２０１９年度

数学学習指導設計Ⅰ

単元：確率

B 班

近藤　大樹

高松　直樹

出口　和貴

目次

１　単元設定と設定理由…………………………………………………………………………３
２　確率における主要な解釈の分類と主な例…………………………………………………３
３　授業におけるテーマ設定……………………………………………………………………４
４　授業での確率の取り扱い……………………………………………………………………４
５　過去の学習指導要領での確率の変更内容………………………………………………６
６　平成３０年度版の学習指導要領の指導方針………………………………………………８
７　授業で取り扱う身近な問題の場面設定……………………………………………………９
８　Q&A マップ……………………………………………………………………………………１０
９　授業で取り扱う身近な問題の場面設定その２…………………………………………１０
１０授業で取り扱う身近な問題の場面設定その３…………………………………………１１
１１授業で取り扱う身近な問題の場面設定その４…………………………………………１３
１２授業で取り扱う身近な問題の場面設定その５…………………………………………１４
１３授業で取り扱う身近な問題の場面設定その６…………………………………………１６
１４授業で取り扱う身近な問題の場面設定その７…………………………………………１９
１５授業で取り扱う身近な問題の場面設定その８…………………………………………２２
１６感想………………………………………………………………………………………………２３

1．単元設定と設定理由

［単元設定］

確率（中等部第２学年）

［設定理由］

確率はとても身近な数学の一つであり、日常生活の例として降水確率などは毎日ニュースで見かける。サイコロを１回投げたときに出る目やコインを１回投げたときの裏表に関する簡単な確率であれば数学が苦手で知識がなくても直観的に理解できるほどシンプルである。しかし、中学生や高校生だったころに確率が苦手な人は多いように見られる。実際簡単なものではない。例えばサイコロが２個に増えたとき、出た目に従って何かしらの操作をするなど条件を１つ増やしただけで混乱する人もいるだろう。また、サイコロを２回振ったときには何も考えずに２つの確率を掛け算する人もいるかもしれない。このように確率の分野は複雑に条件を増やしていったときの数学的な意味を考えるより深い思考が必要になるため確率をテーマに設定して理解を深めようと考えた。

2．確率における主要な解釈の分類と主な例

・論理説…多くの人の間で同じ傾向を示し共感を得ることができると考えられる統計的な確率のこと。

例：天気予報、　地震が起こる確率

・主観説…一個人の意見の内にとどまり、客観的に共感を得られないような直観に基づいた確率のこと。

例：モンティ・ホール問題、　異星人が存在する確率

・頻度説…同じ確率においてある事象が起こる頻度を、全体の数と事象の起こった数とで表した確率のこと。

例：不良品が出た確率、　宝くじが当たる確率

・傾向説…ある結果を何度も繰り返すことでその事象が起こる頻度がある値に近づくことを極限的に示した確率のこと。

例：サイコロの各面が出る確率は$\frac{1}{6}$、コインを投げたときの片面が出る確率は$\frac{1}{2}$

ここで以下のように指摘を受けた

・地震が起こる確率は論理説に入るのか？

・モンティ・ホール問題は計算を正確にすると主観説ではなくなる
・上の４つの確率を授業でどう扱っていくかを考える必要がある

３．授業におけるテーマ設定

テーマ「確率の事象を身近なものから数学的な意味を考えながら理解する。」

［設定理由］

確率は生徒･児童が学ぶ初めての不確定さを含んだ数学である。日常生活やゲームを想定した身近な問題を多く取り上げることで生徒に確率の有用性を伝えたい。また樹形図を機械的に描き、式を立てて終わりではなく、まずは頻度説で言われるような確率の数学的な意味を理解してもらいたい。そのためにも条件を変えると場合の数や確率がなぜ変わるのかを生徒同士が議論、説明し合う授業にしたいと考えこのテーマに設定した。

ここで以下のように指摘を受けた
・今までの学習指導要領（小学校、中学校、高等学校）を確認してまとめる

４．授業での確率の取り扱い

確率が今まで授業の中でどのように取り扱われていたのかを調べるために昭和 22 年からの学習指導要領を調べた。調べたところ高等学校学習指導要領数学科改訂版（昭和 33 年 3 月改定版）から記載され始めたことが分かった。また中学校では昭和 33 年までの学習指導要領では統計分野しか取り扱われていなかったが、昭和 44 年の学習指導要領（昭和 47 年 10 月施行）から確率が扱われていることが分かった。

次に確率が学習指導要領の中での記載されている内容の変化について調べてみた。

・昭和 44 年の学習指導要領では第 2 学年で学習することになっていた。内容としては、「多数の観察や多数回の試行によって得られた結果について，頻度(ひんど)の傾向を表わすのに，確率が用いられることを理解させる。」と記載されている。まず、確率の意味を考えることから始め、次に順列と組み合わせの考え方、そして簡単な場合の確率を求めるという風に学習することが分かった。

・昭和 52 年の中学校の学習指導要領では第 3 学年で学習することになっており、記載されている内容の変化としては「樹形図など利用して、起こりえるすべての場合を簡単に求めることができる程度の事象を取り扱うものとする。」という記述が追

加されていた。

・平成元年の中学校の学習指導要領では第 3 学年で学習することになっており、内容の変化としては、不確定な事象と確率を考えるというところが変えられていた。

・平成 10 年の中学校の学習指導要領では第 2 学年で学習することになっており、内容は「具体的な事象についての観察や実験を通して、確率について理解する。」と簡略化されていた。まず起こりうる場合を順序良く整理することができるようになること、次に不確定な事象が起こり得る程度を表す確率の意味を理解し、簡単な場合について確率を求めることができるようになることを目指すことを目標とされていた。また簡単な場合についての確率とは、起こり得るすべての場合について樹形図など利用して簡単に求めることができる程度の事象を取り扱い、余事象の考えによって求めることは扱わない。

・平成 15 年の中学校の学習指導要領では第 2 学年で学習することになっており、内容については変化がなかった。

・平成 19 年の中学校の学習指導要領では第 2 学年で学習することになっており、内容としては、「不確定な事象についての観察や実験などの活動を通して，確率について理解し，それを用いて考察し表現することができるようにする。」と記載されていた。 まず確率の必要性と意味を理解し，簡単な場合について確率を求めること、そして確率を用いて不確定な事象をとらえ説明することを目指すことを目的としていた。またこの年から確率を含めた分野でも学習やそれらを相互に関連付けた学習において，次のような数学的活動に取り組む機会を設けていた。
ア　既習の数学を基にして，数や図形の性質などを見いだし，発展させる活動
イ　日常生活や社会で数学を利用する活動
ウ　数学的な表現を用いて，根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動

ここで以下のように指摘を受けた。
・以前の学習指導要領では「数と式」、「図形」、「数量関係」に領域が設定されていた。特に、「数量関係」は「数と式」、「図形」を統合する領域として位置づけられていた。この「数量関係」が「関数」、「資料の活用」（その後、「データの活用」）に分けられることになった。このことを踏まえて平成３０年度分を確認して過去の分と比較し表にまとめてみる
・新しい改訂を受けて自分たちのテーマが上手くできるのかを考える

５．過去の学習指導要領での確率の変更内容

施行年	学習する学年(中学)	内容の変化
昭和 44	2	多数の観察や多数回の試行によって得られた結果について,頻度(ひんど)の 傾向を表わすのに,確率が用いられる ことを理解させる。
昭和 52	3	「樹形図など利用して、起こりえるすべての場合を簡単に求めることができる程度の事象を取り扱うものとする。」という文が追加 「順列と組み合わせの考え方」「期待値の意味」が無くなる
平成元年	3	項目が減り「不確定な事象と確立」だけ が書かれる
平成 10 年	2	「具体的な事象についての観察や実験 を通して、確率について理解する。」「起こりうる場合を順序良く整理する ことができること」 が追加される。
平成 15 年	2	変化なし
平成 19 年	2	確率について理解し、それを用いて考 察し表現することができるようにする。」「確率を用いて不確定な事象を捉え説明させること。」が追加される。
平成２９年	2	不確定な事象の起こりやすさについ て、数学的活動を通して、次の事項を身 に着けることができるように指導する。 ア　次のような知識及び技能を身に着けること。多数回の試行によって得られる確率と関連づけて、場合の数を基にして得られる確率の必要性と意味を理解すること。 簡単な場合において確率を求めること。 イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に着けさせること。同様に確からしいことに着目し、場合の数を基にして得られる確率の求め方を考察し表現すること。確率を用いて不確定な事象を捉え考察し表現すること。

<参考>数学的活動について(H29 学習指導要領より)

[数学的活動]

(1)「A 数と式」「B 図形」「C 関数」及び「D データの活用」の学習やそれらを相互に関連付けた学習において、次のような数学的活動に取り組むものとする。

ア　日常の事象や社会の事象を数理的に捉え数学的に表現・処理し、問題を解決したり、解決の過程や結果を振り返って考察したりする活動

イ　数学の事象から見通しをもって問題を見出し解決したり、解決の過程や結果を振り返って必合的・発展的に考察したりする活動

ウ　数学的な表現を用いて論理的に説明し伝えあう活動

H29 年の学数指導要領の大幅な変化によってテーマ「確率の事象を身近なものから数学的な意味を考えながら理解する」がどのような影響を受けるか

［数学的活動］の「ア　日常の事象や社会の事象を数理的に捉え数学的に表現・処理し、問題を解決したり、解決の過程や結果を振り返って考察したりする活動」 が我々のテーマにかなり近いだろう。H29 の改定前は「具体的な事象についての観察や実験を通して、確率について理解する。」という文があったが、確率を理解するための「観察や実験」という印象が強い。今回の改定で「日常の事象や社会の事象」、「表現・処理し、問題を解決」ということが追加され生徒がより身近な確率を様々な方法で解決できるようになると考える。

ここで以下のように指摘を受けた

・［数学的活動］にア、イ、ウはあるがエ、オはないのか？またア、イ、ウがどうして大事なのかを考える必要がある

・学習指導要領は改訂ごとに内容が選択されて掲載されている。では選択されたことにより何が行われ、何が行われないのかを明らかにする必要がある

・単元レベルの構想を考えるのと同時にある商店を当てた授業はどうすればいいのかを考える必要がある

６．平成３０年度版の学習指導要領の指導方針

中学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説

第 2 学年の目標及び内容

D データの活用

ア　不確定な事象の起こりやすさについて、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する

(ア)多数回の試行によって得られる確率と関連付けて、場合の数を基にして得られる確率の必要性と意味を理 次のような知識及び技能を身に付けること

・多数回の試行を実際に繰り返すことで、ある事象の起こる割合が、一定の値に近づくことをグラフや表を理解すること

(イ)簡単な場合について確率を求めること

イ　次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること

(ア)同様に確からしいことに着目し、場合の数を基にして得られる確率の求め方を考察し表現すること

・「同様に確からしい」の意味を考え理解する

(例えば同様に確からしくなかった場合どんな不都合があるか等)

・条件に合わせて樹形図や表で整理して、場合の数が求められる

(イ)確率を用いて不確定な事象を捉え考察し表現すること

・様々な日常的事象の確率を求めたり比べたりする

ここで以下のように指摘を受けた

・イの(イ)の「・様々な日常的事象の確率を求めたり比べたりする」を最後にもってきているが最後でなくてもいいのではないだろうか

・アの（ア）、（イ）やイの（ア）、（イ）はそれぞれが A になるので、それらが A になるための Q を考える必要がある

・これ以外の A でもよいが・の内 A 全体に含める

7．授業で取り扱う身近な問題の場面設定

身近な日常生活の中で触れる確率について
またその確率が単元的にはどの内容に当たるのかについて考える。

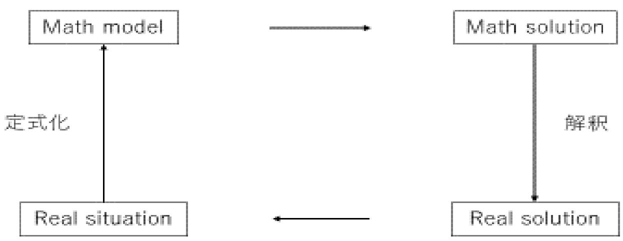
抽選箱(ガチャ)の当たりを引く確率

① 抽選箱の中から 1 つの当たりを引く確率
箱の中に景品が 100 個入っているとしてそのうち 1 つがあたりとする。このとき当たりを 1 回で引く確率は$\frac{1}{100}$
2 回で引く場合は$\frac{1}{100}+\frac{99}{100}\times\frac{1}{99}=\frac{2}{100}=\frac{1}{50}$
と、このように景品 n 個に対して m 回引いたとすると$\frac{m}{n}$である。

② ガチャの当たりを引く確率
当選確率 1%のガチャを 100 回引いたとしても当たりが当たる確率は 100%では無いという話がある。
実際の確率を計算してみると…
1-0.99^100=0.634 という計算によって 100 回引いた内で当たりを引かない確率の 100 乗の余事象から求められる。

このように知識の無いままに確率を取り扱うことで、間違った見積もりをしてしまうことを、確率を学ぶことで回避できる事を考えること
また、大まかな見積もりを判断できるようになる確率の学習をさせたい。

ここで以下のように指摘を受けた



・上のモデル化の図より定式化と（数学で処理した時の）解釈をどう扱うかを考える必要がある

・①で求める確率は実際に当たる本数を表しており、②で求める確率は傾向を表しており確率を意味する内容が変わってくる

8．Q&A マップ

中学校学習指導要(平成 29 年告示)解説の第 2 学年の目標及び内容に記載されていることを元にＱ＆Ａマップを作製した。

Q1：生活の中で確率という言葉を聞くが、実際どのようなものを確率として扱うのだろうか？
A1：様々な日常的事象の確率を求めたり比べたりする

Q2：同様に確からしくない場合だとどのような不都合が起きるのだろうか？また同様に確からしいならば、サイコロを例にとると各面の値が一回ずつ出るのだろうか？
A2：「同様に確からしい」の意味を考え理解する

Q3：抽選箱の中に当たりとはずれの書かれた球が入っており、球を取ったら戻さない場合と球を取ったら戻す場合ではどのような確率の変化があるのだろうか？
A3：条件に合わせて樹形図や表を整理して、場合の数が求められる

Q4：生徒の中に加算と乗算を間違えて計算する子がいるがどうして間違うのだろうか？
A4：どのようなときに加算と乗算をするのかを考える

ここで以下のように指摘を受けた

・これは Q&A マップではなく各時間の目標になっており目的に反している

・もっと具体的に 1 時間の具体的な Q&A マップでなくてはならない

9．授業で取り扱う身近な問題の場面設定その 2

QA マップを作るにあたって簡単な問題を設定して考えてみることにしてみる。
Q:赤色と黒色の玉が 50 個ずつ入った壺がある。様々な試行において一回取った球を壺に戻すときと戻さないときでは確率はどう変化するか。
試行 1：最初の玉が赤の確率
試行 2：2 つ目が赤の確率

１．まず球を取って壺に戻していく思考の確率から考えてみる。
試行 1 の場合確率は 100 個のうち 50 個が赤なので 1/2 となる。
試行 2 の場合確率は 1 回目に出た玉の数に依らないので 1/2 となる。

２．次に取り出した球をそのまま戻さずに捨てたときの確率を考えてみる。

試行 1 の場合、確率は同じく 1/2 となる

試行 2 の場合確率は、赤→赤、黒→赤で出る確率を求めて足せばいいので

$$\frac{50}{100}\times\frac{49}{99}+\frac{50}{100}\times\frac{50}{99}=\frac{1}{2}$$

となる。2 回目まで球を捨てるときと戻す時の確率は同じ事が分かる。では何回目から異なるのか。もしくは 100 回まで同じままなのか？

・まず 3 回目の確率を求めてみる

$$\frac{50}{100}\times\frac{49}{99}\times\frac{48}{98}+\frac{50}{100}\times\frac{49}{99}\times\frac{50}{98}+\frac{50}{100}\times\frac{50}{99}\times\frac{49}{98}+\frac{50}{100}\times\frac{50}{99}\times\frac{49}{98}=\frac{1}{2}$$

・10 回目を考えてみる

Q:赤色と黒色の玉が 50 個ずつ入った壺がある。様々な試行において一回取った球を壺に戻すときと戻さないときでは確率はどう変化するか。

Q1:球を戻さない試行だと赤が出る確率は常に 1/2 なのか？

Q2: 2 回目での確率が球を戻すときも戻さないときも 1/2 になっているがこれも 50 回目まで常に同じになっているのか？

ここで以下のように指摘を受けた

・試行 2 では 1 つ目の条件を決めなくてはならない

・中学生が解ける基準とは何なのか？

・通常の授業は学習指導要領に基づき教科書通り授業をすることで最低限をカバーできる。例でいうと階乗は記号を教えなければ既習事項なので使えるなどである。

・「どうして確率を学ぶのか？」を通して学ぶことの意義を考える必要がある

・何かしら意思決定をしないといけない場面で確率を用いられるような場面設定にしなければならない

・全て 1/2 になる結果を得たが、そこからどういう行動をするのかを考えなければならない

１０．授業で取り扱う身近な問題の場面設定その３

身近にみられる確率の意外な例として席替えという物について考えてみる。

私たちが学校生活を送ってきた中で席替えをしても同じ積のままだったという状況はかなり置きにくい状況であると考えられる一方でかなりの頻度で起こっていたように考えられる。

クラスの人数を 3 人として仮定して計算してみると
始めにいる席にいる確率 1/3，席替えで同じ席に選ばれる確率 1/3,クラスの人数の 3 を掛け合わせればよいので
1/3×1/3×3=1/3＝0.33
と言う答えが考えられる。

しかし、実際にはこの計算から席替えで同じ咳になる確率は求められてはおらず
生徒の並べ方が 3!通りあり、その中で 4 通りが同じ席になる人が少なくとも 1 人の並び方が求められ。よって 4/3*2＝2/3＝0.666 という答えが得られ、想像していたよりも同じ積になるという事象が起こりやすいことであると言うことが分かる。

席替え前	1	2	3
席替え後	①	②	③
	①	3	2
	2	1	③
	2	3	1
	3	1	2
	3	②	1

このような表を利用して考えてもよい。

これについて、クラスの人数が変わることでどのような起こりやすさの変化はどのようになるか？条件をつけた時の確率の変化についての問題も考えられる。

ここで以下のように指摘を受けた

・球を取り出すことや席替えをしたいわけではないので前回の問題設定と今回の問題設定は適していない

・身近な例を元に何を学ばせたいのかを考えなければならない

・狙いを生徒に受けこみやすくするように、また数学の必然性が入れられるような設定、状況にしなければならない

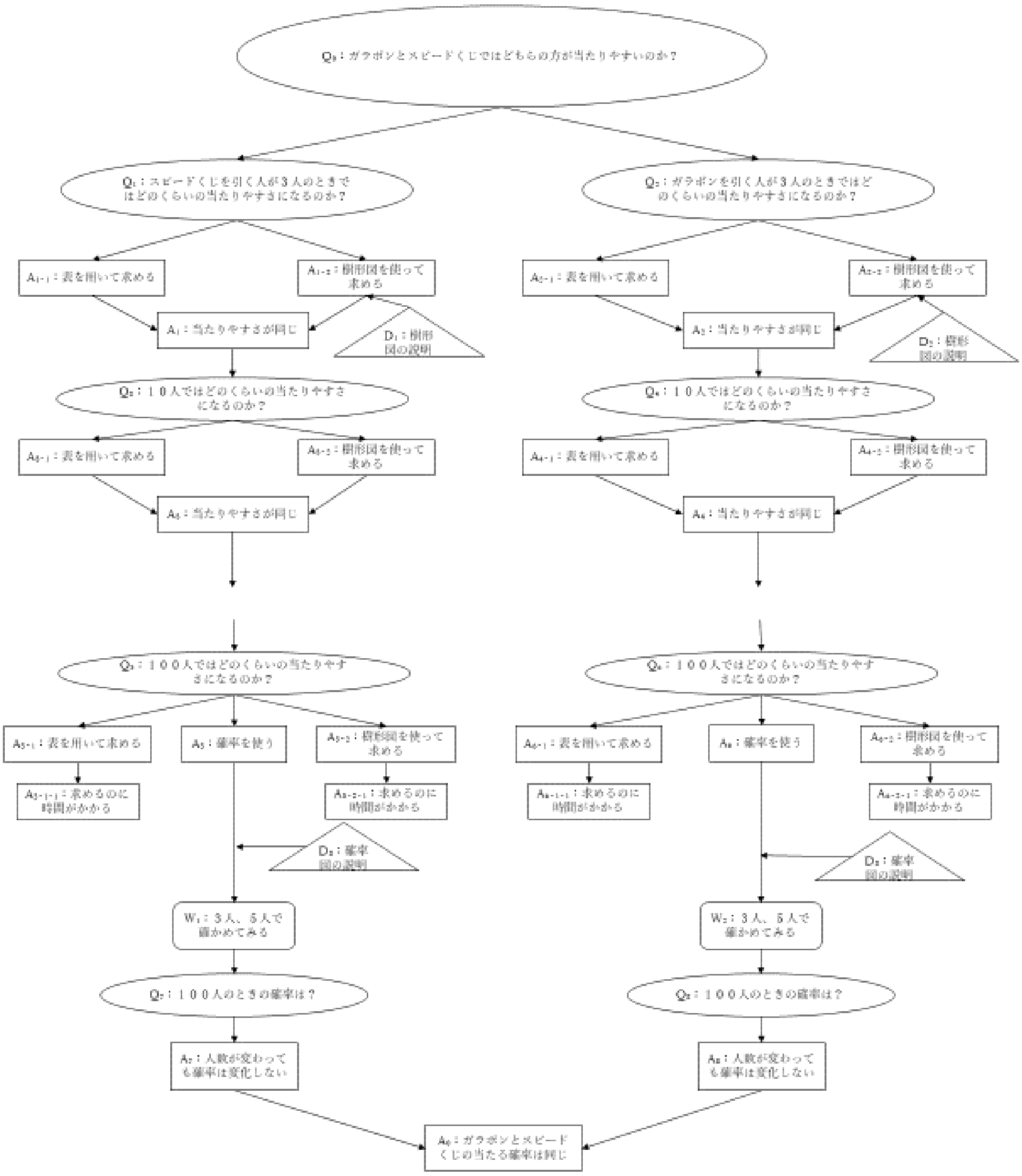
・「〇と△を比べたらどちらが得かを考えるのに数学が必要になる」、「〇と□を比べてどちらが高いのだろうか？」という風に数学的アプローチを変えていく必要がある

・Q&A マップを考える上で教師が誘導するのか、生徒に気づいてもらうのかを考える必要はない

１１．授業で取り扱う身近な問題の場面設定その４

祭りやショッピングモールなどでくじを引く場面があると思う。くじではガラポンやスピードくじなどが用いられることが多い。今回はガラポンとスピードくじの二つが用意されているとする。このときガラポンとスピードくじのどちらの方を引いた方が当たりやすいのだろうか？今回はこのことについて Q&A マップを作成する。

本時の狙い：確率の理解



ここで以下のように指摘を受けた

・まず確率の問題設定において大切なことは直観と計算結果にギャップがあることである。１１の問題においてガラポンとスピードくじを引いた時の確率が同じ事は直観的にわかるだろう。

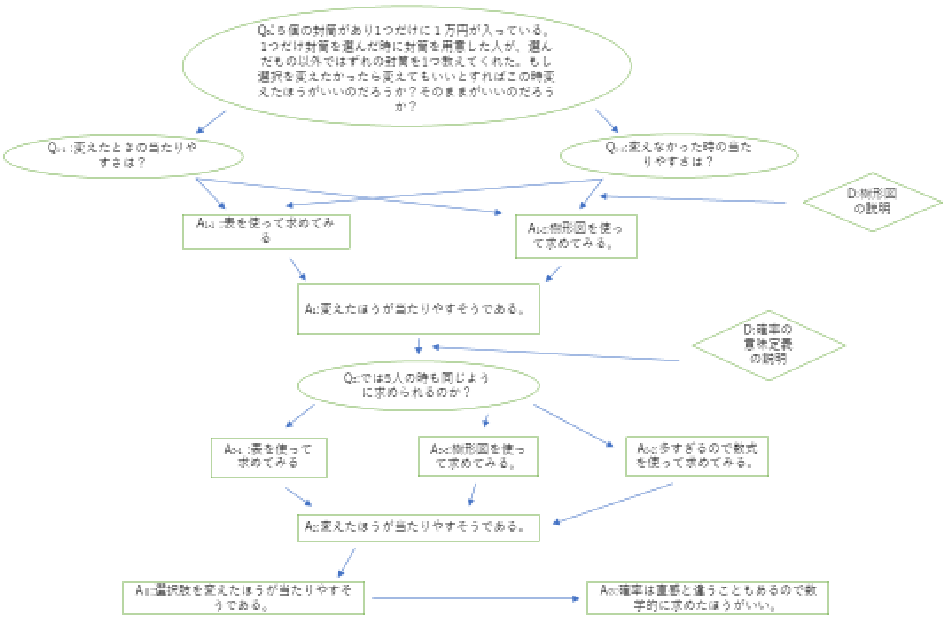
・また、ガラポンのくじを戻すということ自体、現実的な設定に無理があり、身近ではありえない。

以上のことより別の問題を考えることにする。

１２．授業で取り扱う身近な問題の場面設定その５

確率には直感と異なるものが存在する。その代表的な例がモンティ・ホール問題である。今回はモンティ・ホール問題をもう少し日常的な封筒の中にお金が入っている場面に例えて解いてみる。なお、3 個の解はよく知られているので選択肢 5 個の時を選択肢 3 個の時を求めることを通して考えてみる。

本時の狙い：確率の理解



この QA マップには以下の問題点を指摘された。

・まず設定した問題 Q_0 では計算しなくても直観的に答える人も出てきてしまうだろう。よって問題を少し変える必要がある。

・まず Q_1 に移るときに、封筒の数を少なくして考えられるかという Q を考えなくてはいけない。Q は生徒が考えるであろうあらゆる可能性を考えなければいけない。

・A_1、A_2 において「変えたほうが当たりやすそう」とあるが、変えたほうが当たるということは樹形図や表から求まっているので、A_1 は「なぜかわからないが変えたほうが当たる」に変更したほうが良い。

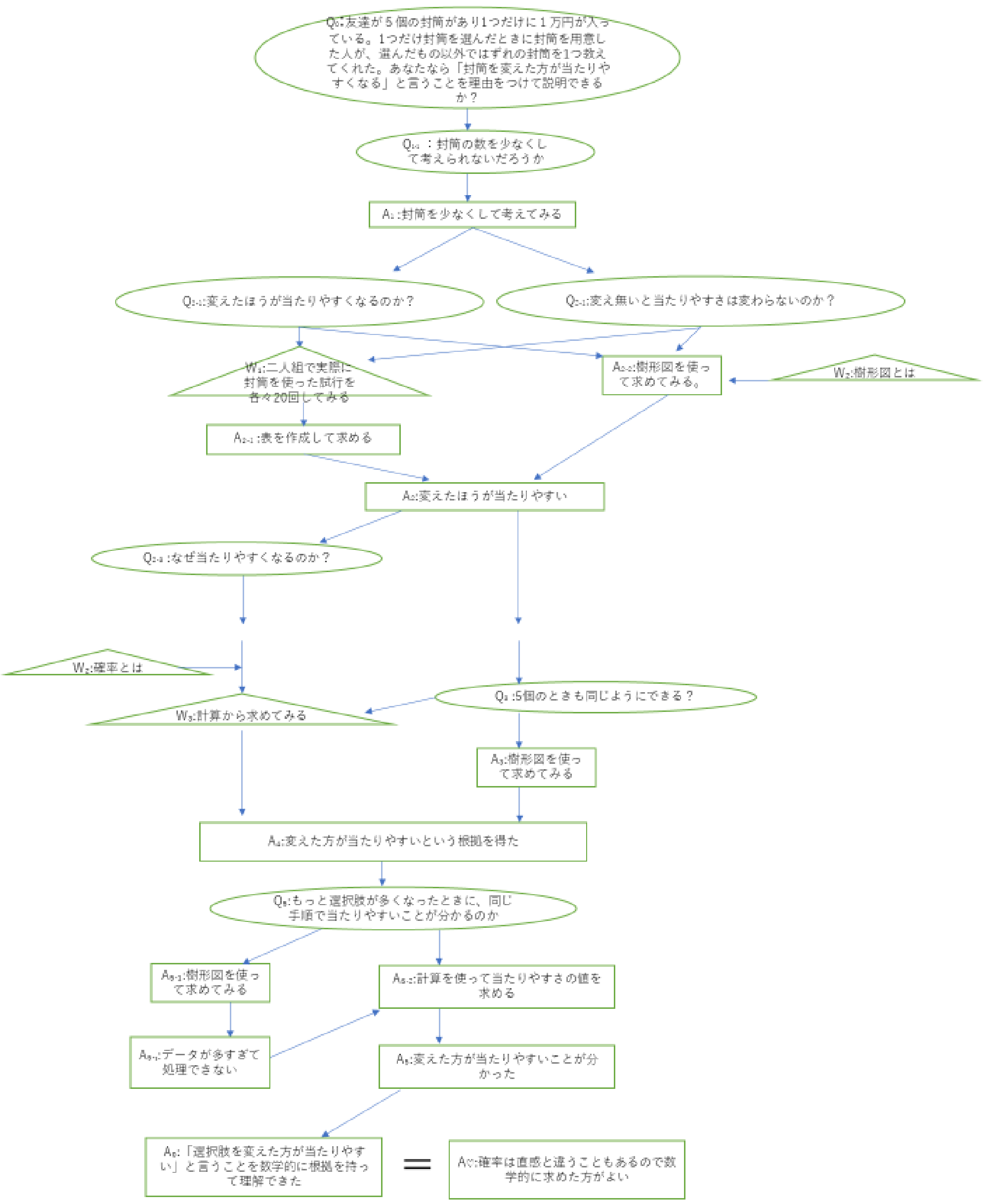
・$A_{1\text{-}1}$ は、全てのパターンを書き表す表を考えていたが、樹形図とやっていることは変わらないので、実際に封筒を 3 つ用意して生徒自身に実験してもらい結果を書き表す表に変更する。

・$A_{2\text{-}1}$ の「表を使って求めてみる」は 3 人の時と同じことをするだけなので廃止する。

・A_2「変えたほうが当たる」からなぜそうなるのかという経路をたどって $A_{2\text{-}2}$「多すぎるので数式を使って求めてみる」に至ることも考える。また、$A_{2\text{-}2}$ からさらに「封筒が 100 個などに増えても計算で求められるか」などを考えて実験や樹形図なしで解けないかを考える。

１３．授業で取り扱う身近な問題の場面設定その６

１２で記載した Q&A マップの修正版を記載する。



本時のねらい

ある事象において直感と違うときに確率を用いて数学的に求めたほうがいいことを理解する

問題

5個の封筒が用意されており1つだけに1万円が入っている。友だちが1つだけ封筒を選んだときに封筒を用意した人は選んだ封筒以外ではずれの封筒を1つ教えてくれた。そしてもう一度選びなおすチャンスをくれた。友だちはあなたに「封筒を変えたほうが当たると思う？それとも封筒を変えないほうが当たると思う？」と聞いてきた。あなたはどちらの方法を取ったほうが当たりやすいと根拠をもって選択できますか？

期待する活動A

封筒の数を3個にして考えてみる

・二人組を作って選びなおすときと変えないときの試行を各々20回実際にやってみて表を作成する

・起こりうる組み合わせを簡易な図に書き表してみる

活動Aへの支援

▶より特殊な支援

封筒の数を少なくして考えてみよう

期待する活動B

・封筒が3個のときの樹形図を書いてすべてのパターンを書き表して当たりやすさを考える

活動Bへの支援

▶より一般的な支援

簡易な図を数学的に考えられないだろうか

▶より特殊な支援

樹形図を考えてみよう

期待する活動C

封筒が５個の場合

・全てのパターンを書き出すような樹形図を書いて考えてみる

・確率付きの樹形図を考えてみる

・確率を求めるような式を考えてみる

活動Cへの支援

▶より一般的な支援

封筒の数を増やしても同じように考えられるだろうか

確率とは何か？

▶より特殊な支援

封筒の数を５個にして考えてみよう

確率の概念の説明

期待する活動Ｄ

・確率を求めて変えたときと変えないときのどちらの方が当たりやすいかを考えてみる。

活動Ｄへの支援

▶より一般的な支援

当たりやすさを式で表してみよう

▶より特殊な支援

封筒が５個のときの確率を考えてみよう

さらなる活動（N）への支援

▶より一般的な支援

封筒の数がもっと多い時には同じように考えられるだろうか

ここで以下のように指摘を受けた

・「求めてみる」「少なく」など曖昧な表現を避けてどのような過程があるのかを書き出すように指摘を受けた。

・過程を省かずに考えの流れなど細かく書き出すよう指摘を受けた。

・「根拠を得た」をより具体的にどのような根拠なのかを書き出す指摘を受けた。

・QA マップの「封筒の数を 3 個にする」ことの意図を書き出す。

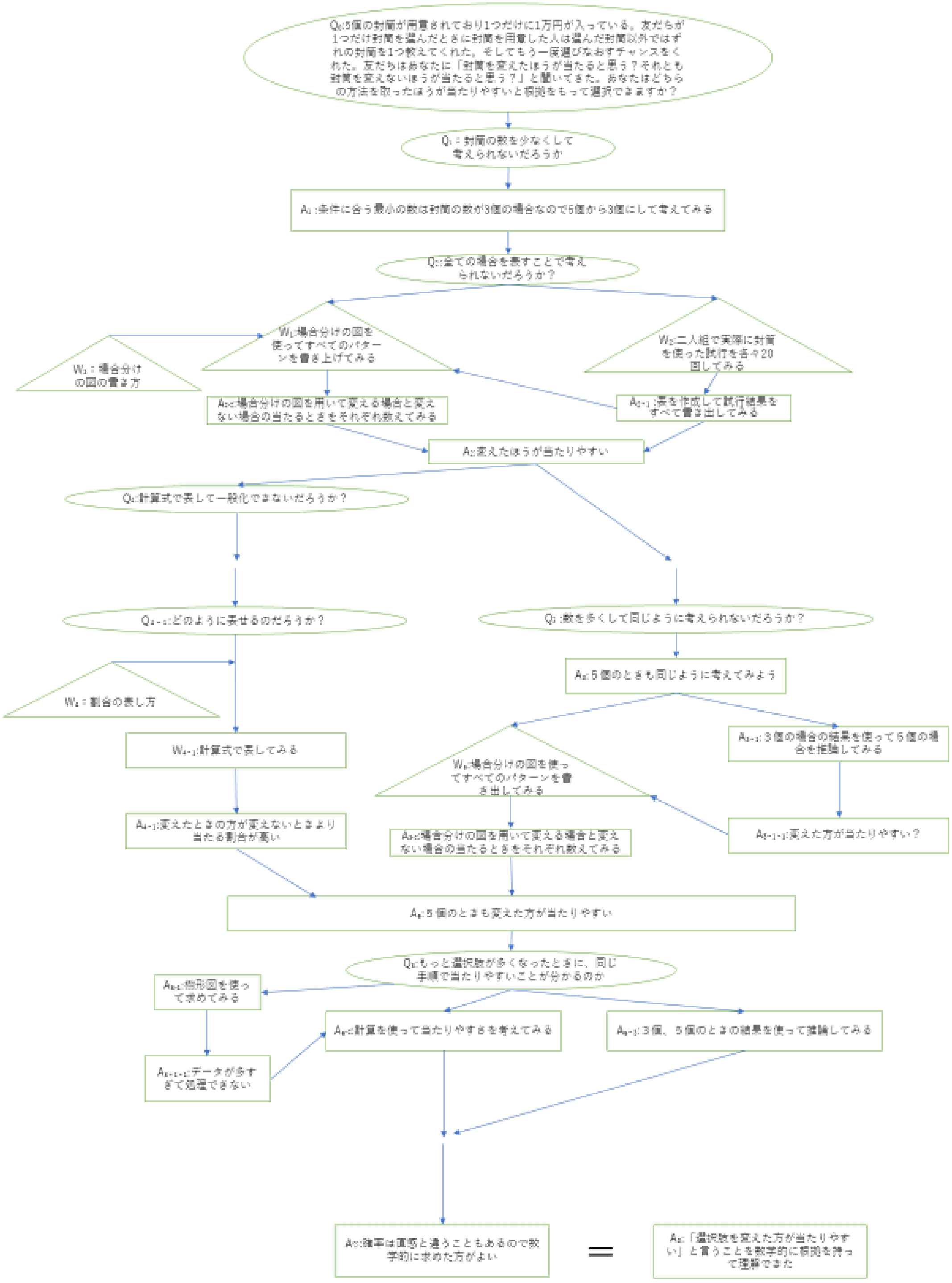
・実際の図を QA マップに書き出す。

・「確率」と言う単語の表現は最後の支援として教えてもよい。はじめから確率という物として教えるのではない。

・活動 D を活動 C の中に含めて、支援（N）を活動 C への支援に含ませる。

１４．授業で取り扱う身近な問題の場面設定その７

１３で作成した Q&A マップの修正版を記載する。


Q:5個の封筒が用意されており1つだけに1万円が入っている。友だちが1つだけ封筒を選んだときに封筒を用意した人は選んだ封筒以外ではずれの封筒を1つ教えてくれた。そしてもう一度選びなおすチャンスをくれた。友だちはあなたに「封筒を変えたほうが当たると思う？それとも封筒を変えないほうが当たると思う？」と聞いてきた。あなたはどちらの方法を取ったほうが当たりやすいと根拠をもって選択できますか？
Q：封筒の数を少なくして考えられないだろうか
A：条件に合う最小の数は封筒の数が3個の場合なので5個から3個にして考えてみる
Q:全ての場合を表すことで考えられないだろうか？
W:場合分けの図を使ってすべてのパターンを書き上げてみる
W：場合分けの図の書き方
W:二人組で実際に封筒を使った試行を各々20回してみる
A:場合分けの図を用いて変える場合と変えない場合の当たるときをそれぞれ数えてみる
A:表を作成して試行結果をすべて書き出してみる
A:変えたほうが当たりやすい
Q:計算式で表して一般化できないだろうか？
Q:どのように表せるのだろうか？
W：割合の表し方
W:計算式で表してみる
A:変えたときの方が変えないときより当たる割合が高い
Q：数を多くして同じように考えられないだろうか？
A:５個のときも同じように考えてみよう
A:３個の場合の結果を使って５個の場合を推論してみる
W:場合分けの図を使ってすべてのパターンを書き出してみる
A:場合分けの図を用いて変える場合と変えない場合の当たるときをそれぞれ数えてみる
A:変えた方が当たりやすい？
A:５個のときも変えた方が当たりやすい
Q:もっと選択肢が多くなったときに、同じ手順で当たりやすいことが分かるのか
A:樹形図を使って求めてみる
A:計算を使って当たりやすさを考えてみる
A:３個、５個のときの結果を使って推論してみる
A:データが多すぎて処理できない
A:確率は直感と違うこともあるので数学的に求めた方がよい
＝
A:「選択肢を変えた方が当たりやすい」と言うことを数学的に根拠を持って理解できた

以下に Q&A マップに対応する活動支援表を記載する。

本時のねらい

ある事象において直感と違うときに確率を用いて数学的に求めたほうがいいことを理解する

問題

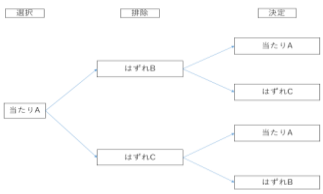
5個の封筒が用意されており1つだけに1万円が入っている。友だちが1つだけ封筒を選んだときに封筒を用意した人は選んだ封筒以外ではずれの封筒を1つ教えてくれた。そしてもう一度選びなおすチャンスをくれた。友だちはあなたに「封筒を変えたほうが当たると思う？それとも封筒を変えないほうが当たると思う？」と聞いてきた。あなたはどちらの方法を取ったほうが当たりやすいと根拠をもって選択できますか？

期待する活動A

封筒の数を(3)個にして考えてみる

・二人組を作って選びなおすときと変えないときの試行を各々(20)回実際にやってみて表を作成する

・起こりうる組み合わせを簡易な図に書き表してみる



活動Aへの支援

▶より特殊な支援

封筒の数を少なくして考えてみよう

活動Bへの支援

▶より一般的な支援

すべてのパターンを書き出して考えられないだろうか

▶より特殊な支援

場合分けの図を考えてみよう

期待する活動B

・封筒の数が(3)個のときの場合分けの図を書いてすべてのパターンを書き出して当たりやすさを考える

期待する活動C

封筒の数を(5)個にして考えてみる

・全てのパターンを書きだしてみる

・封筒の数が(3)個の場合でわかったことを元に考えてみる

活動Cへの支援

▶より一般的な支援

封筒の数を増やしても同じように考えられるだろうか

＜確率とは何か？＞

▶より特殊な支援

封筒の数を５個にして考えてみよう

＜確率の概念の説明＞

さらなる活動（N）への支援

▶より一般的な支援

封筒の数がもっと多い時には同じように考えられないだろうか

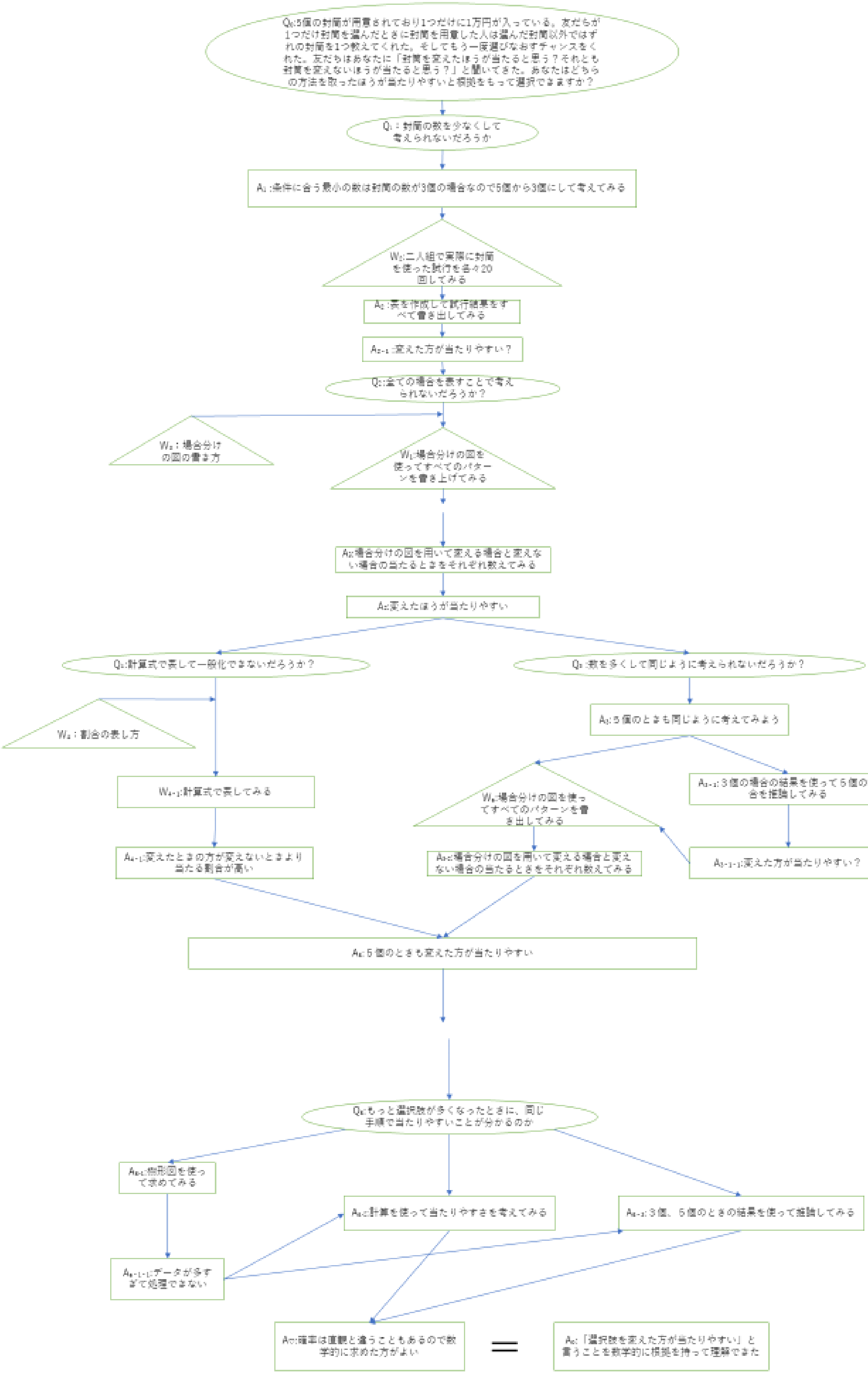
ここで以下のように指摘を受けた

・W_2と $A_{2\text{-}1}$を A_1の次に移動させる。

・$Q_{4\text{-}1}$の「どのように」は何をどのように表すのかを明瞭にする。

１５．授業で取り扱う身近な問題の場面設定その８

以下に１４で作成した Q&A マップの修正版を記載する。


Q_0:5個の封筒が用意されており1つだけに1万円が入っている。友だちが1つだけ封筒を選んだときに封筒を用意した人は選んだ封筒以外ではずれの封筒を1つ教えてくれた。そしてもう一度選びなおすチャンスをくれた。友だちはあなたに「封筒を変えたほうが当たると思う？それとも封筒を変えないほうが当たると思う？」と聞いてきた。あなたはどちらの方法を取ったほうが当たりやすいと根拠をもって選択できますか？
Q_1：封筒の数を少なくして考えられないだろうか
A_1 :条件に合う最小の数は封筒の数が3個の場合なので5個から3個にして考えてみる
W_2:二人組で実際に封筒を使った試行を各々20回してみる
A_2 :表を作成して試行結果をすべて書き出してみる
A_{2-1} :変えた方が当たりやすい？
Q_3:全ての場合を表すことで考えられないだろうか？
W_3：場合分けの図の書き方
W_3:場合分けの図を使ってすべてのパターンを書き上げてみる
A_3:場合分けの図を用いて変える場合と変えない場合の当たるときをそれぞれ数えてみる
A_3:変えたほうが当たりやすい
Q_4:計算式で表して一般化できないだろうか？
Q_5 :数を多くして同じように考えられないだろうか？
W_4：割合の表し方
W_{4-1}:計算式で表してみる
A_{4-1}:変えたときの方が変えないときより当たる割合が高い
A_5:５個のときも同じように考えてみよう
W_5:場合分けの図を使ってすべてのパターンを書き出してみる
A_{5-1}:３個の場合の結果を使って５個の場合を推論してみる
A_{5-2}:場合分けの図を用いて変える場合と変えない場合の当たるときをそれぞれ数えてみる
A_{5-1-1}:変えた方が当たりやすい？
A_6:５個のときも変えた方が当たりやすい
Q_6:もっと選択肢が多くなったときに、同じ手順で当たりやすいことが分かるのか
A_{6-1}:樹形図を使って求めてみる
A_{6-2}:計算を使って当たりやすさを考えてみる
A_{6-3}:３個、５個のときの結果を使って推論してみる
A_{6-1-1}:データが多すぎて処理できない
A_7:確率は直観と違うこともあるので数学的に求めた方がよい
＝
A_0:「選択肢を変えた方が当たりやすい」と言うことを数学的に根拠を持って理解できた

近藤　大樹

数学指導設計Ｉを受講して、教える側に立ったときいかに興味を持ってもらえるような問いを作るかということを考えるきっかけになった。教科書に載っている問題を使うのも一つの手段ではあるが生徒の関心を引くことは難しい。今回の確率問題のように思った答えと違った結果が出れば自然と生徒は疑問を持ち、興味を持ってくれるのではないだろうか。ただし問題を考えるまではとても苦労した。あまりにも有名であるモンティ・ホールの問題を使っていいものかと考えたが自分たちでは計算結果が直観と異なるような意外性のある確率の問題を考えることができなかった。

次回、機会があるのならば自分たちで問題を考え、もっと生徒が自分で解いて確かめたいと思えるような問題にしたい。

高松　直樹

数学学習指導設計Ｉを通して、私たちが知っている知識を生徒に教えるときに想定される様々な可能性と問題点を把握してどのように生徒を自主的に考えさせることができるかについて考慮することが大切かを学んだ。
私たちが指導案を作る中だけでもたくさんの躓きや気づきがあって、更にそれを教科書や指導要領から離れてより日常的な物に結びつけるのにも私たちの体験や経験から考えられる物は少なく、私たちのアイデアを生かすことはできなかった。

今回の指導案の作成の失敗を他の様々な単元に対しても生かせるように、また指導案を作製してみたいと考える。

出口　和貴

今回数学学習指導設計Ｉを受講して授業の指導案を作成することの大変さや、教科書に頼らない授業づくりの難しさを学んだ。私は高校生まで教科書通り進めていく授業が多くそれが一般的なのかと思った。しかしこの授業を受講して教科書通り授業するだけでは不十分でありその分野全体を見てから何を教え、伝えなければいけないのかを考えるところから始めなければならないことを知った。今回は確率の分野に焦点を当てて、モンティ・ホール問題について考えていったが、実際に授業案を作ってみてどのように授業を組み立てて行けばよいのか考えるのが難しかった。将来教育現場に出るころにはしっかりとした授業を作れるようにしていきたい。