2019 年度

数学学習指導設計Ⅰ

単元：微分法

A 班

片岡　鳴武

西村　昌夫

藤原　大樹

目次

１．単元設定と設定理由

[単元設定]

微分法（数学Ⅱ）

[設定理由]

微分・積分は高校数学の中でも多くの生徒が苦手とする単元である。しかし、微分・積分法を深く学ぶことでより多くの事象が数学的に理解できるようになる。そのため、微分・積分を基礎からしっかり学ぶことは生徒の数学的知識・技能を高めることにつながるため重要である。したがって、微分・積分の基礎となる導入を工夫することで、その後の学習での躓きを減らしたい。微分・積分は内容が複雑なため座学のような授業になりがちだが、実生活と関連付けながら微分・積分を考えていくことで、少しでも微分・積分に対する抵抗を減らしたい。

ここで以下のように指摘を受けた

・高等学校では、極限をベースに微分・積分を考えることをしたが、実は極限をベースにしない概念もある。今の日本のカリキュラムは、教授学的知識の中から学校で扱うものとして極限の概念をベースにしたものを選択しているだけである。では、選択されなかった概念にはどのようなものがあるだろうか。

・ロビンソン：超準解析

無限小や無限大をもつ超実数体を表すためにフィルターという概念を定義して考えていく。超準解析の利点は無限小をイプシロンデルタで扱うよりも、超準解析の方が直観的に理解できるという主張がある。

定義　実数値関数 f が実数値 x において微分可能であるのは、任意の無限小超実数 h に対して、標準部

$$f'(x) = \mathrm{st}\left(\frac{{}^{\star}f(x+\hbar) - {}^{\star}f(x)}{\hbar}\right)$$

が存在し（つまり極限値で）かつ h に依存しないとき、かつそのときに限る。このとき f'(x)は実数であり、 f の x における微分となる。

２．授業におけるテーマ設定

テーマ「身近な事象を題材にして、微分法の数学的な意味を理解する」

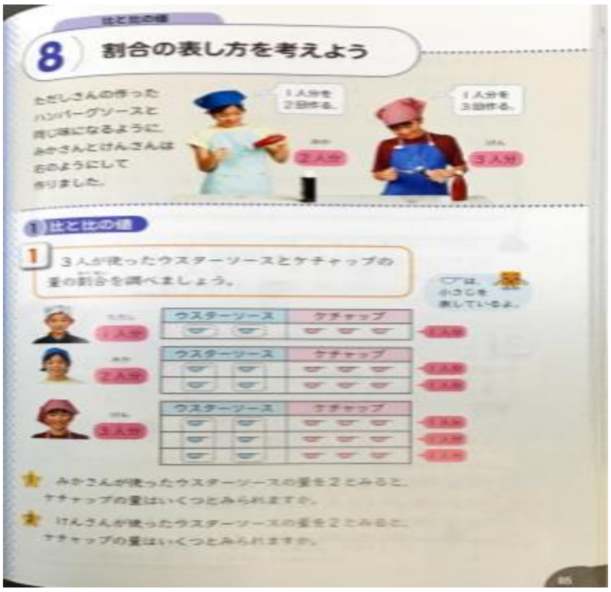
[設定理由]

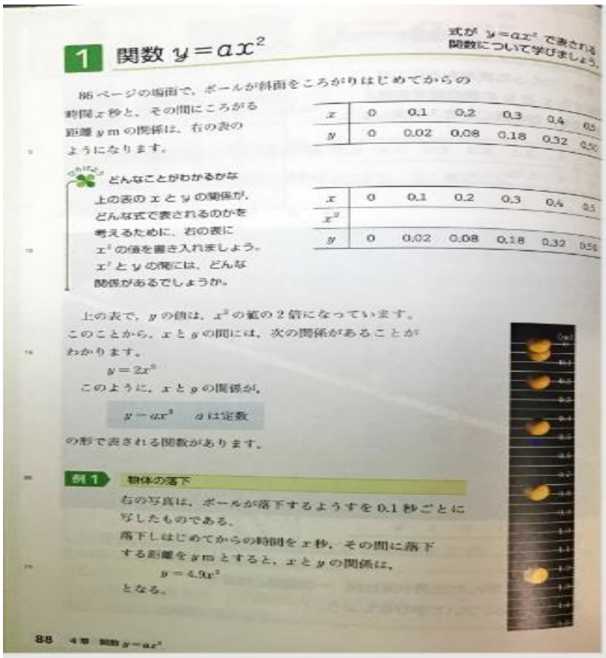
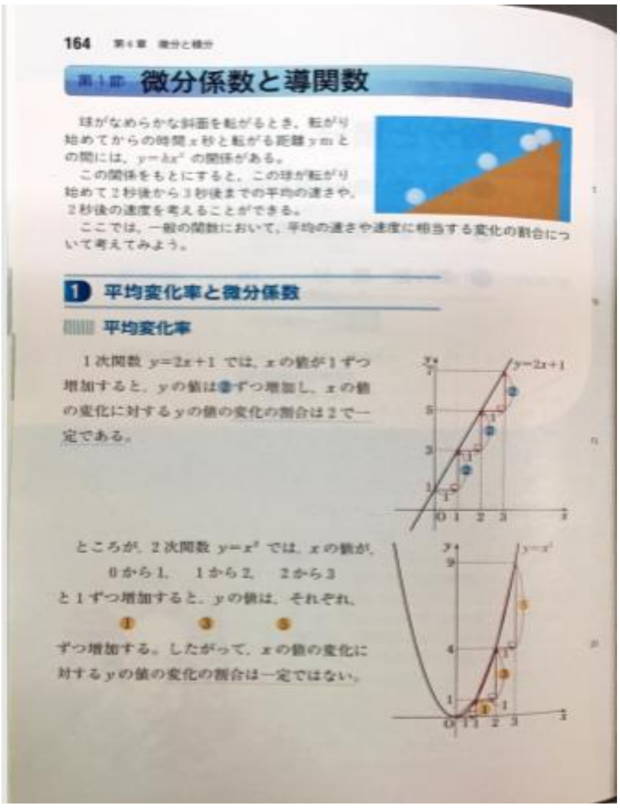
微分法を用いることで、ある関数の各点における傾きを求めることができる。ある関数で表される曲線を拡大して見たとき、それはほぼ直線に見え、一定の傾きを得ることができる。しかし、この微分の見方・考え方は多くの生徒にとってイメージしづらいと推測される。よって、生徒にとって身近な題材を用いて、微分法の数学的意味を理解できる授業にしたいと考え、このテーマに設定した。

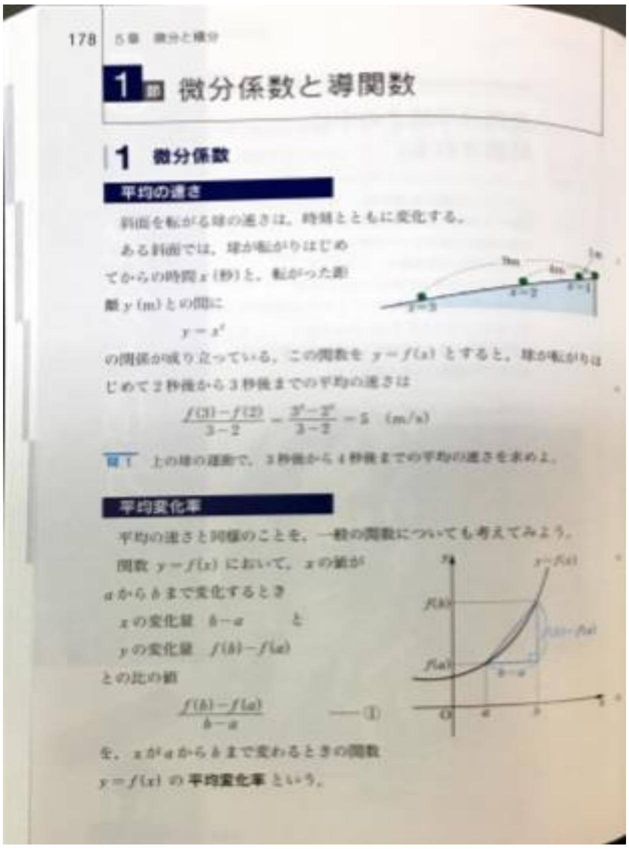
ここで以下のような指摘を受けた。

・微分・積分の単元では、今までの数学で考えたことのないことが多々ある。これが生徒にとって難しいのではないか。各社の教科書の微分法の導入の比較・検討をしてみるとよい。

3．教科書の検討

学年	教科書名・出版社	内容
小６	新編　新しい算数６・東京書籍	

<table>
<tr>
<td>中３</td>
<td>未来へ広がる　数学３・啓林館</td>
<td>
式が $y=ax^2$ で表される関数について学びましょう。
1 関数 $y=ax^2$
86 ページの場面で，ボールが斜面をころがりはじめてからの時間 x 秒と，その間にころがる距離 y m の関係は，右の表のようになります。
x: 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5
y: 0, 0.02, 0.08, 0.18, 0.32, 0.50
どんなことがわかるかな
上の表の x と y の関係が，どんな式で表されるのかを考えるために，右の表に x^2 の値を書き入れましょう。x^2 と y の間には，どんな関係があるでしょうか。
x: 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5
x^2:
y: 0, 0.02, 0.08, 0.18, 0.32, 0.50
上の表で，y の値は，x^2 の値の２倍になっています。このことから，x と y の間には，次の関係があることがわかります。
$y=2x^2$
このように，x と y の関係が，
$y=ax^2$　a は定数
の形で表される関数があります。
例１　物体の落下
右の写真は，ボールが落下するようすを 0.1 秒ごとに写したものである。
落下しはじめてからの時間を x 秒，その間に落下する距離を y m とすると，x と y の関係は，
$y=4.9x^2$
となる。
88　4章　関数 $y=ax^2$</td>
</tr>
<tr>
<td>数
II</td>
<td>新編数学Ⅱ改訂版・啓林館</td>
<td>
164　第４章　微分と積分
第１節　微分係数と導関数
球がなめらかな斜面を転がるとき，転がり始めてからの時間 x 秒と転がる距離 y m との間には，$y=ax^2$ の関係がある。
この関係をもとにすると，この球が転がり始めて２秒後から３秒後までの平均の速さや，２秒後の速度を考えることができる。
ここでは，一般の関数において，平均の速さや速度に相当する変化の割合について考えてみよう。
1 平均変化率と微分係数
平均変化率
１次関数 $y=2x+1$ では，x の値が１ずつ増加すると，y の値は２ずつ増加し，x の値の変化に対する y の値の変化の割合は２で一定である。
ところが，２次関数 $y=x^2$ では，x の値が，
０から１，　１から２，　２から３
と１ずつ増加すると，y の値は，それぞれ，
１　　３　　５
ずつ増加する。したがって，x の値の変化に対する y の値の変化の割合は一定ではない。
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>数学Ⅱ　advanced・東京書籍</td>
<td>


178　5章　微分と積分

1節　微分係数と導関数

1　微分係数

平均の速さ

斜面を転がる球の速さは，時間とともに変化する。

ある斜面では，球が転がりはじめてからの時間 x (秒)と，転がった距離 y (m)との間に

$y=x^2$

の関係が成り立っている。この関数を $y=f(x)$ とすると，球が転がりはじめて2秒後から3秒後までの平均の速さは

$$\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=\frac{3^2-2^2}{3-2}=5 \quad (\mathrm{m/s})$$

問1　上の球の運動で，3秒後から4秒後までの平均の速さを求めよ。

平均変化率

平均の速さと同様のことを，一般の関数についても考えてみよう。

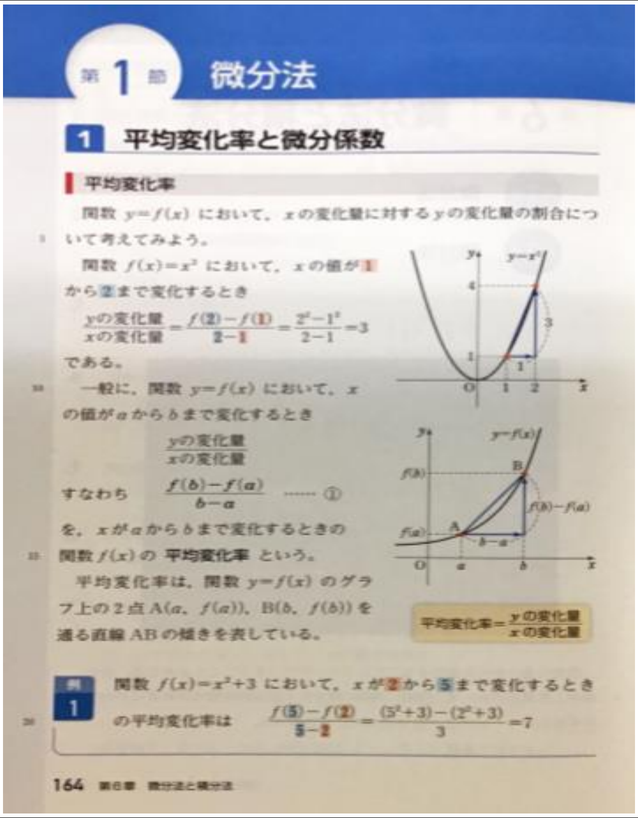
関数 $y=f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するとき

x の変化量　$b-a$　と

y の変化量　$f(b)-f(a)$

との比の値

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \quad \cdots\cdots ①$$

を，x が a から b まで変わるときの関数 $y=f(x)$ の **平均変化率** という。
</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>最新　数学Ⅱ・数研出版</td>
<td>


第1節　微分法

1　平均変化率と微分係数

平均変化率

関数 $y=f(x)$ において，x の変化量に対する y の変化量の割合について考えてみよう。

関数 $f(x)=x^2$ において，x の値が1から2まで変化するとき

$$\frac{y\text{の変化量}}{x\text{の変化量}}=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\frac{2^2-1^2}{2-1}=3$$

である。

一般に，関数 $y=f(x)$ において，x の値が a から b まで変化するとき

$$\frac{y\text{の変化量}}{x\text{の変化量}}$$

すなわち　$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \quad \cdots\cdots ①$$

を，x が a から b まで変化するときの関数 $f(x)$ の **平均変化率** という。

平均変化率は，関数 $y=f(x)$ のグラフ上の2点 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$，$\mathrm{B}(b,\ f(b))$ を通る直線ABの傾きを表している。

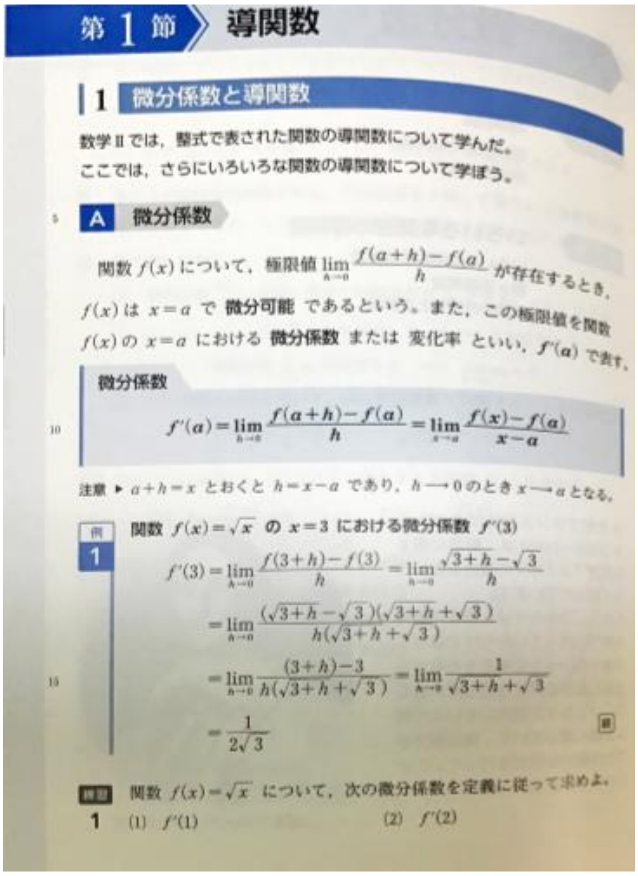
$$\text{平均変化率}=\frac{y\text{の変化量}}{x\text{の変化量}}$$

例1　関数 $f(x)=x^2+3$ において，x が2から5まで変化するときの平均変化率は

$$\frac{f(5)-f(2)}{5-2}=\frac{(5^2+3)-(2^2+3)}{3}=7$$

164　第6章　微分法と積分法
</td>
</tr>
</table>

数 Ⅲ	新編　数学Ⅲ・数研出版	（図1）
	詳説　数学Ⅲ・啓林館	（図2）



第1節 導関数

1 微分係数と導関数

数学Ⅱでは，整式で表された関数の導関数について学んだ。
ここでは，さらにいろいろな関数の導関数について学ぼう。

A 微分係数

関数 $f(x)$ について，極限値 $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在するとき，$f(x)$ は $x=a$ で **微分可能** であるという。また，この極限値を関数 $f(x)$ の $x=a$ における **微分係数** または **変化率** といい，$f'(a)$ で表す。

微分係数

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

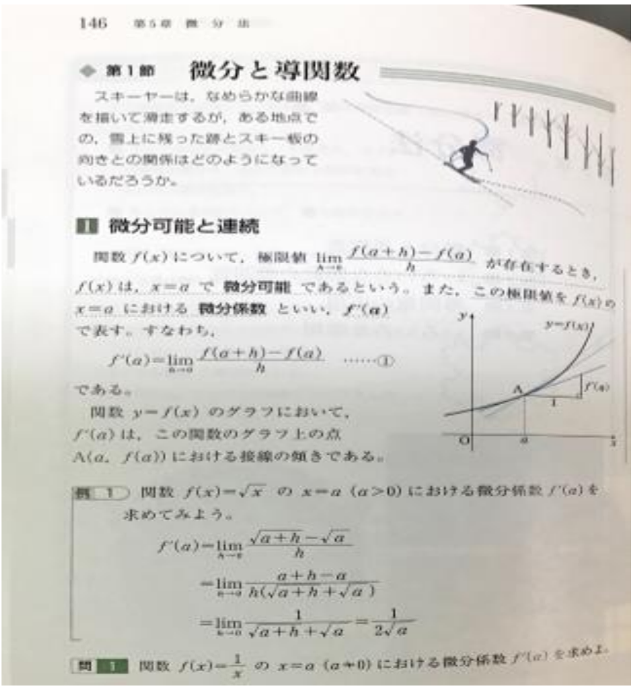
注意 ▸ $a+h=x$ とおくと $h=x-a$ であり，$h\to 0$ のとき $x\to a$ となる。

例 1　関数 $f(x)=\sqrt{x}$ の $x=3$ における微分係数 $f'(3)$

$$f'(3)=\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{3+h}-\sqrt{3}}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{(\sqrt{3+h}-\sqrt{3})(\sqrt{3+h}+\sqrt{3})}{h(\sqrt{3+h}+\sqrt{3})}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{(3+h)-3}{h(\sqrt{3+h}+\sqrt{3})}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{3+h}+\sqrt{3}}$$
$$=\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

終

練習 1　関数 $f(x)=\sqrt{x}$ について，次の微分係数を定義に従って求めよ。
(1) $f'(1)$　　(2) $f'(2)$



146　第5章 微分法

◆ 第1節 微分と導関数

スキーヤーは，なめらかな曲線を描いて滑走するが，ある地点での，雪上に残った跡とスキー板の向きとの関係はどのようになっているだろうか。

1 微分可能と連続

関数 $f(x)$ について，極限値 $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在するとき，$f(x)$ は，$x=a$ で **微分可能** であるという。また，この極限値を $f(x)$ の $x=a$ における **微分係数** といい，$f'(a)$ で表す。すなわち，

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}\quad\cdots\cdots①$$

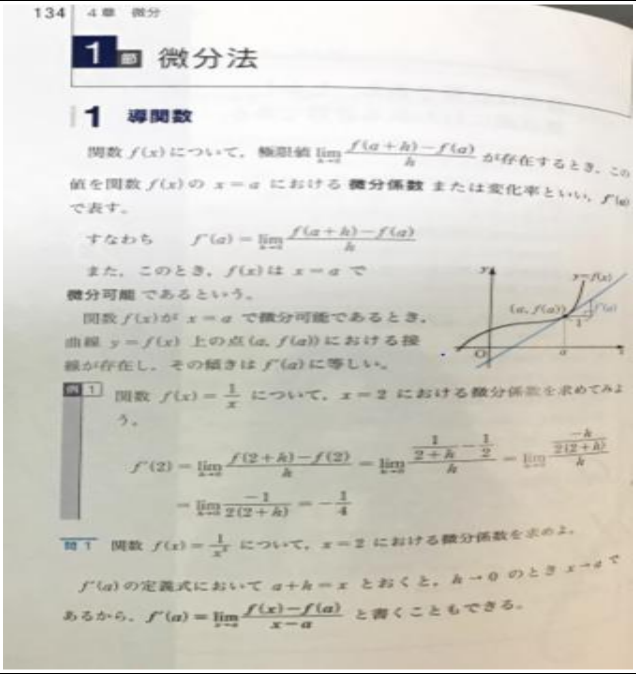
である。

関数 $y=f(x)$ のグラフにおいて，$f'(a)$ は，この関数のグラフ上の点 $A(a,\ f(a))$ における接線の傾きである。

例 1　関数 $f(x)=\sqrt{x}$ の $x=a$ $(a>0)$ における微分係数 $f'(a)$ を求めてみよう。

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{a+h-a}{h(\sqrt{a+h}+\sqrt{a})}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{a+h}+\sqrt{a}}=\frac{1}{2\sqrt{a}}$$

問 1　関数 $f(x)=\frac{1}{x}$ の $x=a$ $(a\neq 0)$ における微分係数 $f'(a)$ を求めよ。

	数学Ⅲ　advanced・東京書籍	

134　4章　微分

1節　微分法

1　導関数

関数 $f(x)$ について，極限値 $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ が存在するとき，この値を関数 $f(x)$ の $x=a$ における**微分係数**または変化率といい，$f'(a)$ で表す。

すなわち　$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

また，このとき，$f(x)$ は $x=a$ で**微分可能**であるという。

関数 $f(x)$ が $x=a$ で微分可能であるとき，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ における接線が存在し，その傾きは $f'(a)$ に等しい。

例1　関数 $f(x)=\frac{1}{x}$ について，$x=2$ における微分係数を求めてみよう。

$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{2+h}-\frac{1}{2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{-h}{2(2+h)}}{h}$$
$$=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{2(2+h)}=-\frac{1}{4}$$

問1　関数 $f(x)=\frac{1}{x^2}$ について，$x=2$ における微分係数を求めよ。

$f'(a)$ の定義式において $a+h=x$ とおくと，$h\to 0$ のとき $x\to a$ であるから，$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ と書くこともできる。

考察

　啓林館は導入で必ず身の回りの事象を引用しているのに対し、東京書籍や数研出版は用語の説明から入っている。　小学校は写真や図、図表などが取り入れられており、イメージが容易となっている。中学校も、小学校ほど丁寧な写真や図、図表ではないが、取り入れられていた。対して、高等学校は、グラフや式が多く、数学に苦手意識がある生徒にとっては、イメージがやや困難ではないかと推測される。また、小中学校の教科書は問いがあり、それをもとに学習を深めていくスタイルになっているのに対し、高等学校の教科書はそもそも問いがないものや、問いがあってもそれをとく手立てが用意されていないものばかりであった。

ここで以下のように指摘を受けた。

・導入では、問いがあって、それを解くためには必要な知識を増やさなければならない状況が生まれ、生徒が自然と学ぶ必要があると感じるような題材を導入で扱うべき。

４．授業で取り扱う身近な問題の場面設定

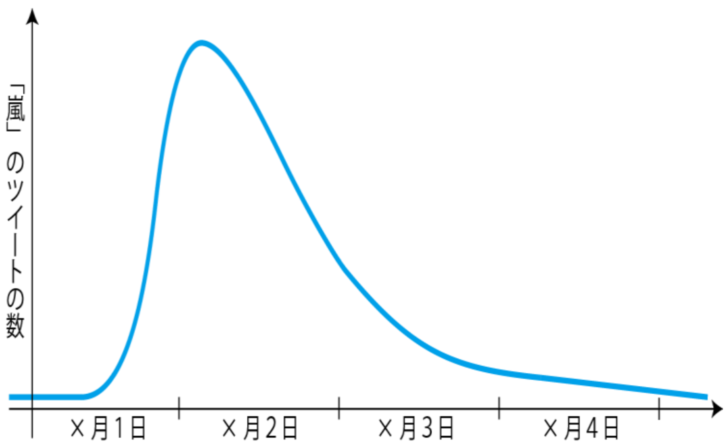
　身近な日常生活の中で扱われている微分について

　「Twitter のトレンド機能」

トレンドは twitter 上で「今、まさに」盛り上がっている話題を確認できる機能で、ランキングで一覧表示されるものである。
これは、ツイート状況を解析することでトレンドをはじき出している。
この解析方法を探ることで、微分法の考え方を理解する。

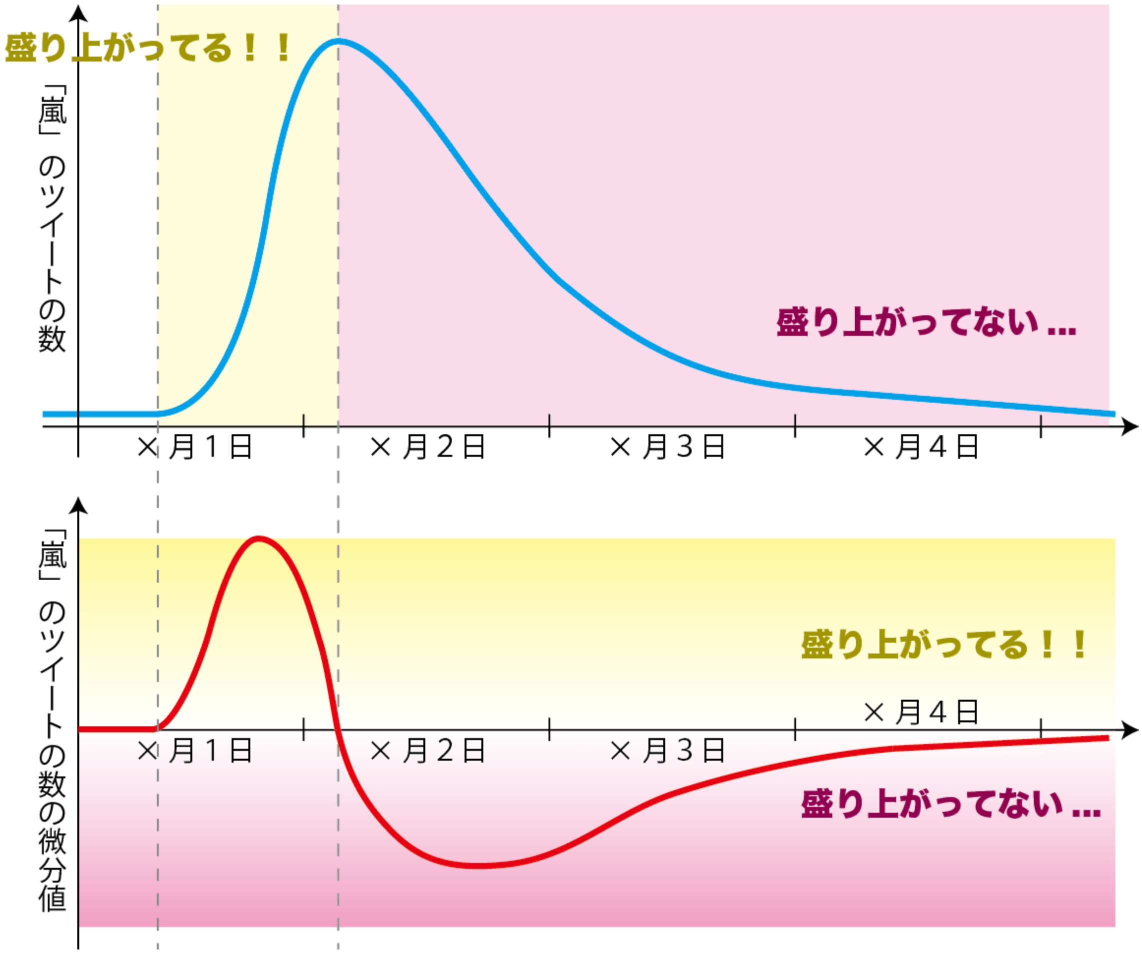
トレンドは単にその日にあるワードが多く用いられたということではじき出しているのではなく、以前のツイートよりどれほど多くそのワードが使われたのかを解析することではじき出している。

例えば、



ある期間の「嵐」というワードのツイート数が左のようになっていた場合、最大値を記録している 2 日に「嵐」がトレンドとしてはじき出されるのではない。以前よりどれほど多くそのワードが使われたのか、つまり変化の割合を解析することではじきだすのである。

しかし、ここで変化の割合を解析しようとしても、微分の概念をまだ学習していないため、解析ができない。よって、微分について考えざるを得なくなった。
トレンドは少し前のツイート数からどれほど増えたかを解析する。つまり、x の変化量を極限まで小さくして変化の割合を考えなければいけないことに気づかなければならない。



・ここで、以下のような指摘を受けた。
トレンド機能の仕組みを探る中で、今までの考え方ではトレンドとなる「ワード」は導くことはできず、x の変化量を極限までに小さくして変化の割合を考えないといけないことに気づけた後の活動はどのように展開すればよいのか。

5．QA マップ

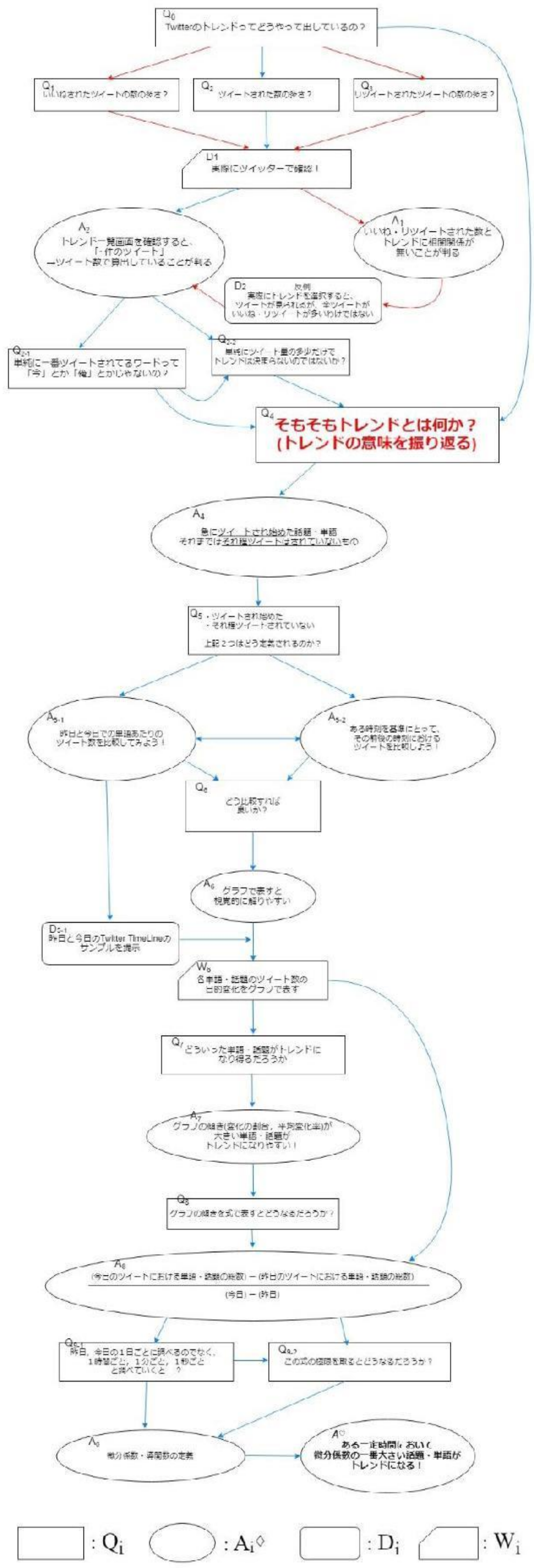


図 1　QA マップ

Q0：Twitter のトレンドはどうやって出しているのか？

A♡：ある一定期間のツイート集計において、微分係数の一番大きい話題・単語がトレンドになる！

Q1：Twitter のトレンドはいいねされたツイートの数の多さで決まるのか？

Q3：Twitter のトレンドはリツイートされたツイートの数の多さで決まるのか？

A1：いいね・リツイートされた数とトレンドに相関関係は無い。

D2：実際にトレンドを選択すると、トレンドに選ばれたツイートが見られるが、それらの全ツイートにおけるいいね・リツイートが必ずしも多いわけではない。

Q2：Twitter のトレンドはある単語・話題のツイート数の多さで決まるのか？

A2：ツイート数で算出している事が判る。

W1：実際にツイッターで確認してみる。(図 2 参照)

Q2-1：単純に一番ツイートされているワードって「今」とか「俺」とかじゃないの？

Q2-2：単純にツイート量の多少だけでトレンドは決まらないのではないか？

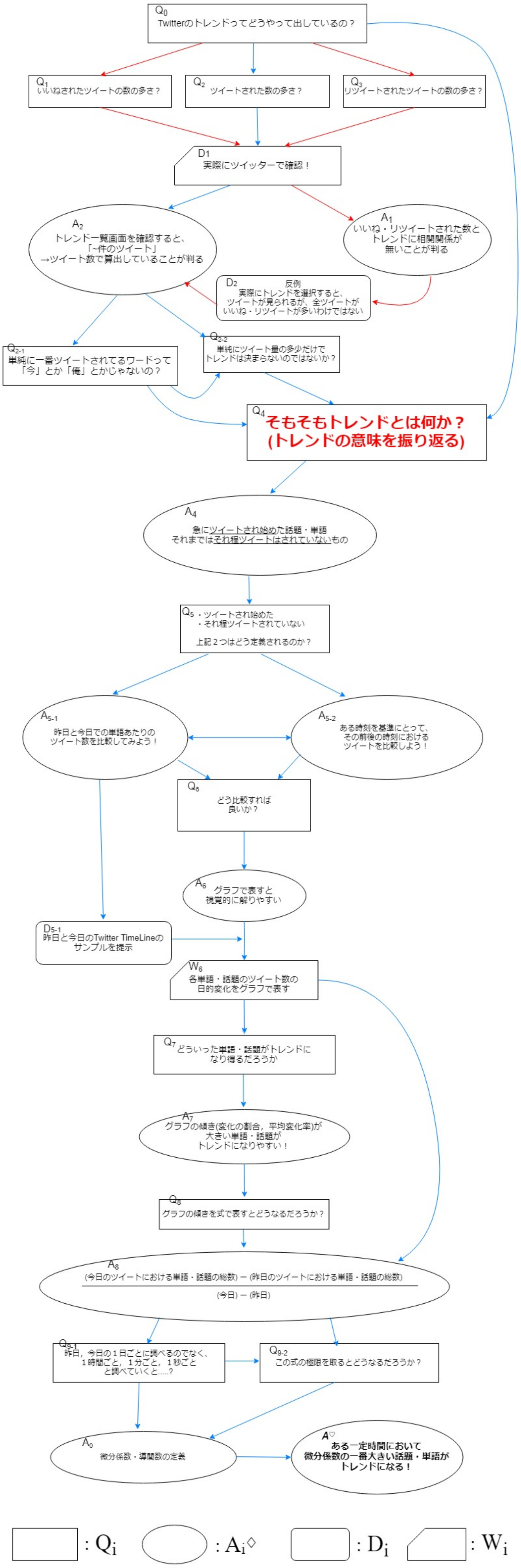
Q4：そもそもトレンドとは何だったか？

A4：急にツイートされ始めた話題・単語かつそれまではそれ程ツイートはされていないもの。

Q5：A4 における“ツイートされ始めた”，“それ程ツイートされていない”の 2 つはどう定義されるのか？

A5-1：昨日と今日での単語あたりのツイート数を比較してみる。

A5-2：ある時刻を基準にとって、その前後の時刻におけるツイートを比較してみる。



Q0
Twitterのトレンドってどうやって出しているの？
Q1
いいねされたツイートの数の多さ？
Q2
ツイートされた数の多さ？
Q3
リツイートされたツイートの数の多さ？
D1
実際にツイッターで確認！
A2
トレンド一覧画面を確認すると、
「~件のツイート」
→ツイート数で算出していることが判る
A1
いいね・リツイートされた数と
トレンドに相関関係が
無いことが判る
D2
反例
実際にトレンドを選択すると、
ツイートが見られるが、全ツイートが
いいね・リツイートが多いわけではない
Q2-1
単純に一番ツイートされてるワードって
「今」とか「俺」とかじゃないの？
Q2-2
単純にツイート量の多少だけで
トレンドは決まらないのではないか？
Q4
そもそもトレンドとは何か？
(トレンドの意味を振り返る)
A4
急にツイートされ始めた話題・単語
それまではそれ程ツイートはされていないもの
Q5
・ツイートされ始めた
・それ程ツイートされていない
上記２つはどう定義されるのか？
A5-1
昨日と今日での単語あたりの
ツイート数を比較してみよう！
A5-2
ある時刻を基準にとって、
その前後の時刻における
ツイートを比較しよう！
Q6
どう比較すれば
良いか？
A6
グラフで表すと
視覚的に解りやすい
D5-1
昨日と今日のTwitter TimeLineの
サンプルを提示
W6
各単語・話題のツイート数の
日的変化をグラフで表す
Q7
どういった単語・話題がトレンドに
なり得るだろうか
A7
グラフの傾き(変化の割合，平均変化率)が
大きい単語・話題が
トレンドになりやすい！
Q8
グラフの傾きを式で表すとどうなるだろうか？
A8
(今日のツイートにおける単語・話題の総数) ー (昨日のツイートにおける単語・話題の総数)
(今日) ー (昨日)
Q9-1
昨日，今日の１日ごとに調べるのでなく、
１時間ごと，１分ごと，１秒ごと
と調べていくと.....?
Q9-2
この式の極限を取るとどうなるだろうか？
A0
微分係数・導関数の定義
A♡
ある一定時間において
微分係数の一番大きい話題・単語が
トレンドになる！
: Qi
: Ai◇
: Di
: Wi

Q6：ツイート数をどう比較するか？

A6：グラフを用いる

D5-1：昨日・今日の Twitter のサンプルを提示

(図３-１，３-２，４-１，４-２参照)

W6：各単語・話題のツイート数の日的変化をグラフで表す。

Q7：どういった単語・話題がトレンドになり得るだろうか？

A7：グラフの傾き(変化の割合，平均変化率)が大きい単語・話題がトレンドになりやすい事が解る。(図５参照)

Q8：グラフの傾きを式で表すとどうなるだろうか？

A8：

$$\frac{(\text{今日のツイートにおける単語・話題の総数})-(\text{今日のツイートにおける単語・話題の総数})}{(\text{今日})-(\text{昨日})}$$

Q9-1：昨日，今日の１日ごとに調べるのでなく、

１時間ごと１分ごと，１秒ごとと調べていくと.....?

Q9-2：この式の極限を取るとどうなるだろうか？

A0：Twitter のトレンドに関する微分係数・導関数の定義式が得られる。

次に、QA-map および活動支援表に補助的に用いる参考画像を以下の図２，３-１，３-２，４-１，４-２，５に示す。

図３-１3/16 日のタイムラインの画面

図３-2　3/16 日のタイムラインの画面

図２　　トレンド検索画面

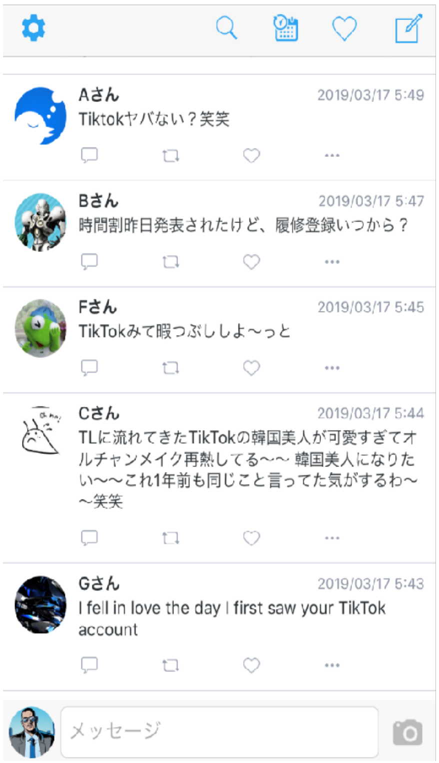


図４-１　3/17日のタイムラインの画面

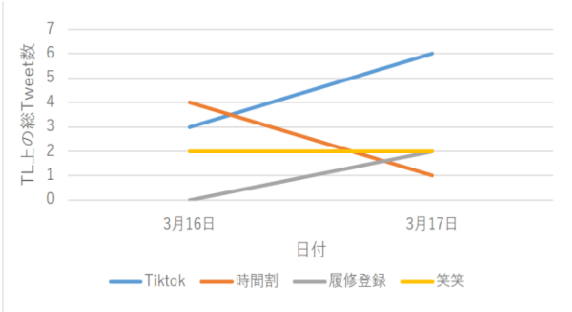


図５ 各単語・話題のツイート数の日的変化グラフ

図４-2　3/17日のタイムラインの画面

6．活動支援表

表1 活動支援表

本時のねらい

SNS におけるトレンドを例に、微分係数および導関数の定義の理解を深める。

問題 Q_0

Twitter・Instagram などの SNS におけるトレンドサーチは

どのようにして算出しているのか？

活動Aへの支援

▶より特殊な支援

3月17日のツイートからも一番多い単語を抽出させ、それがトレンドになり得るか吟味させる。

期待する活動A

単純なツイート量の多少だけでトレンドが決まらない事を理解する。

・3月16日の Twitter のサンプルを提示(図 3-1,3-2 参照)し、「3月16日の日本中の全てのツイートが、この10個だけだったとき、君は何をトレンドにしたい？」等と問いかける。

・3月16日のみのツイートから一番多い単語を抽出し、それがトレンドになり得るか吟味する。

活動Bへの支援

▶より一般的な支援

急にツイートされ始めた単語は、それまではそれ程ツイートされていない単語と比べるとどういった特徴があるかを考えさせる。

期待する活動B

昨日と今日での単語あたりのツイート数を比較する事で平均変化率の大きい単語がトレンドになる事を理解する。

・昨日，今日の Twitter のサンプルを提示(図 3-1,3-2, 4-1, 4-2 参照)し、ツイート数が前日と比べて変わらない単語と、前日と比べて増えた単語とを比較する。

・ツイート数の比較にグラフが有効であることに気付く。

活動Cへの支援

▶より一般的な支援

平面グラフで表現した際、ツイート数の変化量がグラフの傾き具合に一致することを推測させる。

▶より特殊な支援

トレンドが数式で表されれば、機械的に(アルゴリズムとして)トレンドを求める事ができる事を示唆する。

期待する活動C

グラフの傾きを式で表す事で大まかなトレンドは平均変化率で求められる事を見出す。

・活動Bより、グラフの傾き具合がトレンドを表している事に気付ける。(図5参照)

・グラフの傾き具合が平均変化率であり、変化の割合の式で表される事に気付き、トレンドが変化の割合の式で求められる事を推測する。

さらなる活動 (N) への支援

▶より一般的な支援

トレンドの式(平均変化率)に極限を導入する事で、微分を用いた各瞬間のトレンドを調べる事ができる。

７．感想

片岡　鳴武
数学学習指導設計Ｉを通して、私たちが学んできた知識は選択された知識であることを知り、世の中に自分が知らなかった知識が存在することに感動を覚えた。また、教育者として、自身が教える内容は真実ではあるが、考え方が異なる概念が存在することは知っておかなければならないと感じた。また、今回の授業では、教授学的知識から私たちが選択し、授業を設計することが目的であった。結局、現在選択されている知識で授業設計を行ったが、この経験はいつか現場で生きてくるのだろうと実感した。さらに今回は 2 回目の受講ということもあり、問題設定などの理解がより深まったように感じた。

西村　昌夫
SRP および QA マップというものをこの授業で初めて知った。率直に新しい教授方法だと感じた。どの Milieu がどの Milieu に繋がっていき、どうやって A♡に辿り着くのかなど、SRP の活用は楽しいがとても難しく感じた。その分、予め QA マップを作っておき、整理することで授業の見通しがとても良くなるのだと感じた。しかし、教師の力量に左右される教授法だという印象も受けた。
この数学指導設計Ｉの授業は想像していた指導案設計の授業とは違い、数学史を調べたり問題も自分たちで作成したりでとても大変だった。自分にはまだまだ知識不足なところがたくさんあるが、その分、工業高校出身という事を生かし、実際の工業的活用の事例など、そういった所から知識を引っ張ってくるのがとてもやりがいを感じた。また、授業 9 回目の時に片岡先輩が「twitter のトレンドの仕組み」といった題材を持ってきていただいたのはとても有難かった。目新しく、生徒に実務的かつ楽しい、コンピュータも活用した授業展開ができ、これこそ SRP を用いた授業展開に適しているのでないかと感銘を受けた。
最後に、SRP および QA マップという新しい教授法の授業設計に関われた事はとても幸運に感じ、それと共にまた教師になった際は活かしていきたいと思う。

藤原　大樹
いままで、受けてきた授業や講義とは違い、自分達で考えて、資料を作って進度を説明することに戸惑いがありました。
普通に、講義聞いて、理解して終わりではなく、自分達で調べるというのはとても大変だけども、やりがいを感じました。
いままで、教材について研究したり、高校生にわかるように説明するにはどうしたらいいかなど、考えもしなかったので、とてもいい経験になりました。でも、分かりやすく説明したり、考えたりするのは大変でした。内容の濃い授業でした。