 $(4 - 1) !$

「問題 2」

- ・円順列と数珠順列の違いに気付かせる。

ビーズのネックレスを作る場合、どちらが表と裏があるということに気付かせる。

それから、表と裏では重複する並び方があるということに気付かせる。

$(4 - 1) ! / 2$

5 自己評価

○生徒のことをしっかり考え、どのような思考をするか予測し、授業を組み立てていくことはと、やはり大変だと実感した。しかし、より良い算数・数学教育を行っていくためにはこれをもっと充実したものにしなないといけない。また、生徒にどれだけ考えさせることができるか、ということが重要だと感じた。ただ授業を受けるだけで終わったらなんの学習にもならない。生徒にどれだけ関心をもたせ、解きたい、考えたいと思わせる授業は必要だと思った。そのために、授業計画をしっかり立て生徒の興味をそそるような授業を行いたい。(中井)

●数学学習指導設計の授業でまず行った数学の過去の歴史などを知ることにより、なぜ今の教科書にこの公式がのってるのか、などの理由がわかったような気がしました。

また過去を知ると、過去の失敗や問題は必ず現在で数学を教えているときに問題や失敗する点に共通してくるであろうということに気付きました。

これらのことを考えていくと、授業をするにあたりどのような問題を生徒に与えてあげるべきであり、さらに授業を行うにあたり、どのような問題があるかを予測してそれに対応する準備をする必要があるのだということを学びました。(伊藤)

○歴史についても調べたがどうして確率論ができたとか今まで知ることのなかったことについて触れられることができてとても感心した。

最初は確率論について授業設計をやっていこうかと思っていたが、円順列、数珠順列に途中から変更したことは完璧に僕たちの勘違いから始まったことだけど、確率論と円順列、数珠順列は精通するところが多々あり、数学はどんな分野においても繋がっているんだなと思った。

一つの分野を授業で教えるということは、とても大変なことで色んなことを考えなくてはならないということを今回の班での作業で考えさせられた。生徒がこの問題にたいしてどのような考え、回答をするのか？それに対してどんなアドバイスをすればより正しい回答に導いてやれるかなど、自分が生徒の立場になって考えることがとても多かったように思った。

この授業で学んだことや、やり方はこれからも絶対必要となることなので、とても大事にしていきたい。(吹野)

●この講義で指導案を作成するにあたり、単に指導案を作ればよいと思っていました。しかし、『確率』とは何なのかということから始まり、『確率』と『組み合わせ』の違いや『確率』の歴史などいろんなことを調べてみて、自分で思っていた以上に大変だった。自分は『確率』という分野はどちらかというと苦手だったので、少し復習するような感じでできたし、自分が教育現場に出たときに苦手な分野を教えるときどうすればいいのかという参考にもなりよかったと思う。(相根)