B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

令和元年度

数学学習指導設計Ⅱ

B 班

入澤 はな

渡邉 衿子

出村谷 夏海

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

1. 単元設定と設定理由

1.1 単元設定

中学 1 年生で習う比例反比例

1.2 設定理由

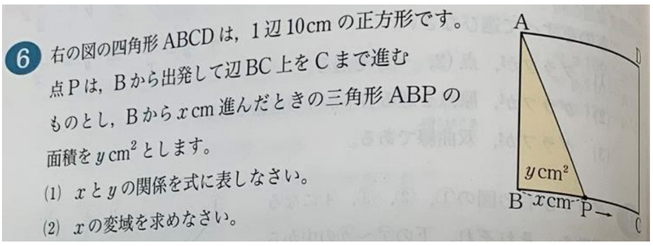
関数を学ぶことで、2 つの数量の関係を考察する力が身につく。小学校でも関数を学ぶが、中学校から主に学び、それから様々な場面で関数は出てくる。しかし、公式や決まった計算方法ばかりが印象に残り、日常生活で起こるような事象に置き換えたとき、グラフ・式の意味を理解していない生徒がいる。公式を覚えているだけで、活用できなければ意味がない。そこで、より具体的な事象を考えることができる比例反比例を学ぶことで上述した数量の関係を考察する力が身につき、日常生活においておおよその見当をつけることができるようになると考えた。それにより生徒が生活の中に数学が活用されていることを実感することができ、数学への興味関心を引き出す手段にもなると思い、この単元を設定した。

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

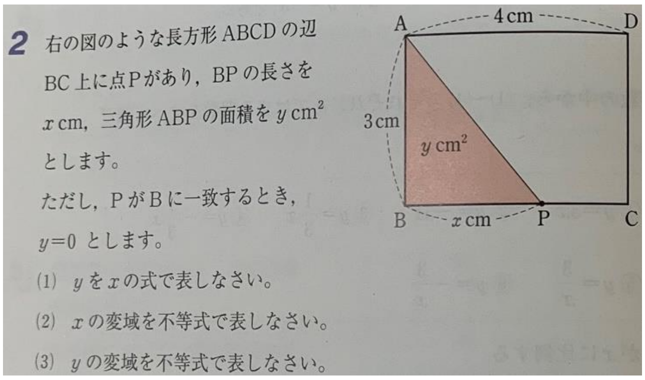
２．教科書分析

中学１年で使用される数学の教科書（平成２８年度）の７種より、グラフを用いて解くことで数量の関係をつかむことができる問題を動点の問題と出会う追いつく問題の 2 種にしぼり、列挙した。

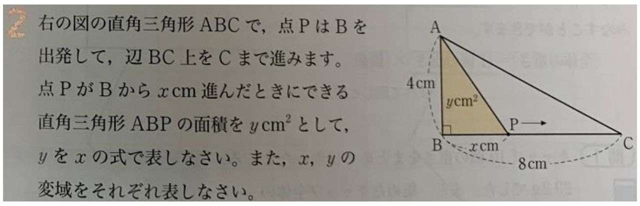
2.1 動点の問題


6 右の図の四角形ABCDは，1辺10cmの正方形です。点Pは，Bから出発して辺BC上をCまで進むものとし，Bから$x$cm進んだときの三角形ABPの面積を$y$cm^{2}とします。
(1) xとyの関係を式に表しなさい。
(2) xの変域を求めなさい。

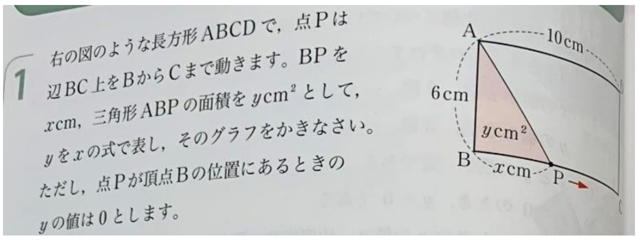
啓林館　p.134


2 右の図のような長方形ABCDの辺BC上に点Pがあり，BPの長さを$x$cm，三角形ABPの面積を$y$cm^{2}とします。
ただし，PがBに一致するとき，$y=0$とします。
(1) yをxの式で表しなさい。
(2) xの変域を不等式で表しなさい。
(3) yの変域を不等式で表しなさい。

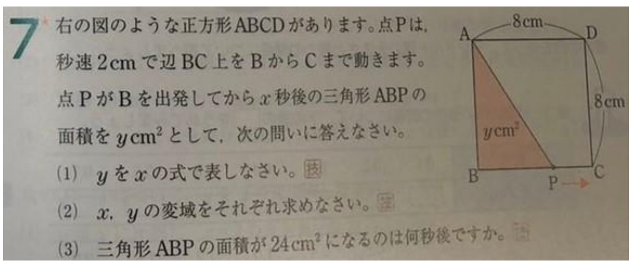
数研出版　p.138


2 右の図の直角三角形ABCで，点PはBを出発して，辺BC上をCまで進みます。点PがBから$x$cm進んだときにできる直角三角形ABPの面積を$y$cm^{2}として，yをxの式で表しなさい。また，x，yの変域をそれぞれ表しなさい。

日本文教出版　p.159


1 右の図のような長方形ABCDで，点Pは辺BC上をBからCまで動きます。BPを$x$cm，三角形ABPの面積を$y$cm^{2}として，yをxの式で表し，そのグラフをかきなさい。
ただし，点Pが頂点Bの位置にあるときのyの値は0とします。

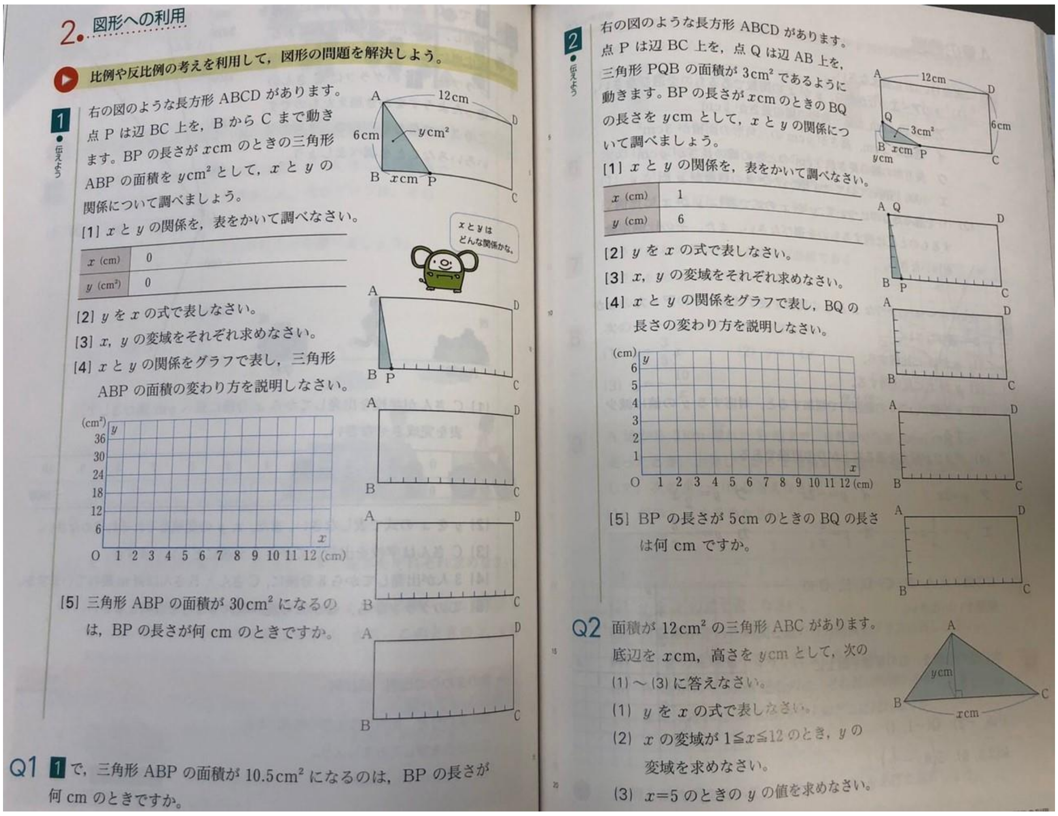
東京書籍　p.138


7 右の図のような正方形ABCDがあります。点Pは，秒速2cmで辺BC上をBからCまで動きます。点PがBを出発してからx秒後の三角形ABPの面積を$y$cm^{2}として，次の問いに答えなさい。
(1) yをxの式で表しなさい。
(2) x，yの変域をそれぞれ求めなさい。
(3) 三角形ABPの面積が24cm^{2}になるのは何秒後ですか。

教育出版　p.159

B 班

入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海



2. 図形への利用

比例や反比例の考えを利用して，図形の問題を解決しよう。

1 右の図のような長方形ABCDがあります。点Pは辺BC上を，BからCまで動きます。BPの長さが$x$cmのときの三角形ABPの面積を$y$cm²として，xとyの関係について調べましょう。

[1] xとyの関係を，表をかいて調べなさい。

x (cm)	0
y (cm²)	0

[2] yをxの式で表しなさい。

[3] x, yの変域をそれぞれ求めなさい。

[4] xとyの関係をグラフで表し，三角形ABPの面積の変わり方を説明しなさい。

[5] 三角形ABPの面積が30cm²になるのは，BPの長さが何cmのときですか。

Q1 **1**で，三角形ABPの面積が10.5cm²になるのは，BPの長さが何cmのときですか。

2 右の図のような長方形ABCDがあります。点Pは辺BC上を，点Qは辺AB上を，三角形PQBの面積が3cm²であるように動きます。BPの長さが$x$cmのときのBQの長さを$y$cmとして，xとyの関係について調べましょう。

[1] xとyの関係を，表をかいて調べなさい。

x (cm)	1
y (cm)	6

[2] yをxの式で表しなさい。

[3] x, yの変域をそれぞれ求めなさい。

[4] xとyの関係をグラフで表し，BQの長さの変わり方を説明しなさい。

[5] BPの長さが5cmのときのBQの長さは何cmですか。

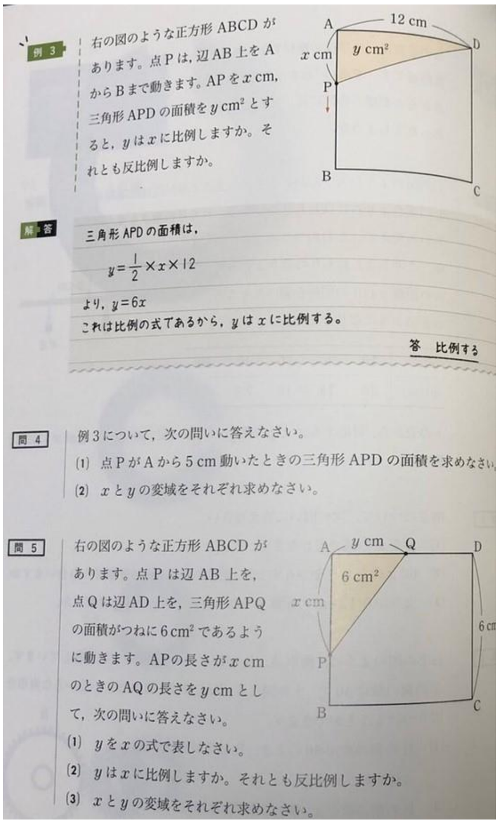
Q2 面積が12cm²の三角形ABCがあります。底辺を$x$cm，高さを$y$cmとして，次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) yをxの式で表しなさい。

(2) xの変域が$1 \leqq x \leqq 12$のとき，yの変域を求めなさい。

(3) $x=5$のときのyの値を求めなさい。

大日本図書　p.152、153



例3 右の図のような正方形ABCDがあります。点Pは，辺AB上をAからBまで動きます。APを$x$cm，三角形APDの面積を$y$cm²とすると，yはxに比例しますか。それとも反比例しますか。

解答 三角形APDの面積は，

$y=\frac{1}{2}\times x\times 12$

より，$y=6x$

これは比例の式であるから，yはxに比例する。

答 比例する

問4 例3について，次の問いに答えなさい。

(1) 点PがAから5cm動いたときの三角形APDの面積を求めなさい。

(2) xとyの変域をそれぞれ求めなさい。

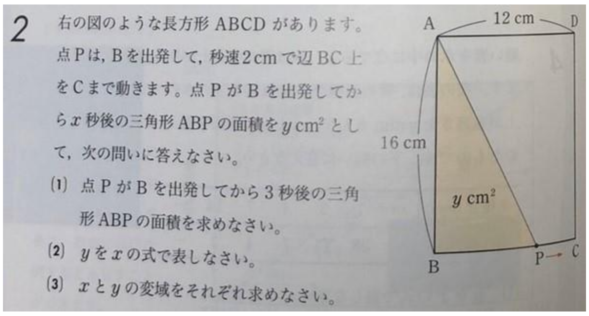
問5 右の図のような正方形ABCDがあります。点Pは辺AB上を，点Qは辺AD上を，三角形APQの面積がつねに6cm²であるように動きます。APの長さが$x$cmのときのAQの長さを$y$cmとして，次の問いに答えなさい。

(1) yをxの式で表しなさい。

(2) yはxに比例しますか。それとも反比例しますか。

(3) xとyの変域をそれぞれ求めなさい。

p.154 学校図書



2 右の図のような長方形ABCDがあります。点Pは，Bを出発して，秒速2cmで辺BC上をCまで動きます。点PがBを出発してからx秒後の三角形ABPの面積を$y$cm²として，次の問いに答えなさい。

(1) 点PがBを出発してから3秒後の三角形ABPの面積を求めなさい。

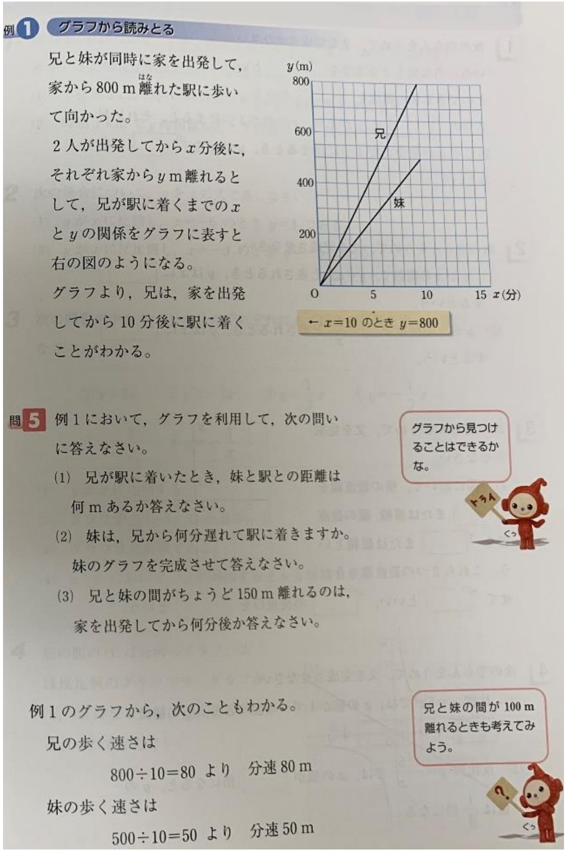
(2) yをxの式で表しなさい。

(3) xとyの変域をそれぞれ求めなさい。

学校図書　p.158

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

2.2 出会う追いつく問題

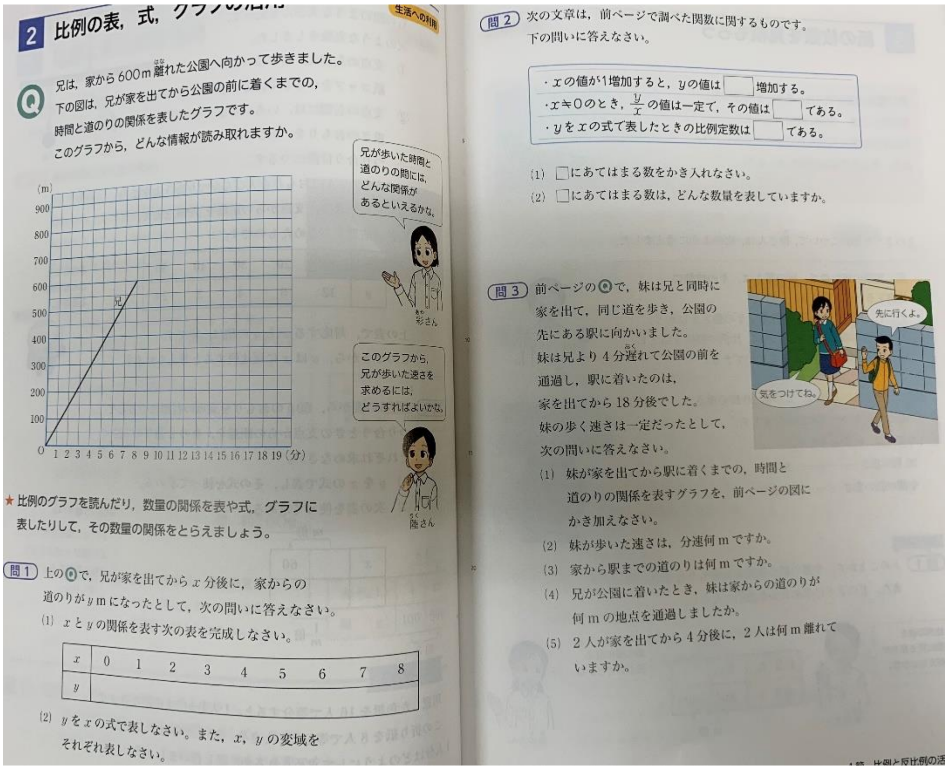

例1 グラフから読みとる

兄と妹が同時に家を出発して，家から 800 m 離れた駅に歩いて向かった。
2 人が出発してから x 分後に，それぞれ家から y m 離れるとして，兄が駅に着くまでの x と y の関係をグラフに表すと右の図のようになる。
グラフより，兄は，家を出発してから 10 分後に駅に着くことがわかる。

問5 例1において，グラフを利用して，次の問いに答えなさい。
(1) 兄が駅に着いたとき，妹と駅との距離は何 m あるか答えなさい。
(2) 妹は，兄から何分遅れて駅に着きますか。妹のグラフを完成させて答えなさい。
(3) 兄と妹の間がちょうど 150 m 離れるのは，家を出発してから何分後か答えなさい。

例1のグラフから，次のこともわかる。
兄の歩く速さは
$800 \div 10 = 80$ より　分速 80 m
妹の歩く速さは
$500 \div 10 = 50$ より　分速 50 m

数研出版 p.135


2 比例の表，式，

生活への利用

Q 兄は，家から 600 m 離れた公園へ向かって歩きました。下の図は，兄が家を出てから公園の前に着くまでの，時間と道のりの関係を表したグラフです。このグラフから，どんな情報が読み取れますか。

★比例のグラフを読んだり，数量の関係を表や式，グラフに表したりして，その数量の関係をとらえましょう。

問1 上のQで，兄が家を出てから x 分後に，家からの道のりが y m になったとして，次の問いに答えなさい。
(1) x と y の関係を表す次の表を完成しなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

(2) y を x の式で表しなさい。また，x，y の変域をそれぞれ表しなさい。

問2 次の文章は，前ページで調べた関数に関するものです。下の問いに答えなさい。

・x の値が1増加すると，y の値は □ 増加する。
・$x \neq 0$ のとき，$\frac{y}{x}$ の値は一定で，その値は □ である。
・y を x の式で表したときの比例定数は □ である。

(1) □にあてはまる数をかき入れなさい。
(2) □にあてはまる数は，どんな数量を表していますか。

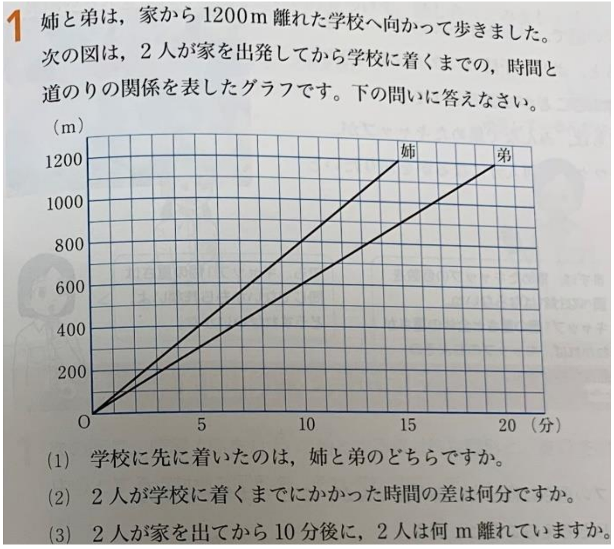
問3 前ページのQで，妹は兄と同時に家を出て，同じ道を歩き，公園の先にある駅に向かいました。妹は兄より4分遅れて公園の前を通過し，駅に着いたのは，家を出てから18分後でした。妹の歩く速さは一定だったとして，次の問いに答えなさい。

(1) 妹が家を出てから駅に着くまでの，時間と道のりの関係を表すグラフを，前ページの図にかき加えなさい。
(2) 妹が歩いた速さは，分速何 m ですか。
(3) 家から駅までの道のりは何 m ですか。
(4) 兄が公園に着いたとき，妹は家からの道のりが何 m の地点を通過しましたか。
(5) 2人が家を出てから4分後に，2人は何 m 離れていますか。

日本文教出版　p.152、153

B 班

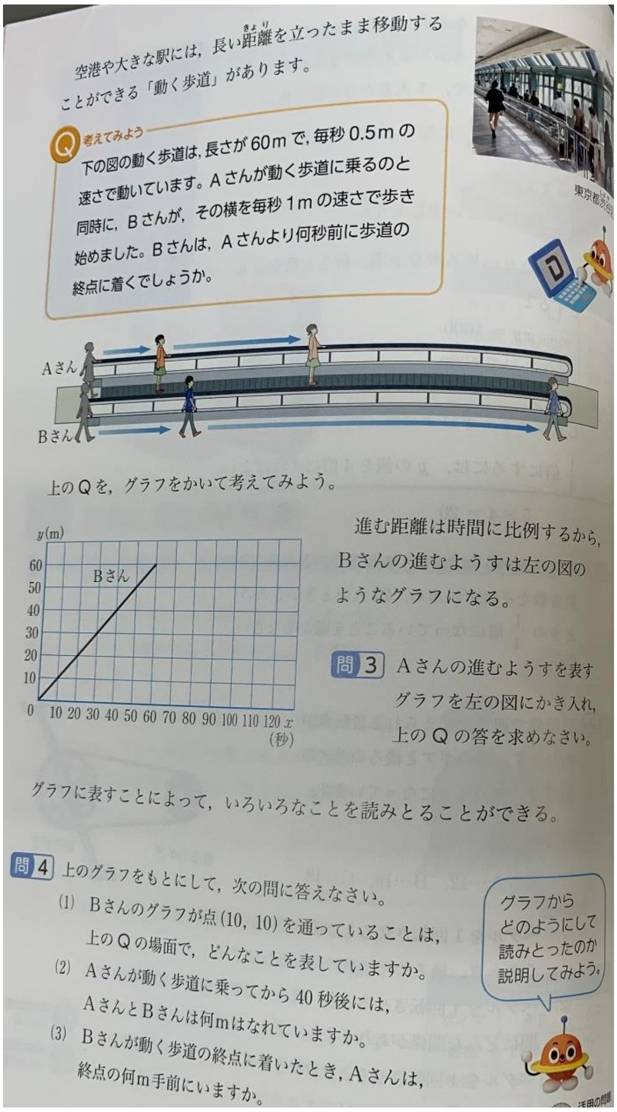
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海


1 姉と弟は，家から 1200 m 離れた学校へ向かって歩きました。次の図は，2 人が家を出発してから学校に着くまでの，時間と道のりの関係を表したグラフです。下の問いに答えなさい。

(m)
1200
1000
800
600
400
200
O
5
10
15
20 (分)
姉
弟

(1) 学校に先に着いたのは，姉と弟のどちらですか。
(2) 2 人が学校に着くまでにかかった時間の差は何分ですか。
(3) 2 人が家を出てから 10 分後に，2 人は何 m 離れていますか。

日本文教出版　p.159


空港や大きな駅には，長い距離(きょり)を立ったまま移動することができる「動く歩道」があります。

Q 考えてみよう
下の図の動く歩道は，長さが 60m で，毎秒 0.5m の速さで動いています。A さんが動く歩道に乗るのと同時に，B さんが，その横を毎秒 1m の速さで歩き始めました。B さんは，A さんより何秒前に歩道の終点に着くでしょうか。

Aさん
Bさん

上の Q を，グラフをかいて考えてみよう。

y(m)
60
50
40
30
20
10
0
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 x
(秒)
Bさん

進む距離は時間に比例するから，B さんの進むようすは左の図のようなグラフになる。

問3 A さんの進むようすを表すグラフを左の図にかき入れ，上の Q の答を求めなさい。

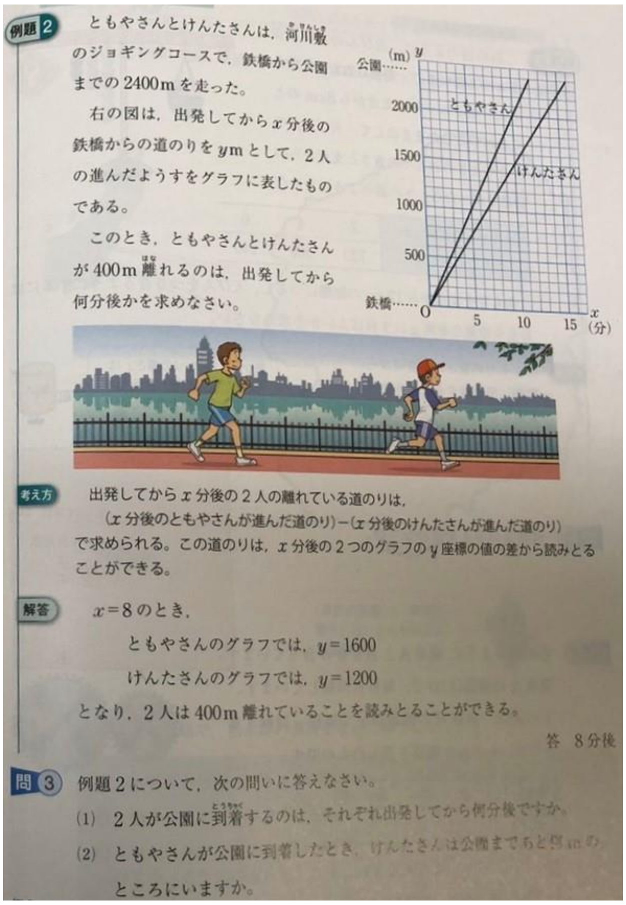
グラフに表すことによって，いろいろなことを読みとることができる。

問4 上のグラフをもとにして，次の問に答えなさい。
(1) B さんのグラフが点 (10, 10) を通っていることは，上の Q の場面で，どんなことを表していますか。
(2) A さんが動く歩道に乗ってから 40 秒後には，A さんと B さんは何m はなれていますか。
(3) B さんが動く歩道の終点に着いたとき，A さんは，終点の何m 手前にいますか。

グラフから
どのようにして
読みとったのか
説明してみよう。

東京書籍　p.136

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海


例題2　ともやさんとけんたさんは，河川敷のジョギングコースで，鉄橋から公園までの 2400 m を走った。

右の図は，出発してから x 分後の鉄橋からの道のりを y m として，2人の進んだようすをグラフに表したものである。

このとき，ともやさんとけんたさんが 400 m 離れるのは，出発してから何分後かを求めなさい。

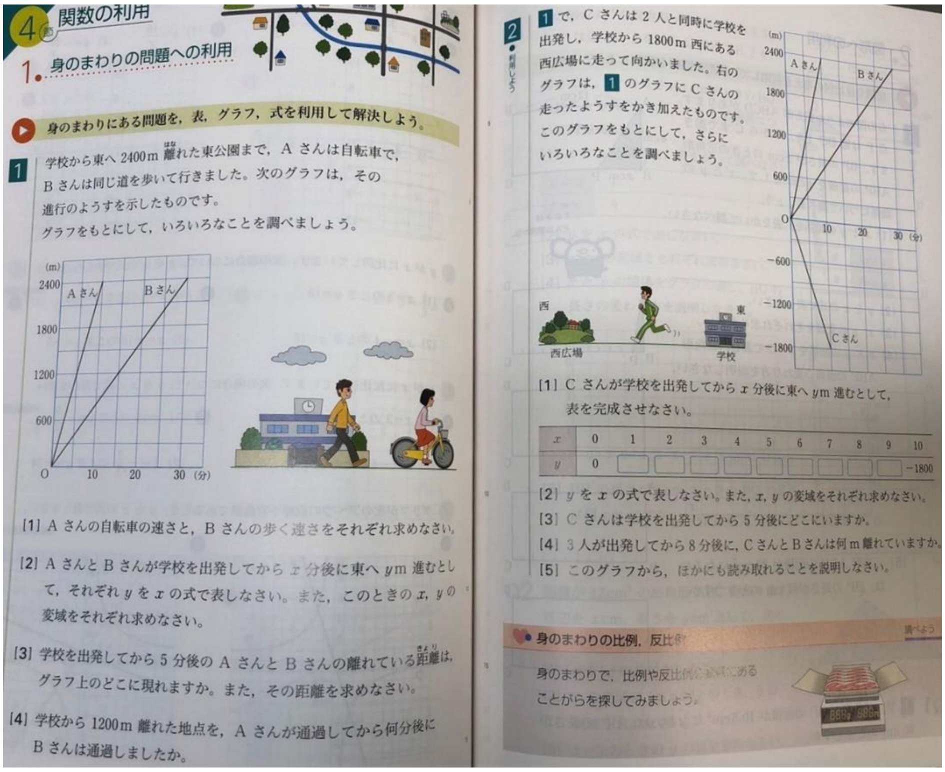
考え方　出発してから x 分後の2人の離れている道のりは，
（x 分後のともやさんが進んだ道のり）−（x 分後のけんたさんが進んだ道のり）
で求められる。この道のりは，x 分後の2つのグラフの y 座標の値の差から読みとることができる。

解答　$x=8$ のとき，
ともやさんのグラフでは，$y=1600$
けんたさんのグラフでは，$y=1200$
となり，2人は 400 m 離れていることを読みとることができる。

答　8分後

問3　例題2について，次の問いに答えなさい。
(1)　2人が公園に到着するのは，それぞれ出発してから何分後ですか。
(2)　ともやさんが公園に到着したとき，けんたさんは公園まであと何 m のところにいますか。

教育出版　p.153


4節　関数の利用

1. 身のまわりの問題への利用

身のまわりにある問題を，表，グラフ，式を利用して解決しよう。

1　学校から東へ 2400 m 離れた東公園まで，A さんは自転車で，B さんは同じ道を歩いて行きました。次のグラフは，その進行のようすを示したものです。
グラフをもとにして，いろいろなことを調べましょう。

[1] A さんの自転車の速さと，B さんの歩く速さをそれぞれ求めなさい。
[2] A さんと B さんが学校を出発してから x 分後に東へ y m 進むとして，それぞれ y を x の式で表しなさい。また，このときの x，y の変域をそれぞれ求めなさい。
[3] 学校を出発してから 5 分後の A さんと B さんの離れている距離は，グラフ上のどこに現れますか。また，その距離を求めなさい。
[4] 学校から 1200 m 離れた地点を，A さんが通過してから何分後に B さんは通過しましたか。

2　利用しよう
1 で，C さんは 2 人と同時に学校を出発し，学校から 1800 m 西にある西広場に走って向かいました。右のグラフは，1 のグラフに C さんの走ったようすをかき加えたものです。
このグラフをもとにして，さらにいろいろなことを調べましょう。

[1] C さんが学校を出発してから x 分後に東へ y m 進むとして，表を完成させなさい。

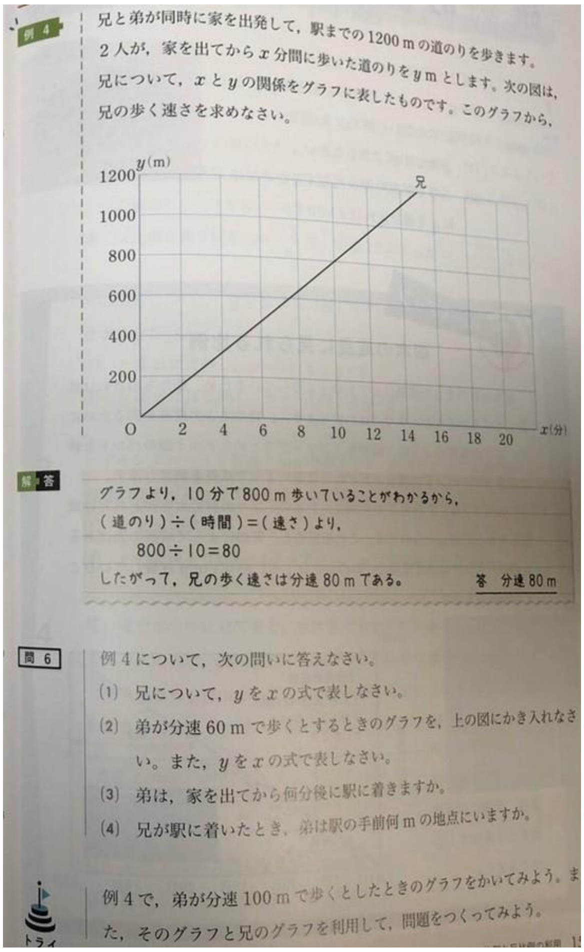
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0										−1800

[2] y を x の式で表しなさい。また，x，y の変域をそれぞれ求めなさい。
[3] C さんは学校を出発してから 5 分後にどこにいますか。
[4] 3 人が出発してから 8 分後に，C さんと B さんは何 m 離れていますか。
[5] このグラフから，ほかにも読み取れることを説明しなさい。

身のまわりの比例，反比例　調べよう
身のまわりで，比例や反比例の関係にあることがらを探してみましょう。

大日本図書　p.150、151

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海


例 4　兄と弟が同時に家を出発して，駅までの 1200 m の道のりを歩きます。2 人が，家を出てから x 分間に歩いた道のりを y m とします。次の図は，兄について，x と y の関係をグラフに表したものです。このグラフから，兄の歩く速さを求めなさい。

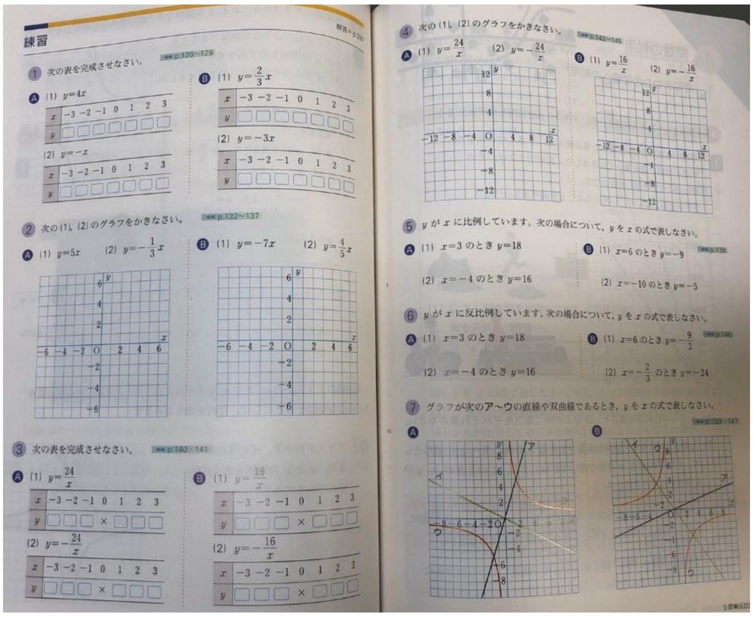
解答
グラフより，10 分で 800 m 歩いていることがわかるから，
(道のり) ÷ (時間) = (速さ) より，
800 ÷ 10 = 80
したがって，兄の歩く速さは分速 80 m である。　答　分速 80 m

問 6　例 4 について，次の問いに答えなさい。
(1) 兄について，y を x の式で表しなさい。
(2) 弟が分速 60 m で歩くとするときのグラフを，上の図にかき入れなさい。また，y を x の式で表しなさい。
(3) 弟は，家を出てから何分後に駅に着きますか。
(4) 兄が駅に着いたとき，弟は駅の手前何 m の地点にいますか。

トライ　例 4 で，弟が分速 100 m で歩くとしたときのグラフをかいてみよう。また，そのグラフと兄のグラフを利用して，問題をつくってみよう。

学校図書　p.154

逆に以下の写真はグラフら式だけを求める問題は私たちのやりたいこととは遠い


練習　解答 ▶ p.207

1 次の表を完成させなさい。 ◀◀ p.126〜129
A (1) $y=4x$
(2) $y=-x$
B (1) $y=\frac{2}{3}x$
(2) $y=-3x$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	□	□	□	□	□	□	□

2 次の (1)，(2) のグラフをかきなさい。 ◀◀ p.132〜137
A (1) $y=5x$　(2) $y=-\frac{1}{3}x$
B (1) $y=-7x$　(2) $y=\frac{4}{5}x$

3 次の表を完成させなさい。 ◀◀ p.140・141
A (1) $y=\frac{24}{x}$　(2) $y=-\frac{24}{x}$
B (1) $y=\frac{16}{x}$　(2) $y=-\frac{16}{x}$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	□	□	□	×	□	□	□

4 次の (1)，(2) のグラフをかきなさい。 ◀◀ p.142〜145
A (1) $y=\frac{24}{x}$　(2) $y=-\frac{24}{x}$
B (1) $y=\frac{16}{x}$　(2) $y=-\frac{16}{x}$

5 y が x に比例しています。次の場合について，y を x の式で表しなさい。 ◀◀ p.138
A (1) $x=3$ のとき $y=18$
(2) $x=-4$ のとき $y=16$
B (1) $x=6$ のとき $y=-9$
(2) $x=-10$ のとき $y=-5$

6 y が x に反比例しています。次の場合について，y を x の式で表しなさい。 ◀◀ p.146
A (1) $x=3$ のとき $y=18$
(2) $x=-4$ のとき $y=16$
B (1) $x=6$ のとき $y=-\frac{9}{2}$
(2) $x=-\frac{2}{3}$ のとき $y=-24$

7 グラフが次のア〜ウの直線や双曲線であるとき，y を x の式で表しなさい。 ◀◀ p.133・147
A
B

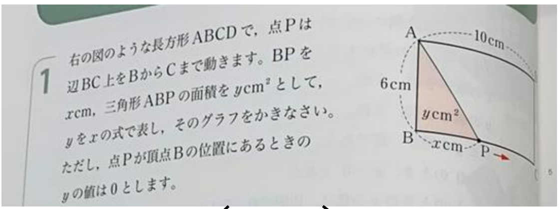
意味が分からなくても求めることができるからである。

B 班
入澤 はな　渡邉 衿子　出村谷夏海

3. QA マップ

3.1 一回目

3.1.1 動点の問題(東京書籍 p.138)


1 右の図のような長方形ABCDで，点Pは辺BC上をBからCまで動きます。BPを$x$cm，三角形ABPの面積を$y$cm²として，yをxの式で表し，そのグラフをかきなさい。
ただし，点Pが頂点Bの位置にあるときのyの値は0とします。

Q1.式から導く

Q11.三角形の面積の求め方

A11. $\frac{1}{2}$×底辺×高さ

A1.y = $\frac{1}{2} \times 6 \times x$

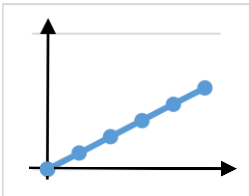
Q2.グラフから導く

Q22.表を作成する

A22.

x	0	2	4	6	8	10
y	0	6	12	18	24	30

A2.



A.　x と y は比例関係である

Q.点 P が辺 BC 上を動く時の BP＝ x cm と三角形 ABP＝y ㎠の関係

Q1.式から導く

問題文からどのような図形ができるのか予想することで、三角形ができるとわかる。

Q11.三角形の面積の求め方

A11.小学校で習った三角形の面積の求め方を思い出す

A1.三角形の面積の公式に問題文で与えられた数値や x,y を当てはめ、整理することで式が求められる

Q2.グラフから導く

Q22.表を作成する

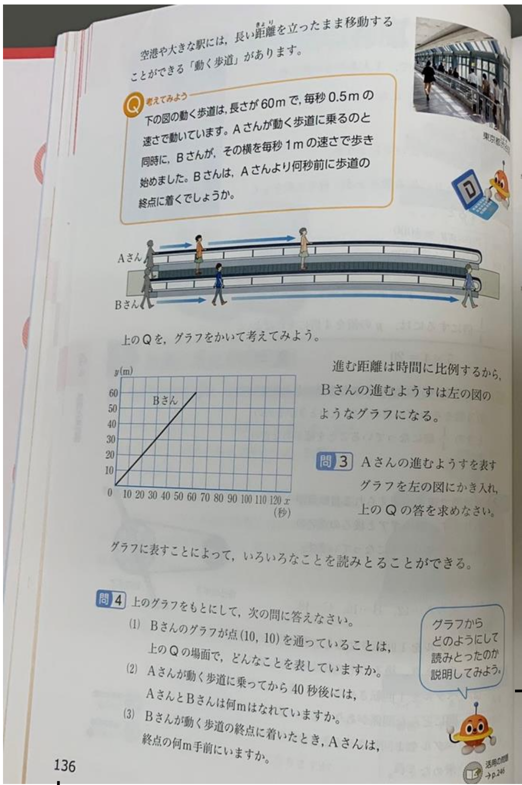
A22.具体的な値で x,y がどのように変化するのか考える

A2.作成した表をもとにグラフを作る

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

A.　x,y は比例関係であることがわかり、その関係を式とグラフで表すことができた

3.1.2 出会ったり追いついたりする問題(東京書籍 p.136)


空港や大きな駅には，長い距離を立ったまま移動することができる「動く歩道」があります。

Q 考えてみよう
下の図の動く歩道は，長さが60mで，毎秒0.5mの速さで動いています。Aさんが動く歩道に乗るのと同時に，Bさんが，その横を毎秒1mの速さで歩き始めました。Bさんは，Aさんより何秒前に歩道の終点に着くでしょうか。

上のQを，グラフをかいて考えてみよう。

進む距離は時間に比例するから，Bさんの進むようすは左の図のようなグラフになる。

問3 Aさんの進むようすを表すグラフを左の図にかき入れ，上のQの答を求めなさい。

グラフに表すことによって，いろいろなことを読みとることができる。

問4 上のグラフをもとにして，次の問に答えなさい。
(1) Bさんのグラフが点(10, 10)を通っていることは，上のQの場面で，どんなことを表していますか。
(2) Aさんが動く歩道に乗ってから40秒後には，AさんとBさんは何mはなれていますか。
(3) Bさんが動く歩道の終点に着いたとき，Aさんは，終点の何m手前にいますか。

136

Q2.グラフから導く

Q22.表を作成する

A22.

A さん

x	0	10	20	30	40	50	60
y	0	5	10	15	20	25	30

B さん

x	0	10	20	30	40	50	60
y	0	10	20	30	40	50	60

Q1.式から導く

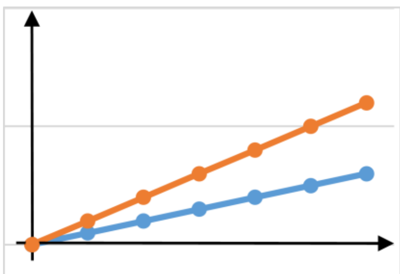
Q11.「きはじ」の考え方

A11.速さ×時間＝距離

A1.A さん　$y = 0.5 \times x$

B さん　$y = 1 \times x$

A2



A.グラフからも式からも小問が解けるようになる

10

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

Q.動く速さの違う二人の進む距離の関係
Q1.式から導く。
Q11.「きはじ」の関係
　　距離、速さ、時間の関係を理解しておくことが必要
A11.小学校で習った「きはじ」を思い出す
A1. .速さ×時間＝距離の関係に問題文で与えられた数値や x,y を当てはめ、整理することで式が求められる
Q2.グラフから導く
Q22.表を作成する
A22.具体的な値で x,y がどのように変化するのか考える
A2.作成した表をもとにグラフを作る
A.A さんと B さんの進む様子がわかるようになったので、小問が解けるようになる。また、式でも表せるようになっているので、グラフから得られた解を式から確かめることができる。

<指摘された点>
動点の問題と出会ったり追いついたりする問題を区別するのではなく、それらの複合問題を解かせたほうが式・グラフの意味を理解させることができる。

<二回目に向けた修正点>
先生が例示した以下の問題を使用することにした。

Q.ある濃度の食塩水 A が 1000g ある。そこで A から 100 g とり、水を 100 g 加える。その食塩水を B とする。B から 200g とり、水を 200g 加える。その食塩水を C とし、その濃度は 8.64%であった。食塩水 A の濃度を求めよ。

この問題では、グラフの平行移動も含まれており、特にグラフの理解が深まると考え、採用した。

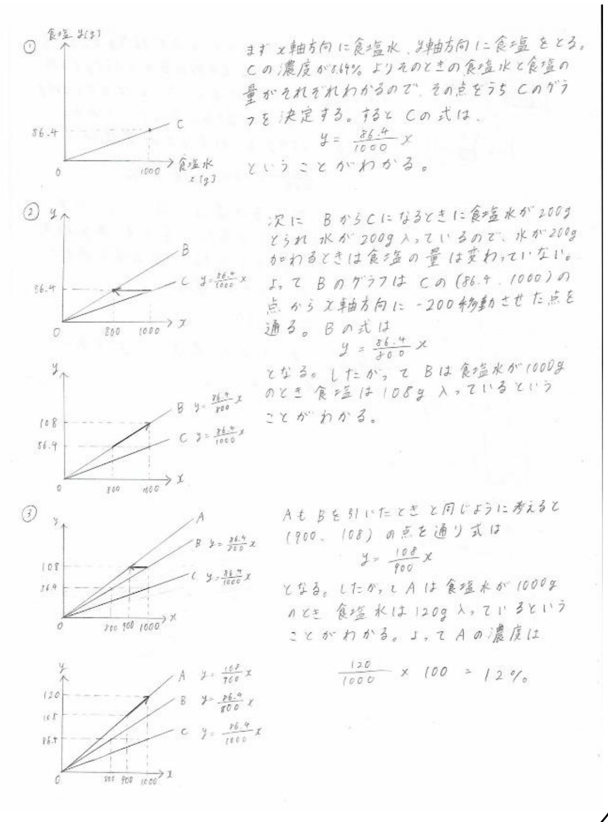
B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

3.2 二回目

Q.ある濃度の食塩水 A が 1000g ある。そこで A から 100 g とり、水を 100 g 加える。その食塩水を B とする。B から 200g とり、水を 200g 加える。その食塩水を C とし、その濃度は 8.64% であった。食塩水 A の濃度を求めよ。

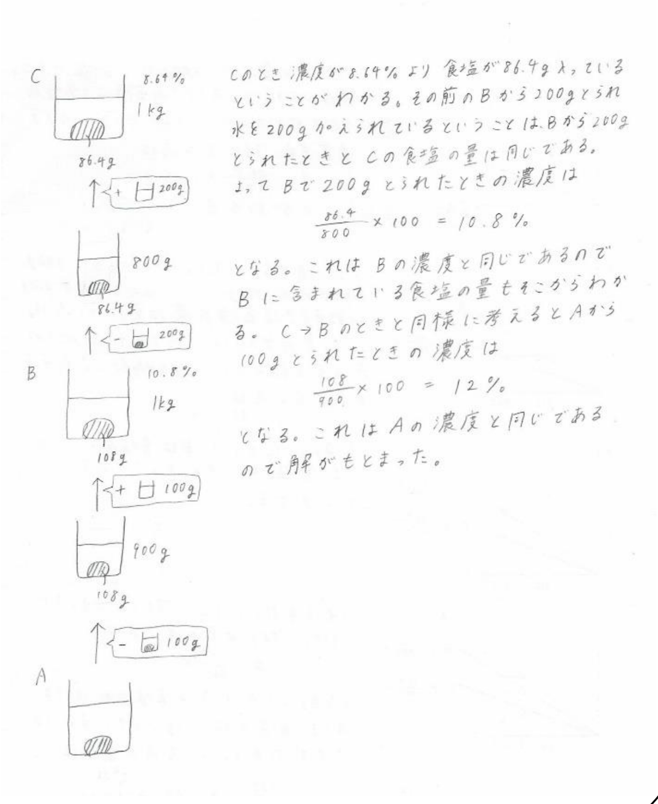
Q1.塩が食塩水に比例していることを見抜けるか

A1.グラフを書いてから式を求める



Q2.計算で解く

A2.質量パーセント濃度の公式



$A^{\heartsuit}$. 12%

B 班
入澤 はな　渡邉 衿子　出村谷夏海

A1 の方ではグラフから式を求め、そのグラフから横に点を移動させて他のグラフを導いていく。C を書くと B がわかり、B が書けると A がわかるといったグラフの関係性があるので、グラフの読み方が理解できていないと難しいと考える。また、問題文の読解も求められる。この問題では「加えられたのが水だけなので前の食塩水と食塩の量は変わらない」ということに気づけ、A1 のときは座標を移動できるか、A2 のように細かく絵で表したとき同じ濃度の食塩水が見つけられるかどうかである。

<指摘された点>
QA マップのグラフをかいてから式を求めて解く方法について、グラフの読み方に関してどのような理解が事前になされるべきか、またそれはどのタイミングで学習されるべきか

グラフの読み方に関してどのような理解が事前になされるべきか、またそれはどのタイミングで学習されるべきか以下にまとめた。

・ グラフの x 軸 y 軸にどんな数量を置くか。また、グラフの傾きは何を表しているか。

x 軸：食塩水の量　　y 軸：食塩の量　　グラフの傾き：食塩水の濃度

・ グラフから値を読み取り、式に起こすことができるか。

・グラフの傾きは食塩水の濃度であるから食塩水 C についての式が求められる。

$$y_C = \frac{8.64}{100}x$$

・グラフは原点を通る直線であるからグラフの傾きを求めれば食塩水 A、B について式に起こせる。

$$\left(\text{グラフの傾き}\right) = \frac{\left(y\text{の増加量}\right)}{\left(x\text{の増加量}\right)}$$

$$y_B = \frac{86.4}{800}x$$

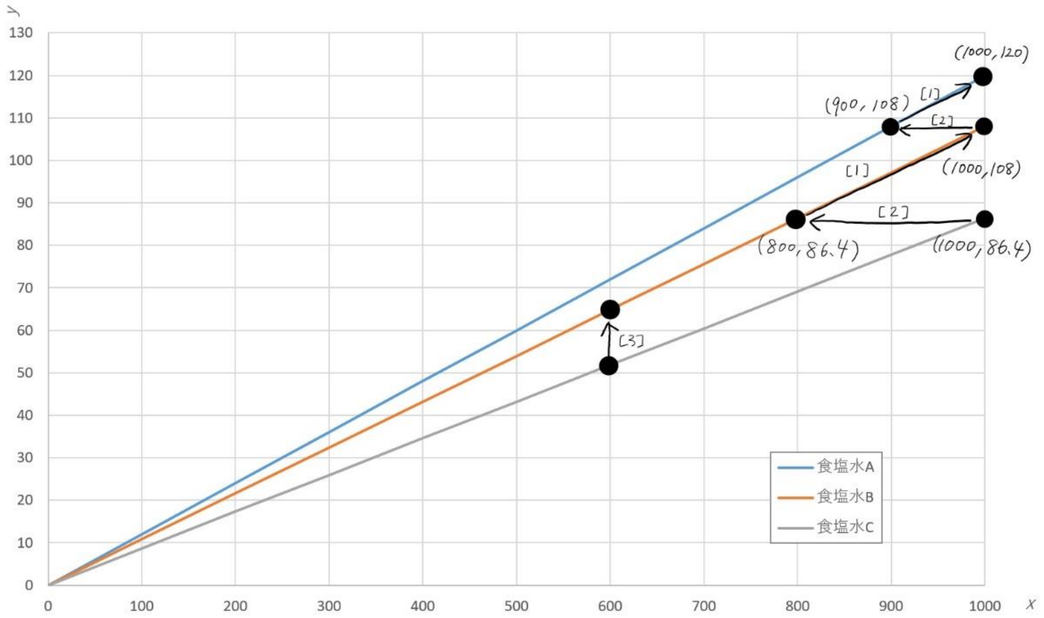
$$y_A = \frac{108}{900}x$$

・ 食塩水 C から考える場合、問題文の逆をたどる力があるか。

問題文中の “加える”→“取る” 、 “取る”→“加える” に変換する。

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

・ グラフ上のある 1 点を、グラフ上で x 軸方向 y 軸方向を動かす[1]、または x 軸方向のみ[2]、 y 軸方向のみを動かす[3]ことは何を意味しているか。

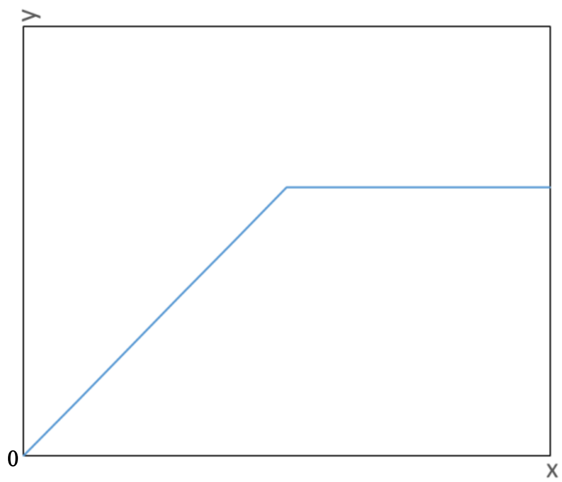


[1]食塩水の濃度は変わらない。食塩の量、食塩水の量が変わる
[2]食塩の量は変わらない。食塩水の濃度、食塩水の量が変わる。
[3]食塩水の量は変わらない。食塩の量、食塩水の濃度が変わる。

これらの理解があればグラフを利用して問題を解くことができると考える。また、これらはグラフを学ぶ授業内で学ぶことができると考えるが、もう少し優しい問題で授業を事前にやっておくとよりスムーズに今回の問題が解けると思われる。その問題例とグラフを以下に示す。

例 1） ある濃度の食塩水があり、水のみを加えた場合の食塩と食塩水の関係をグラフにかけ。
あるいは、この場合を表したグラフから、どれだけ水を加えたか読み取れ。

例 2） A は分速〇〇分/m で歩いている。疲れたから△△分休憩した。歩いた距離と時間の関係をグラフにかけ。
あるいは、この場合を表したグラフから、何分休憩したか読み取れ。



B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

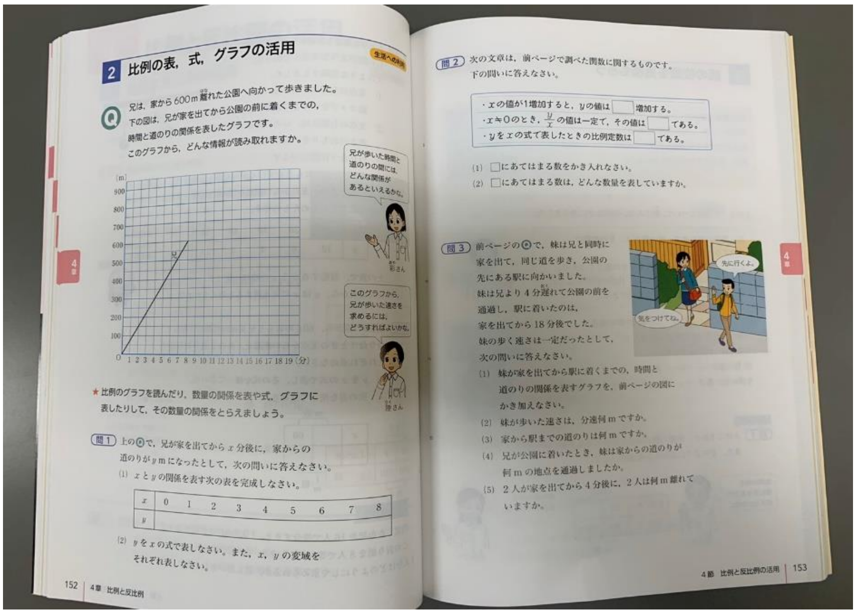
4．指導計画

小単元	時	内容	目的	問題
1．関数	1	関数	・伴って変わる２つの数量の関係を、その変化や対応から捉える ・変数の意味を理解する	・具体的な事象を用いて２つの数量の関係を調べる
	2		・関数の意味を理解する	・個人やグループで考察し、ある事柄が関数であるかどうか判断する
2．比例	1	比例する量	・比例の意味や関係を理解する ・比例の関係を式や表に表す	・具体的な事象を用いて表から式に起こす ・y が x に比例するとき、1 組の x、y の値から式を求める
	2		・変域の意味を理解する ・変域や比例定数を負の数に広げても成り立つことを理解する	・ x の変域が○から△までのとき、 y の変域は？
	3	グラフ	・座標に関する用語を理解する ・平面状に点を正確にうつ	・与えられた座標を平面上にとる（負の数でも実践）
	4		・y=ax のグラフの特徴を理解する	・与えられた表から平面上に点をうち、そのグラフを書く
	5		・グラフから値を読み取り、式に起こせるようにする	・比例を表すグラフから 1 組の x、y の値を読み取り、式を求める
	6		・具体的な事象を用いて、グラフの x 軸 y 軸に適切な数量を設定する ・そのときグラフの傾きは何を表しているか理解する	・x 軸に時間、y 軸に距離を置くと傾きは速さ ・x 軸に食塩水の量、y 軸に食塩の量を置くと傾きは食塩水の濃度

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

３．比例の利用	1	比例の利用	・グラフ上の点を、x 軸方向のみ、y 軸方向のみに動かすことの意味を理解する	・(例)A は分速〇分/m で歩いている。疲れたので△分休憩した。歩いた距離と時間の関係をグラフに書け。
	2		・具体的な事象を比例の考え方を通して考える	・(例)下の写真のような問題
	3 本 時		・グラフによる問題解決ができるようにする	・食塩水の問題

小単元２．比例の「グラフ」では、「比例する量」で扱った問題を主に用いて進めていく。


2 比例の表，式，グラフの活用

生活への利用

Q 兄は，家から600m離れた公園へ向かって歩きました。
下の図は，兄が家を出てから公園の前に着くまでの，
時間と道のりの関係を表したグラフです。
このグラフから，どんな情報が読み取れますか。

★比例のグラフを読んだり，数量の関係を表や式，グラフに表したりして，その数量の関係をとらえましょう。

問1 上のQで，兄が家を出てから x 分後に，家からの道のりが y m になったとして，次の問いに答えなさい。
(1) x と y の関係を表す次の表を完成しなさい。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

(2) y を x の式で表しなさい。また，x，y の変域をそれぞれ表しなさい。

152　4章 比例と反比例

問2 次の文章は，前ページで調べた関数に関するものです。
下の問いに答えなさい。

・x の値が1増加すると，y の値は □ 増加する。
・$x \neq 0$ のとき，$\frac{y}{x}$ の値は一定で，その値は □ である。
・y を x の式で表したときの比例定数は □ である。

(1) □にあてはまる数をかき入れなさい。
(2) □にあてはまる数は，どんな数量を表していますか。

問3 前ページのQで，妹は兄と同時に家を出て，同じ道を歩き，公園の先にある駅に向かいました。
妹は兄より4分遅れて公園の前を通過し，駅に着いたのは，家を出てから18分後でした。
妹の歩く速さは一定だったとして，次の問いに答えなさい。

(1) 妹が家を出てから駅に着くまでの，時間と道のりの関係を表すグラフを，前ページの図にかき加えなさい。
(2) 妹が歩いた速さは，分速何 m ですか。
(3) 家から駅までの道のりは何 m ですか。
(4) 兄が公園に着いたとき，妹は家からの道のりが何 m の地点を通過しましたか。
(5) 2人が家を出てから4分後に，2人は何 m 離れていますか。

4節 比例と反比例の活用　153

日本文教出版

B 班
入澤 はな　渡邉 衿子　出村谷夏海

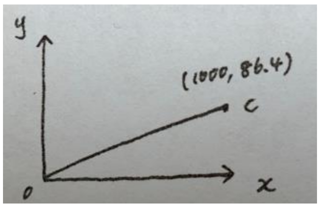
5．活動支援表

本時のねらい
グラフによる問題解決ができるようにする

問題
ある濃度の食塩水 A が 1000g ある。そこで A から 100 g とり、水を 100 g 加える。その食塩水を B とする。B から 200g とり、水を 200g 加える。その食塩水を C とする。食塩水 C の濃度は 8.64%であった。食塩水 A の濃度を求めよ。

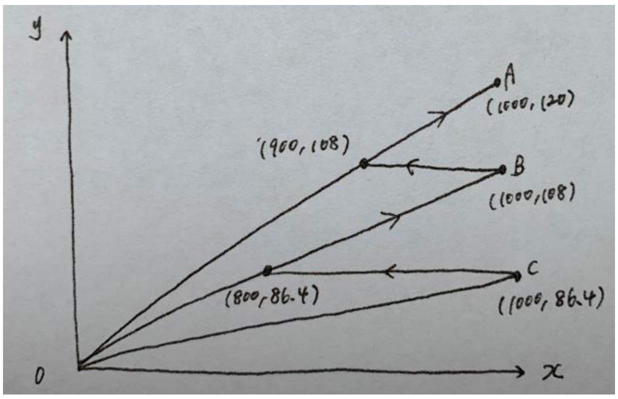
●期待する活動 A
食塩水の濃度をグラフを使って求めようとする。
グラフの x 軸、y 軸にどんな数量を置くか考える。
グラフの傾きは何を表しているか考える。
x 軸：食塩水の量
y 軸：食塩の量
傾き：食塩水の濃度

既知の数量に関してグラフに表す。



活動 A への支援
▶より特殊な支援
食塩水の量は食塩の量に比例する、比例は原点を通る直線のグラフで表せることを促す。

●期待する活動 B
未知数についてもグラフに表す。



●活動 B への支援
▶より一般的な支援
どの数量が既知であればグラフを描くことができるか促す。
比例→原点を通る直線→傾き or 任意の 1 点の値

▶より特殊な支援
問題文中の"食塩水をとる"、"水を加える"はグラフ上の点が x 軸方向、y 軸方向に動くということを促す。

B 班

入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

●期待する活動 C

グラフから値を読み取り、式に起こす。

$$y_C = \frac{8.64}{100}x$$

$$y_B = \frac{86.4}{800}x$$

$$y_A = \frac{108}{900}x$$

求めた式から解を出す。

食塩水 A の濃度は 12%

●活動 C への支援

▶より一般的な支援

比例のグラフから式に表すには、グラフの傾きが分かれば式に表せることを促す。

▶より特殊な支援

（グラフの傾き）

＝（ y の増加量）/（ x の増加量）

●さらなる活動(N)への支援

▶より一般的な支援

ろうそくのような問題を解けるか

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

6．指導案

・本時のねらい
グラフによる問題解決ができるようにする。

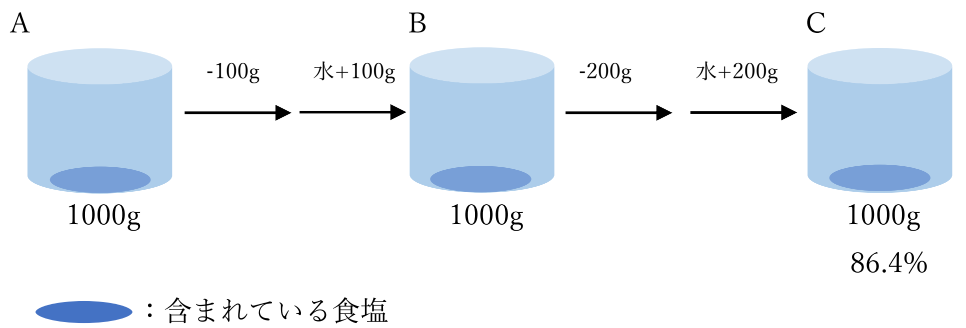
[問題]
ある濃度の食塩水 A が 1000g ある。そこで A から 100 g とり、水を 100 g 加える。その食塩を B とする。B から 200 g とり、水を 200 g 加える。その食塩水を C とする。食塩水 C の濃度は 86.4%であった。食塩水 A の濃度を求めよ。

↓

[期待する活動 A への支援]
「問題の過程を絵にかいてみよう」

↓

[期待する活動 A]
問題場面を図に書かせる。



① [期待する活動 B への支援]
「与えられた数値で比例のグラフをかいてみよう」
「食塩、食塩水、濃度に注目するとどんなグラフがかけるだろう」
「グラフの傾きは何を表すのだろうか」

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

[期待する活動 B]

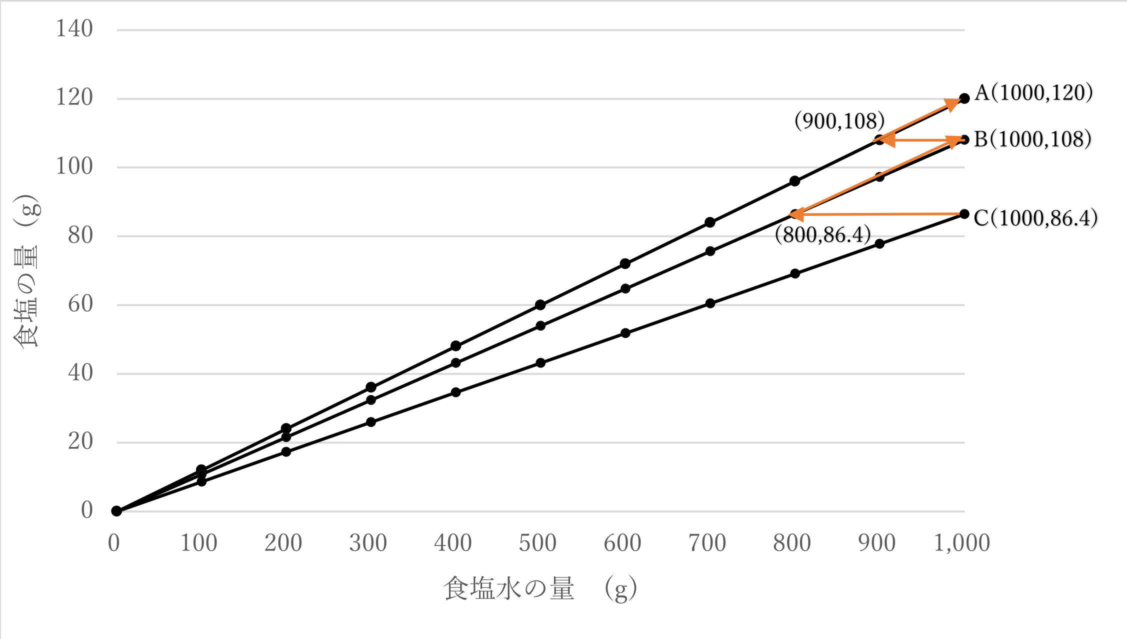
グラフを用いて解を求めようとする。

・グラフの傾きは何を表しているのか考える。

・グラフの x 軸、y 軸のどのような数量を置くか考える。

⇒ x 軸：食塩水の量、y 軸：食塩の量、傾き：食塩水の濃度

・既知の数量、未知数についてグラフに表す。



濃度がわかっている C から B、A の順番に解き進めていく。まず C は濃度が 8.64％より、そのときの食塩水の量と食塩の量がそれぞれわかるので、その点を打ち C のグラフを決定する。次に B から C になるときに食塩水が 200 g とられ水が 200 g 加えられているということは、B から 200g 取られたときと C の食塩の量は同じである。よって B のグラフは C の(1000,86.4)の点から x 軸方向に-200 移動させた点(800,86.4)を通る。したがって、B は食塩水が 1000g のとき食塩は 108 g 入っているということがわかる。A も同様に考える。

② [期待する活動 C への支援]

「グラフの式をそれぞれ求めてみよう」

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

[期待する活動 C]
方程式をたて、解を求める
グラフから
A： $y=\frac{120}{1000}x$
B： $y=\frac{108}{1000}x$
C： $y=\frac{86.4}{1000}x$
A の傾きが求めたい食塩水の濃度なので
$\frac{120}{1000}=0.12\rightarrow 12\%$

③ [さらなる活動（N）への支援]
別の問題でグラフの理解を深める。

＜練り上げ＞
T：教師　S：生徒

①活動 A から B への展開

T：食塩水の濃度と食塩の量、食塩水の量には、どのような関係があるでしょう？

S：質量パーセント濃度の式から、$\left(\text{食塩水の濃度}\right)=\frac{\left(\text{食塩の量}\right)}{\left(\text{食塩水の量}\right)}\times 100$ という関係があります。

T：そうですね。では、この関係を用いたら、さっき図に書いたことをグラフに表せませんか？表してみましょう。

S：今までに学習した関数 $y=\mathrm{a}x+\mathrm{b}$ と $y=\frac{a}{x}+\mathrm{b}$ のように表せたらグラフに表せると思います。

T：そうですね。今回は比例のグラフに表しましょう。x と y にはどの数量を置くといいでしょうか？

S１：比例のグラフは $y=\mathrm{a}x+\mathrm{b}$ だから、、、

S２：$\left(\text{食塩水の濃度}\right)=\frac{\left(\text{食塩の量}\right)}{\left(\text{食塩水の量}\right)}\times 100$

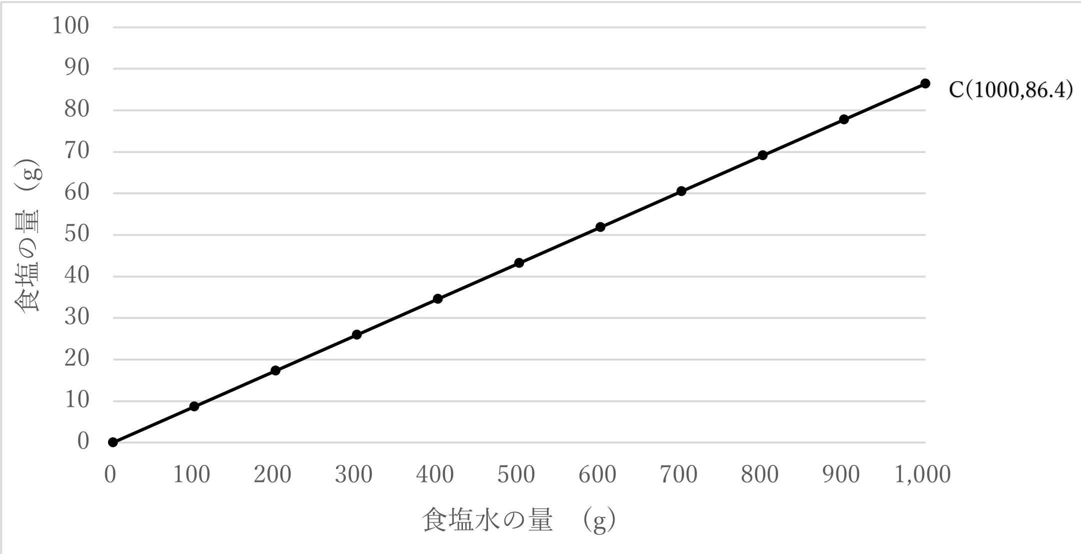
を式変形して$\left(\text{食塩の量}\right)=\left(\text{食塩水の濃度}\right)\left(\text{食塩水の量}\right)\times 100$ として、x には食塩水の量を y には食塩の量をおけばいいと思います。

S１：なるほど。

入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

T：いいですね。それでは今の考えを用いてグラフに表してみましょう。まずは食塩水 C についてやってみましょう。また、グラフの傾きは食塩水の濃度を表すことも分かりますね。

S：食塩水 C の濃度は 86.4%で食塩水の量は 1000g だから食塩の量は 86.4g となって、、、



T：いいですね。では、次に食塩水 B について表してみましょう。食塩水 B と食塩水 C の関係を思い出しましょう。

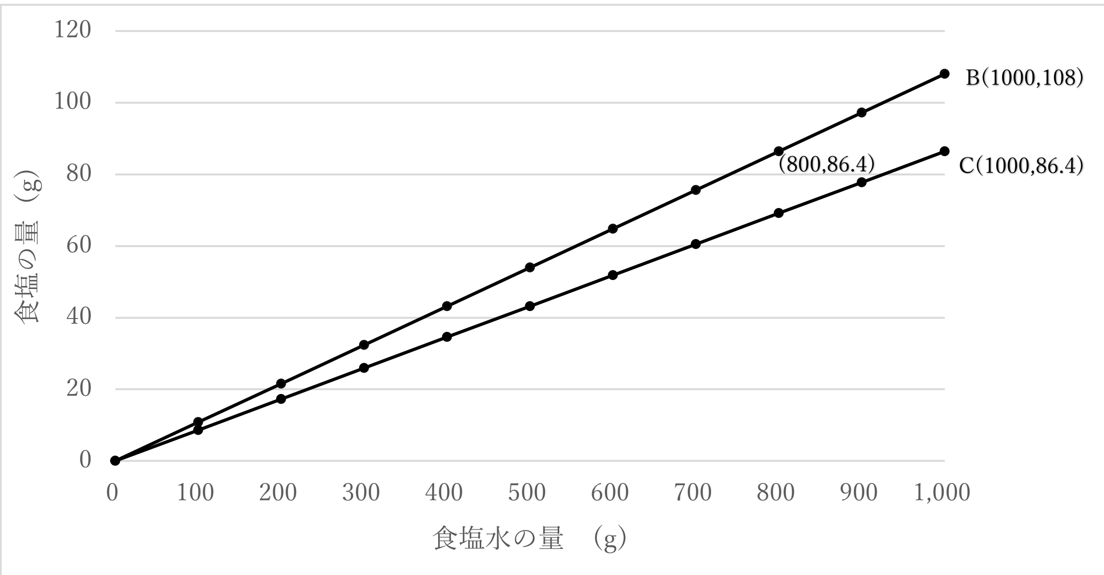
S 1 ：B から 200 g とり、水を 200 g 加えたものが食塩水 C だから、B から 200g 取られたときと C の食塩の量は同じです。

S 2 :B のグラフは C の(1000,86.4)の点から x 軸方向に-200 移動させた点(800,86.4)を通るということですね。

S 3 ：B は食塩水が 1000g のとき食塩は 108 g 入っているということがわかります。

T：いいですね。では、グラフに表してみましょう。

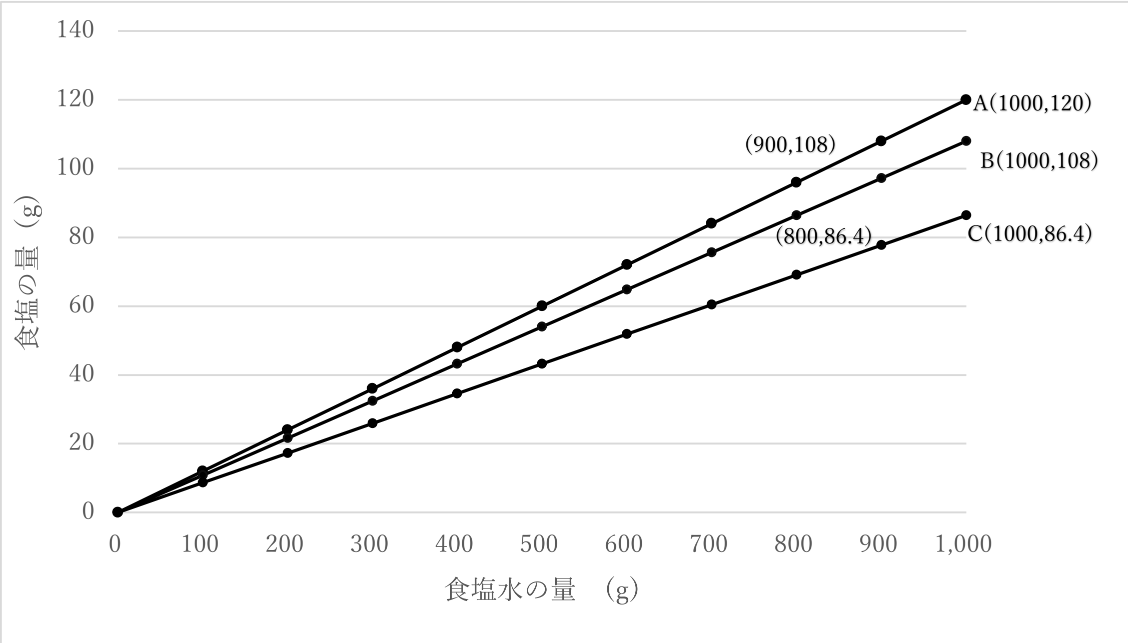
S：



B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

T：できましたね。では食塩水 A についてもやってみましょう。

S：



活動 B から C への展開

T：では、グラフをそれぞれ式に表してみましょう。

S：グラフの傾きは $\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ だから、グラフから

A：　$y = \frac{120}{1000} \times 100x$

B：　$y = \frac{108}{1000} \times 100x$

C：　$y = \frac{86.4}{1000} \times 100x$

です。

T：そうですね。では問題の答えはいくつになるでしょうか。

S：求めるものは食塩水 A の濃度であり、グラフの傾きが濃度を表しているから、

$\frac{120}{1000} \times 100 = 12$

よって答えは 12％です。

③活動 C から N への展開

T：次のような問題をやります。

[問題]

x 軸に食塩水(g)、y 軸に食塩(g)をとったとき、食塩水 B は $y = \frac{108}{1000}x$ と表すことができる。濃度 12％の食塩水 A 1000g にどれだけの水を加えたら、B の濃度に一致するか。

B 班
入澤 はな　渡邉 衿子　出村谷夏海

T：これもグラフを用いて解いていきましょう。まずは問題文から、食塩水 A と食塩水 B のグラフを書いてみましょう。

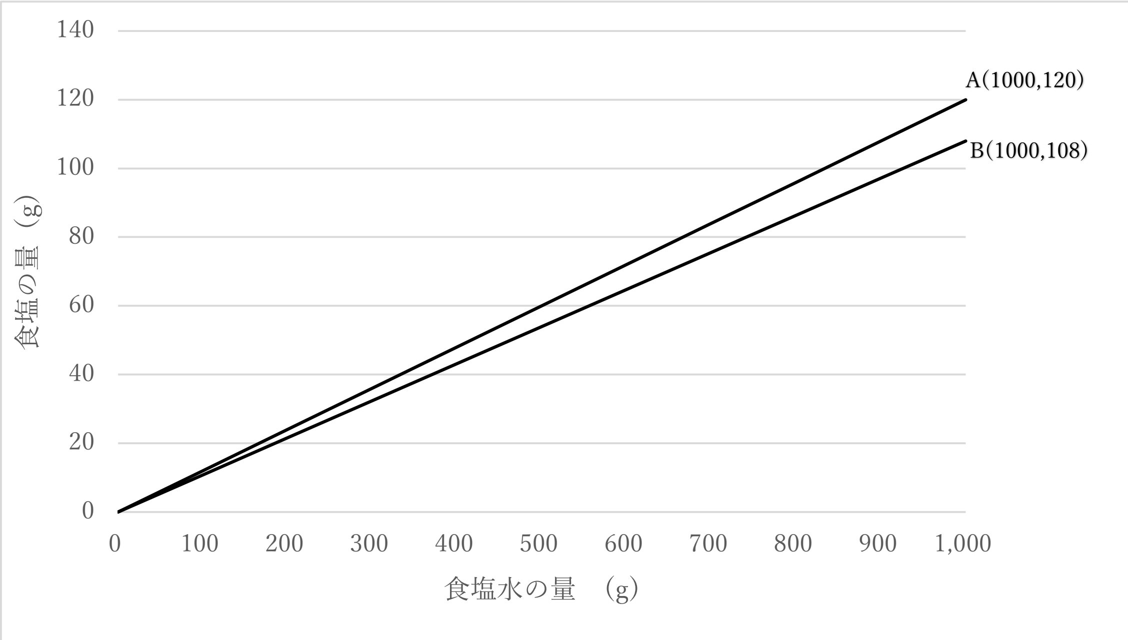
S１：まず B は式が与えられているから、x に 1000、y に 108 がとれます。それに比例の式だから、原点と結べばグラフがかけます！
A は x に 1000g とればいいのはわかるんだけど、その次はどうしたらいいんだったけ。

S２：濃度と食塩水の量がわかっているから、食塩の量が求められるんじゃない？

$$12\% = \frac{y}{1000} \times 100$$

$$y = 120$$

S１：本当だ！これでかけそうだね！



T：正解です！では次に、このグラフを使って解を求めていきます。まず A に水だけを加えるというのはグラフだとどういう風に表せますか？
前回の問題を少し復習してみましょう。前回も食塩水の問題でした。B から 200 g とり、水を 200 g 加えた食塩水を C としていました。C のグラフはかけています。そこから B のグラフを求めるには、まずどうしたか覚えていますか？

S：C の(1000,86.4)から x 軸方向に-200 移動させました。

T：そうですね。B から C になるときに食塩水が 200 g とられ水が 200 g 加えられているということは、B から 200g 取られたときと C の食塩の量は同じということでしたね。要するに、水だけを加えても食塩の量は変わらないので、グラフで見ると座標を横にスライドさせればいいということです。

S：なるほど。でも A はどこまでスライドさせたらいいんだろう。

T：グラフの傾きは何を表していたのか覚えていますか？

B 班

入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

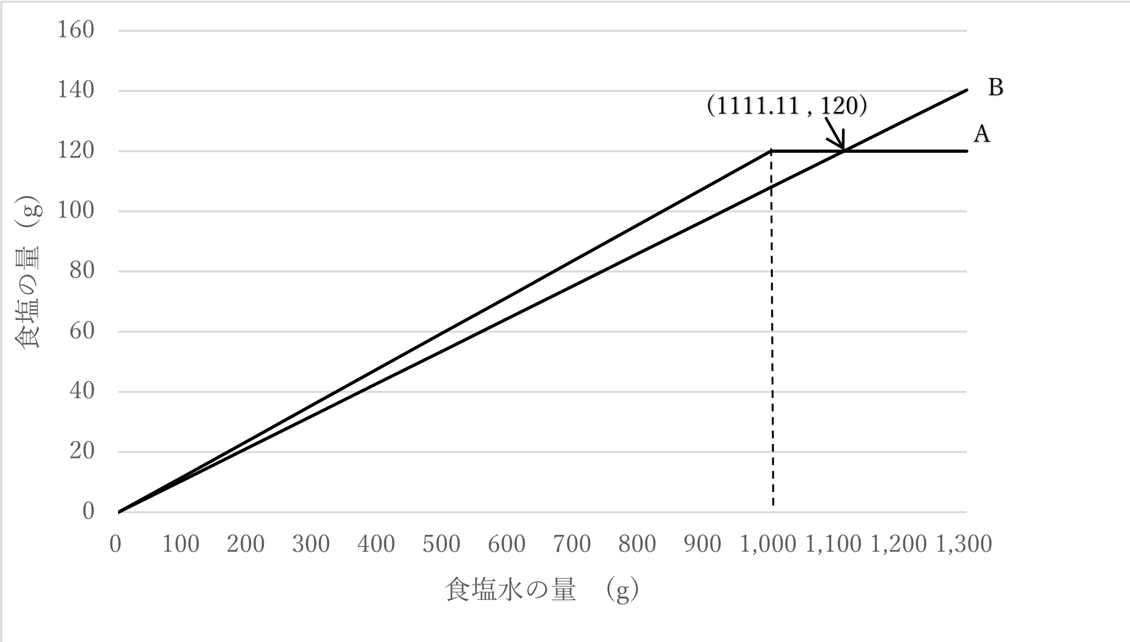
S：食塩水の濃度です。

T：そうですね。A に水を加えたものと、B の濃度＝傾きが一致してればいいのだから？

S：B のグラフを傾きが同じまま伸ばして、それと A のスライドさせた線が交わったところが答えだ！A は y=120 で変わらないから、B の式に y=120 を代入すれば求められる。

$$120 = \frac{108}{1000}x$$

$$x = \frac{1000 \times 120}{108} \approx 1111.11$$



T：グラフはそれで OK です！でもそれが答えではありません。問題文をよく読んでください。「どれだけの水を加えたら」なので 1000g から何 g 加えたのかが答えですよ。

S：そうでした。では、1111.11-1000=111.11 なので、111.11 g が答えです。

B 班
入澤 はな　　渡邉 衿子　　出村谷夏海

７．感想

入澤　はな

指導案を半年かけてつくることで、それを作ることの難しさを知った。また生徒からの視点、教師からの視点などいろいろな立場から自分たちの扱った単元をみることで、その単元についてより理解が深まった。

活動への支援を考えるときに生徒が理解していないことや生徒の反応を予測することが難しかった。たくさん生徒と接し経験することで、その予測がたてやすくなると学んだ。生徒一人一人の理解しているレベルが違うからこそ、生徒を理解しよりよい指導を考えることは難しく時間がかかると改めて感じた。

渡邉　衿子

半年間という長い時間をかけて一つの指導案を作成するという今回の経験から、学習者にどのようになってほしいのかを明確にし、学習者はどの段階まで理解しているのか把握し、教師はどのタイミングで何をどのように支援するのかを考えることが大切であると学ぶことができた。特に QA マップはあらゆる生徒の反応を考え、その反応によって進み方がいくつもあり、それらを整理しやすいため、事前に作成しておくとスムーズに活動しやすいと感じた。実際はその通りに行かないこともあると思われるが、将来、授業やそれに似た活動をする機会があれば作成してみようと思う。

この授業を通して、今まで私が学校で受けてきた授業一つ一つはとても考えられているものであり、より分かりやすく、より理解しやすいように様々な工夫が仕掛けられていたのだと改めて感じることができた。

出村谷　夏海

今まで指導案という存在は知っていたが、どのように作成し、どのように考えるのか知らなかった。しかし、今回、半年かけて指導案を作成したことで、指導案の作り方を知るとともに、完成させることの大変さを知った。特に大変だと思った点は、生徒の反応を予想し、同時に教師側の教えたいことをどの手順でどの方法で教えるかを考えることだ。反応を予想するといっても、一人一人の反応が違うので、様々な場合を考える必要がある。理解度がそれぞれ違う中で、勉強が苦手な子も理解しやすい授業を作る大変さを実感した。また、実際に学校で働いいる先生はどのような指導案を作成しているのか気になった。

QA マップなど、今まで知らなかった手法を学べたので、今回の授業を通して得た知識を教育実習の際に実際の教育現場で実践していきたい。