

2014年度

数学指導設計 I

単元： $y=ax^2$

J3

大西和紀

玉田琴子

荻原友裕

目次

1	単元の設定と設定理由	3
1.1	単元設定	3
2	教材研究	3
2.1	学習指導要領の変遷	3
2.1.1	学習指導要領の変遷	3
2.1.2	数学に関する学習指導要領の変遷	5
2.2	教科書比較	6
2.2.1	啓林館	6
2.2.2	数研出版	12
2.2.3	東京書籍	16
2.2.4	教育出版	21
2.2.5	大日本図書	26
2.2.6	日本文教	30
2.2.7	学校図書	34
3	問題開発	40
3.1	小倉金之助の関数観念	40
3.1.1	関数観念	40
3.1.2	関数観念の養成	40
3.2	関数的な見方・考え方	40
3.2.1	$y=ax^2$ における関数的な見方・考え方	40
3.3	問題場面	41
4	指導案	42
4.1	指導案作成の過程	42
4.1.1	第1回	42
4.1.2	第2回	43
4.1.3	第3回	44
4.1.4	第4回	44
4.2	指導案	44
4.3	期待する授業の展開	47
	参考文献	48
	感想	48

1 単元の設定と設定理由

1.1 単元設定

単元： $y=ax^2$

設定理由

塾や家庭教師で中学生に数学を教える際、 $y=ax^2$ に関する問題で躓く生徒が多いと感じた。この単元における学習では、斜面を転がる物の運動や制動距離、面積・体積など、日常における具体的な事象と結び付けて考えたり数量関係を把握したりといった能力を育むことができる。ここでは、座標の取り方・グラフの書き方、変域、比例定数とグラフの開き具合の関係として中心に考えていき、関数的な見方・考え方で物事を捉えられるような授業を設計したい。

2 教材研究

2.1 学習指導要領の変遷

2.1.1 学習指導要領の変遷

○昭和 22 年→昭和 33 年：生活単元学習から系統学習へ

社会的背景

指導力を強め、高度経済成長政策と連動しながら、科学技術を担う人材育成を進めるため、系統性を重視した教育課程が文部省で採用された。

教育的背景

実際の生活に役立つものを教えるという生活単元学習による指導が行われていたが、基礎学力の低下が問題となり系統性が重視された。

○昭和 33 年→昭和 44 年：詰め込み型教育へ

社会的背景

昭和 32 年の世界初の人工衛星の打ち上げにより、「数学教育の現代化運動」が加速した。

教育的背景

持続する国民生活の向上、科学技術の革新、高まる国際的地位に対応し、教育内容の精選と系統化が重視され、理数科教育の現代化が重視された。

1961 年に全国一斉学力テストが開始され、学力競争が強まっていった。

○昭和 44 年→昭和 52 年：ゆとりと充実へ

社会的背景

第一次石油ショックによる経済の低成長、就職難などが原因で、1970 年代になると進学率が上昇し、受験学力競争批判と「落ちこぼれ」現象が問題となったため、詰め込み教育からゆとり教育への転換が叫ばれた。

教育的背景

ゆとり教育が叫ばれるようになり、授業時間や教育内容の削減総合的な学習の推進などが実施されるようになった。

○昭和 52→平成 20 年（生きる力と確かな学力へ）

社会的背景

- ・平成 7 年 国際教育到達度評価学会（IEA）が行う TIMSS が行われる。
- ・平成 12 年 OECD の生徒の学習到達度調査（PISA）開始。
→平成 16 年 PISA 調査により，日本の「読解力」の低下が明らかに（＝PISA ショック）。
- ・平成 14 年 完全学校週 5 日制実施
- ・昭和 58～ 「いじめ」が社会問題化

教育的背景

- ・平成元年改訂 社会の変化に自ら対応できる人間の育成
→目標に「見方や考え方のよさ」が追加。

↓具体的には・・・

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> ①労力・思考が節約できるよさ ②見通しをたて推論できるよさ ③結果や過程に，リズムや調和が感得できるよさ ④多様な考えが存在しているよさ ⑤発展的に考えることのよさ |
|--|

- ・平成 8 年 中央教育審議会が「ゆとり」と「生きる力」をキーワードにした教育改革の方針を提言。
- ・平成 10 年改訂 基礎・基本の充実と「生きる力」の育成
→目標に「数学的活動の楽しさ」が追加。
- ・平成 20 年改訂 確かな学力（基礎的・基本的な知識・技術）と「生きる力」の育成
→「思考力・表現力・判断力」が重視される。

○数学の年間授業時数

	中学 1 年（第 7 学年）	中学 2 年（第 8 学年）	中学 3 年（第 9 学年）
昭和 22 年	140	140	140
26 年	140～175	105～175	105～175
33 年	140	140	105
44 年	140	140	140
52 年	105	140	140
平成元年	105	140	140
10 年	105	105	105
19 年	140	105	140

2.1.2 数学に関する学習指導要領の変遷

○昭和 22 年→昭和 33 年：生活単元学習から系統性重視へ

- ・基礎学力の低下問題



＜関数 $y=ax^2$ に関する変更点＞

- ・高等数学に位置していたものが、戦前のように中学校で行われるようになった。

○昭和 33 年→昭和 44 年：数学教育の現代化へ

- ・「理数科教育の現代化」が叫ばれる。
- ・教育内容の高度化。
- ・学力競争の強まり。



＜数学に関する変更点＞

- ・中 3 の内容で、 $y=ax^3$ も取り扱うようになった。
- ・中 3 の内容で、逆関数の意味理解についても扱われるようになった。

○昭和 44 年→昭和 52 年：ゆとりと充実へ

- ・受験競争批判、「落ちこぼれ」現象の問題化により、ゆとり教育への転換が叫ばれる。



＜数学に関する変更点＞

- ・目標では、「簡単な関数」が、「いろいろな関数」へと変更され、それに伴い中 3 の内容で「2 乗に反比例する関数」も取り扱うようになった。
- ・「関数の概念」についての理解を深めることが目標に組み込まれた。

○昭和 52 年→平成元年

- ・社会の変化に自ら対応できる豊かな心を持った人間の育成を目指し、基礎的・基本的な内容の重視が強調された。



＜関数 $y=ax^2$ に関する変更点＞

- ・目標では、「いろいろな関数」が「関数」へと変更され、それに伴って内容から「2 乗に反比例」のグラフが無くなった。
- ・内容で「集合と関数」・「定義域と値域」が無くなった。

○平成元年→平成 10 年

- ・自ら学び自ら考える力などの生きる力の育成を掲げ、総合的な学習の時間を新設。



＜数学に関する変更点＞

- ・授業時間数が合計 70 時間分削られ、全学年年間 105 時間へ。

<関数 $y=ax^2$ に関する変更点>

・目標に「具体的な事象～を調べることを通して $y=ax^2$ について理解する」が追加され、知識を教え込む教育から転換していった。

○平成 10 年→平成 20 年

・基礎的・基本的な知識・技能の習得と、生きる力、思考力・判断力・表現力等の育成を掲げた。学力低下がメディアで取り上げられたことから、確かな学力を確立するに必要な時間を確保するよう変更された

↓

<数学に関する変更点>

・授業時間数が第一学年と第三学年が元に戻り年間 140 になった。

<関数 $y=ax^2$ に関する変更点>

- ・目標に変化はないものの、内容に「説明すること」が加わった。
- ・「表、式、グラフを相互に関連」が加えられ、 $y=ax^2$ を考える際にそれぞれを独立して考えさせるのではないということが強調された。

○まとめ

- ・以前は現在の高等学校でする内容が中学でもなされていたり、現在では取り扱っていなかったりする内容（集合と関数等）もなされていた。
- ・現在ではただ知識として理解するのではなく、事象から読み取り、調べ、関数へと関連させて考えることが求められている。
- ・さらに、 $y=ax^2$ を表、式、グラフを相互に関連して考えることが加えられた。

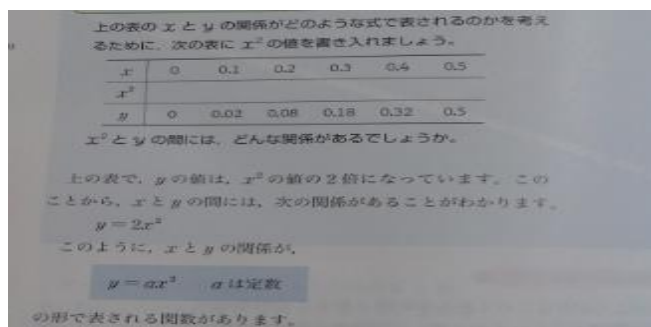
2.2 教科書比較

2.2.1 啓林館

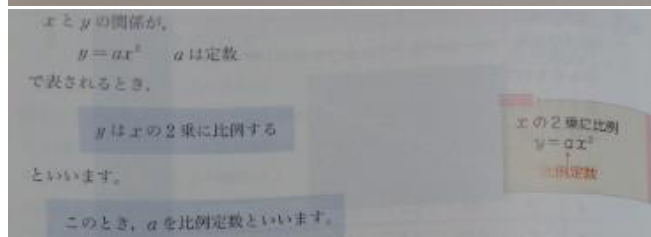
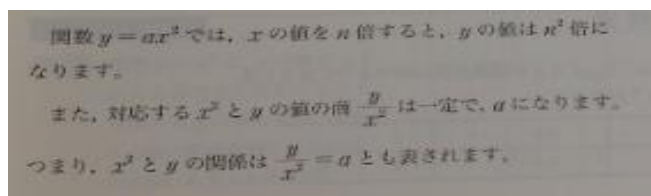
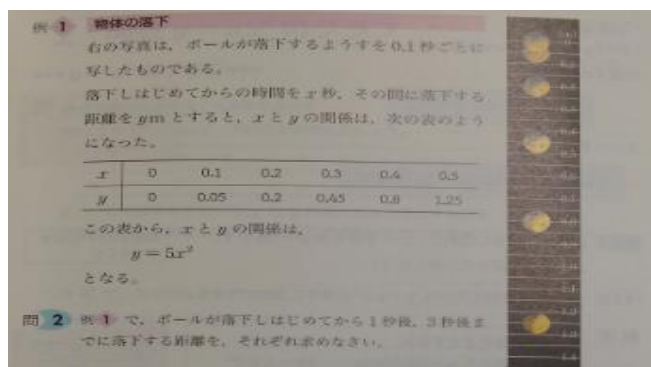
定義・公式の証明・説明	考察														
関数とグラフ															
ボールがころがり始めてからの時間を x 秒。 その間にころがる距離を y m とするとき、上の写真から、x と y の関係を表にまとめてみましょう。 <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>0.1</td><td>0.2</td><td>0.3</td><td>0.4</td><td>0.5</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>0.02</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 「x と y の間にはどんな関係があるのかな？」	x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	y	0	0.02					・ボールが斜面を転がるようす（0.1 秒毎） →つくった表を基に座標とする点をかき入れる →既習の関数と比べるとどんな違いがあるか ⇒今までに学んだ関数とは違う、新しい関数だと意識づける
x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5									
y	0	0.02													

1.関数 $y = ax^2$

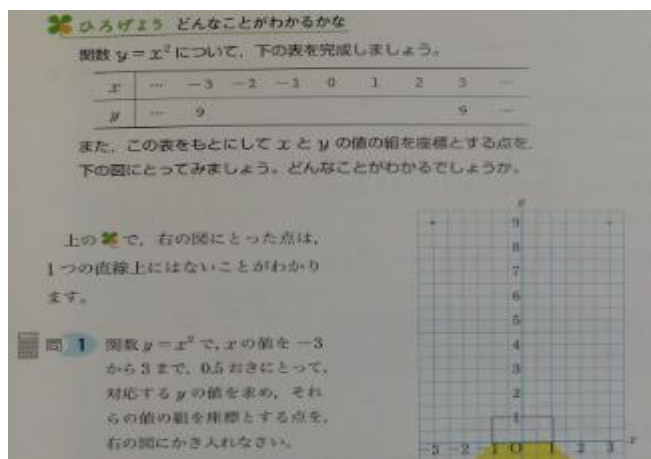
<一般化>



例) 物体の落下



2.関数 $y = ax^2$ のグラフ



• x^2 の値を表に加える $\rightarrow y = 2x^2 \rightarrow y = ax^2$

$\Rightarrow$ 一般化から例題の流れ

問: x と y の関係を式に表す

1辺 x cm の正方形の面積 y

半径 x cm の円の面積 y

• ボールの落下 (0.1 秒毎)

ひろげよう: $y = 3x^2$ の表をつくる

$\rightarrow x$ が2倍、3倍すると y は何倍になるか

• a は比例定数ということに記載

例題: y は x の2乗に比例し、 $x=2$ のとき $y=28$

x と y の関係を式に表す

• 表を基に点をとる $\rightarrow$ 1つの直線上にはない $\rightarrow$ 0.5おきにとる



• 原点近くの様子をくわしく調べる (0.1 おき)

< $y = x^2$ のグラフの特徴 >

関数 $y = x^2$ では、 x の値が、
3 と -3
のように絶対値が等しく、符号が反対のとき、これらに対応する y の値は等しくなります。
したがって、このような x と y の値の組を座標とする 2 点は、 y 軸を折り目として折るとびつたり重なります。

関数 $y = x^2$ のグラフについて、次のことがいえます。

- y 軸を対称の軸として線対称である。
- 原点を通り、 x 軸の上側にある。

（注：図中の点 $(-3, 9)$ と $(3, 9)$ は y 軸を折り目として折るとびつたり重なります。）

- 線対称、線対称、 x 軸の上側にあるということ を記載

< $y = -x^2$ のグラフの特徴 >

関数 $y = -x^2$ のグラフについて、次のことがいえます。

- y 軸を対称の軸として線対称である。
- 原点を通り、 x 軸の下側にある。

< グラフの名称 >

関数 $y = ax^2$ について、定数 a の値がいろいろ違った場合のグラフをかくと、右の図のようになります。

これらの曲線を **放物線** といいます。

放物線は、限りなくのびた曲線で、線対称な図形です。その対称の軸を **放物線の軸** といい、軸と放物線の交点を、**放物線の頂点** といいます。

$y = 2x^2$ のグラフと $y = x^2$ のグラフを比べる

→ $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ

→ $y = ax^2$ で、 $a < 0$ のときのグラフ（ $y = -x^2$ のグラフ）

• $y = -x^2$ のグラフ

→ $y = -2x^2$ 、 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフ

→ $y = ax^2$ のグラフ

< 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴 >

関数 $y = ax^2$ のグラフ

- ① 関数 $y = ax^2$ のグラフは放物線で、その軸は y 軸、頂点は原点である。
- ② 関数 $y = ax^2$ のグラフは、 a の値によって次のようになる。

$a > 0$ の場合：
 y 軸の上側にあり、上に開いている。

$a < 0$ の場合：
 y 軸の下側にあり、下に開いている。

< グラフの開き >

自分のことばで伝えよう！

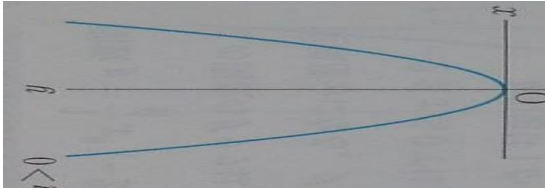
右の図は、3 つの関数
 $y = \frac{1}{4}x^2$
 $y = 3x^2$
 $y = -x^2$
 のグラフを、同じ座標軸を使ってかいたものです。
 ①、②、③は、それぞれどの関数のグラフになっていますか。そのわけも説明しましょう。

- グラフの開きという言葉を使わず、例題を出し自分で比べる

関数 $y=ax^2$ の値の増減と変域

・関数 $y=ax^2$ で、グラフをもとにして y の値の変域について調べる。

$a > 0$ のときのグラフは以下



よって、 $a > 0$ のとき

- $x \leq 0$ の範囲では、 x の値が増加するにつれて、 y の値は減少する。
- $x \geq 0$ の範囲では、 x の値が増加するにつれて、 y の値は増加する。
- y の値は、 $x = 0$ のとき最小になる。
- x がどんな値をとっても、 $y \geq 0$ である。

問1 $y=ax^2$ で $a < 0$ のときはどうか

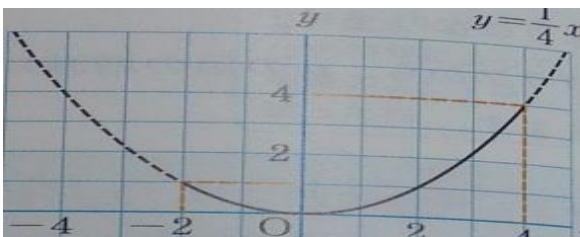
- $x \leq 0$ の範囲では、 x の値が増加するにつれて、 y の値は する。
- $x \geq 0$ の範囲では、 x の値が増加するにつれて、 y の値は する。
- y の値は、 $x = 0$ のとき になる。
- x がどんな値をとっても、 $y \leq 0$ である。

関数のとる値のうち、最も大きいものを最大値、最も小さいものを最小値という。

○変域とグラフ

関数 $y=ax^2$ で、 x の変域に制限があるとき、 y の変域がどうなるか調べよう

例1 $y=1/4x^2$ ($-2 \leq x \leq 4$)



問2 $y=2x^2$ について x の変域が

$-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めよ

問3 $y=1/4x^2$ についての変域が次のときの y の変域を求めなさい

(1) $2 \leq x \leq 4$

(2) $-4 \leq x \leq 1$

$y=x^2$ の $y=-x^2$ のことについて考えたあとにグラフをもとにして考えている。

$\Rightarrow x$ の値増加するとき、

$x \leq 0$ で、 y の値は減少

$x \geq 0$ で、 y の値は増加

$x = 0$ のとき y は最小

x がどんな値でも $y \geq 0$

$\Rightarrow x \leq 0$ で、 y の値は増加

$x \geq 0$ で、 y の値は減少

$x = 0$ のとき y は最大

x がどんな値でも $y \leq 0$

$\Rightarrow a=1/4$ で、 x の変域が負数から正数

$\Rightarrow x$ の変域が負数から正数

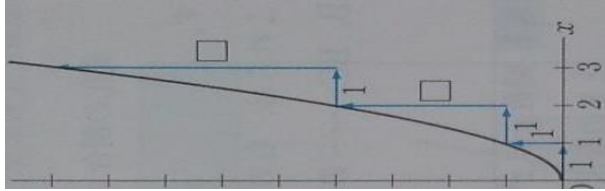
$\Rightarrow$ (1) x の変域が正数から正数

(2) x の変域が負数から正数

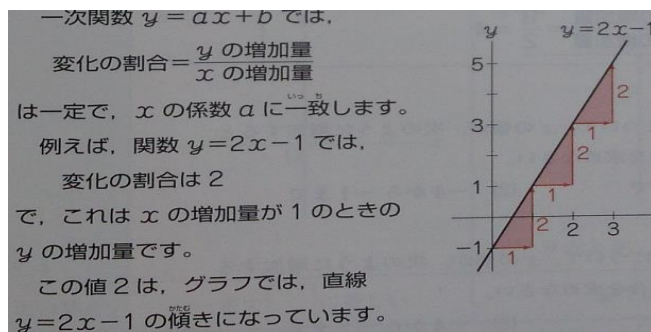
関数 $y=ax^2$ の変化の割合

関数 $y=ax^2$ では変化の割合がどのようなになるか、調べましょう。

$y=x^2$ では



一次関数と比較してみましょう。



$y=x^2$ では、 x の値が 0 から 1 ずつ増えていくと・・・
・変化の割合は傾きになっている。

例題 1 $y=x^2$ について x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問 1 $y=2x^2$ について x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

- (1) 1 から 3 まで
- (2) -4 から -2 まで

⇒具体的な $y=x^2$ について表を作り、調べている。 x の増加量が 1 のとき y の増加量が一定でないことを示している。

⇒ふりかえりとして一次関数を扱っている。

⇒一次関数では、 x の増加量が 1 のとき y の増加量が一定であることを示している。

⇒変化の割合が傾きを表していることを示している。

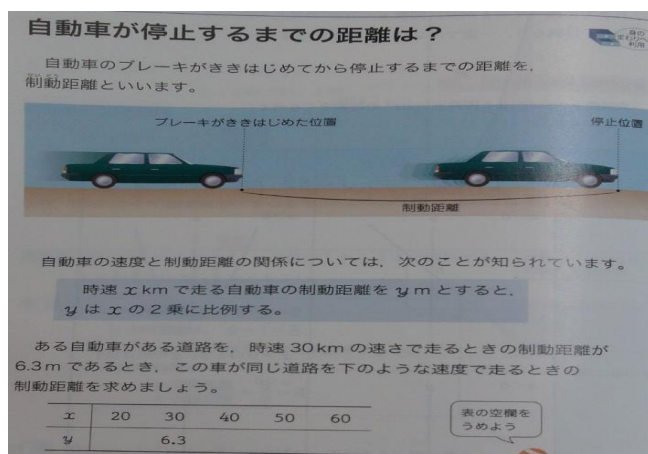
例題 1 ⇒ x の増加量が 1 より大きい

問 1 ⇒

- (1) x の値が正数
- (2) x の値が負数

関数 $y=ax^2$ の利用

・定義



・制動距離とはどこからどこまでの距離のことなのかを絵で表し、理解しやすくなっている。

・ x 、 y を用いて定義されている。

・その後、具体的な数値を用いて制動距離の変化の仕方を捉えられるような問題を用意している。

・制動距離

時速 x km で走る自動車の制動距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例し、前ページの条件では、
 $x = 30$ のとき $y = 6.3$ だから、
 $y = 0.007x^2$
 となります。
 このことから、 x と y の関係は、次の表のようになります。

x	20	30	40	50	60
y	2.8	6.3	11.2	17.5	25.2

・ふりこの長さや周期

◆◆ふりこの長さや周期◆◆

ふりが 1 往復するのにかかる時間は、おもりの重さやふれ幅に関係なく一定で、それを周期といいます。

周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると、およそ $y = \frac{1}{4}x^2$ という関係があります。

問 1 周期が 1 秒であるふりこをつくるには、ふりこの長さを何 m にすればよいでしょうか。

問 2 次のような長さのふりこの周期は、何秒になりますか。
 (1) 1m (2) 4m

・ x 、 y の値を一組与えることによりそこから式を導き出し、そのほかの場合の値の変化についても調べさせ、特徴を見つけることを目的としている。

・ 周期という用語の説明あり

・ 式を与えておき、その式を用いて求めたいものの値を求める能力をつけさせたい。

・平均の速さ

ある道のりを進んだときの平均の速さは、
 平均の速さ = (進んだ道のり) ÷ (かかった時間)
 で求められます。

例えば、京成上野～成田空港間 64100m を 44 分で走る列車の平均の速さは、分速約 1457 m です。

例題 1 80 ページの斜面で、ボールがころがりはじめてからの時間を x 秒、その間にころがる距離を y m とすると、 $y = 2x^2$ という関係がありました。

このとき、2 秒後から 4 秒後までの平均の速さを求めなさい。

考え方 かかった時間は x の増加量、進んだ距離は y の増加量なので、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めます。

答

$x = 2$ のとき、 $y = 2 \times 2^2 = 8$
 $x = 4$ のとき、 $y = 2 \times 4^2 = 32$
 よって、
 平均の速さ = $\frac{32 - 8}{4 - 2} = 12$
 秒速 12m

・ 実際の場面で変化の割合がどのように使われているかを紹介。

・ 導入部分で用いた例題を再び用いて考えさせる。

・問 3

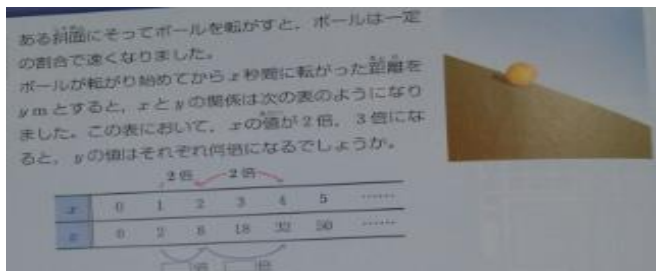
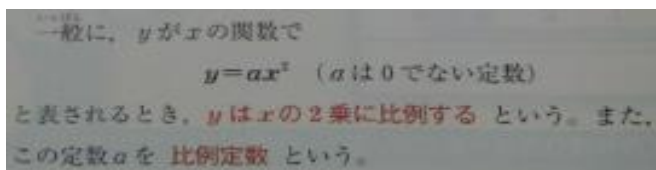
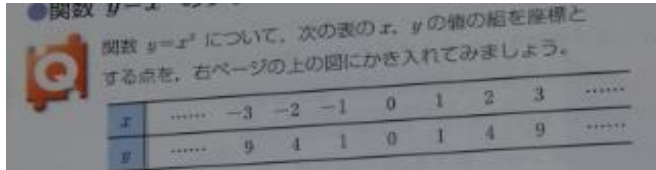
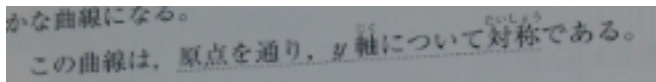
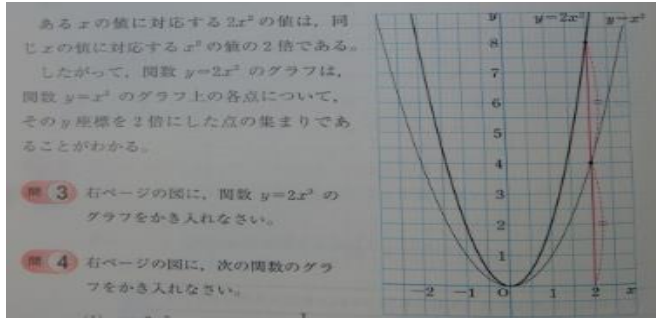
例題 1 で、次の場合の平均の速さを求めなさい。

(1) 1 秒後から 2 秒後まで

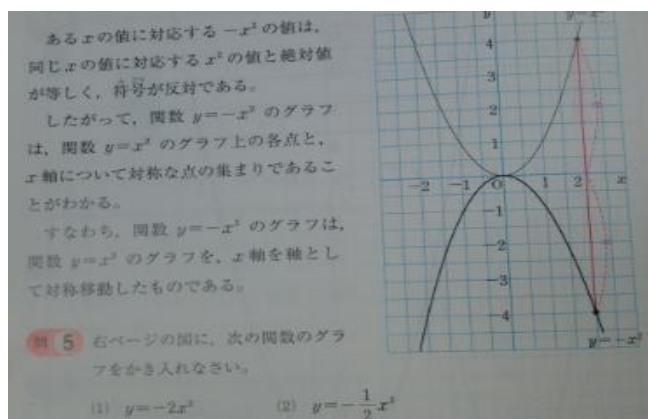
(2) 3 秒後から 4 秒後まで

・ 例題 1 で、考え方・解答の書き方等を提示し、生徒は問 3 で値を変えたもので演習できるようになっている。

2.2.2 数研出版

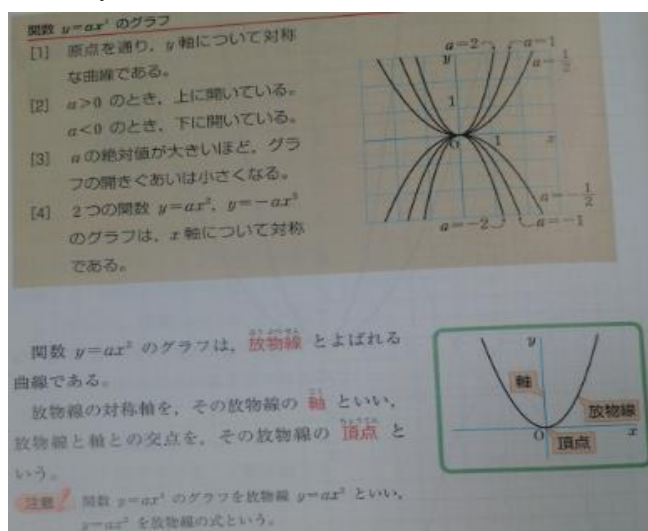
定義・公式の証明・説明	考察																				
関数 $y=ax^2$																					
 坂道を自転車で下ったところ。下り始めてから x 秒後の速さと、そこまでに進んだ距離は、下の図のようになりました。 1秒後 2m/s 2秒後 4m/s 3秒後 6m/s	• x と y は比例の関係になっている →坂を下り始めてからの時間と、その間に進んだ距離の関係はどうなっているか（表を使って4秒後の位置を予測） →増え方や減り方が一定でない新しい関数について学ぶ																				
1.2 乗に比例する関数	⇒比例の延長だと感じやすくなっている																				
 ある斜面にそってボールを転がすと、ボールは一定の割合で速くなりました。 ボールが転がり始めてから x 秒間に転がった距離を y m とすると、x と y の関係は次の表のようになりました。この表において、x の値が2倍、3倍になると、y の値はそれぞれ何倍になるでしょうか。 <table><tr><th>x</th><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>.....</td></tr><tr><th>y</th><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td><td>50</td><td>.....</td></tr></table>	x	0	1	2	3	4	5		y	0	2	8	18	32	50		• ボールが斜面を転がるようす → x^2 の値を左の表に加える → $y = 2x^2$				
x	0	1	2	3	4	5															
y	0	2	8	18	32	50															
<一般化>	⇒一般化してから例題の流れ																				
 一般に、y が x の関数で $y = ax^2 \quad (a \text{ は } 0 \text{ でない定数})$ と表されるとき、y は x の2乗に比例する という。また、この定数 a を 比例定数 という。	例：半径 x cm の円の面積 y																				
2.関数 $y = ax^2$ のグラフ	円柱・直方体・立方体の面積 y と1辺の長さ x cm の関係																				
< $y = x^2$ のグラフ・特徴 >																					
 関数 $y = x^2$ について、次の表の x, y の値の組を座標とする点を、右ページの上の図にかき入れてみましょう。 <table><tr><th>x</th><td>.....</td><td>-3</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>.....</td></tr><tr><th>y</th><td>.....</td><td>9</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>.....</td></tr></table>	x		-3	-2	-1	0	1	2	3		y		9	4	1	0	1	4	9		例題： y は x の2乗に比例し、 $x = 4$ のとき $y = 48$
x		-3	-2	-1	0	1	2	3													
y		9	4	1	0	1	4	9													
かな曲線になる。	このとき、 y を x の式で表す																				
 この曲線は、<u>原点を通り</u>、<u>y 軸について対称</u>である。																					
○ $y = 2x^2$ のとき																					
 ある x の値に対応する $2x^2$ の値は、同じ x の値に対応する x^2 の値の2倍である。 したがって、関数 $y = 2x^2$ のグラフは、関数 $y = x^2$ のグラフ上の各点について、その y 座標を2倍にした点の集まりであることがわかる。 問 3 右ページの図に、関数 $y = 2x^2$ のグラフをかき入れなさい。 問 4 右ページの図に、次の関数のグラフをかき入れなさい。	- 表を基にグラフに点をかき入れる →直線でない →0.5 おきの値をグラフにかき入れる →原点近くのを詳しく調べる (0.1 おき) • $y = x^2$ を基に $2x^2$ の値を加えた表をつくる • グラフは点の集まりであることが記載																				

○ $y = -x^2$ のとき



- ・ $y = x^2$ を基に $-x^2$ の値を加えた表をつくる
- ・ グラフの開き具合と a の値の間にどんな関係があるか

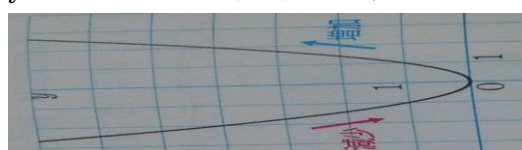
< 関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴・名称 >



- ・ 原点にあたる部分が頂点であると示している

関数 $y = ax^2$ の値の変化

$y = x^2$ のグラフは下の図のようになるから、



その値の変化は次のようになる。

- [1] $x < 0$ のとき
 x の値が増加すると、 y の値は減少する。
- [2] $x > 0$ のとき
 x の値が増加すると、 y の値は増加する。
- [3] $x = 0$ のとき
 $y = 0$ となり、減少から増加に変わる。

問 1 $y = 2x^2$ について上の事を調べよ

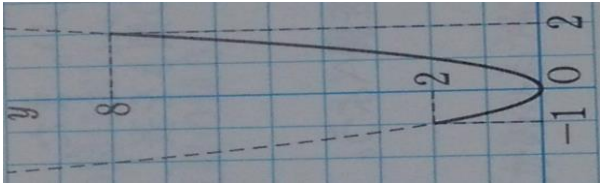
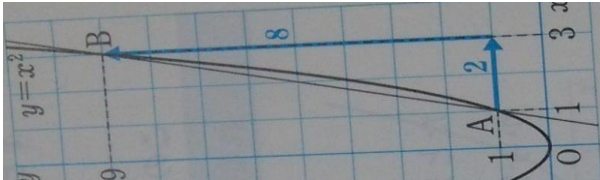
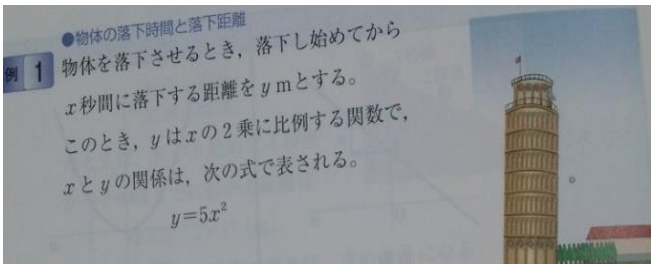
問 2 $y = -x^2$ のときどうか

- [1] $x < 0$ のとき
 x の値が増加すると、 y の値は する。
- [2] $x > 0$ のとき
 x の値が増加すると、 y の値は する。
- [3] $x = 0$ のとき
 $y = 0$ となり、 から に変わる。

一次関数について x の値が増加するときの y の値が増加するか、減少するかを調べ、一次関数の時は一定であることを確認した後、 $y = ax^2$ ではどうかについて調べようとしている。

⇒ $a > 0$ のときとせず、具体的に調べる
 $y = x^2$ において、 x の値が増加するとき

問 1 : $a > 0$ のときでなく、 $a = 2$ について考察
問 2 : $a < 0$ のときとせず、具体的に調べている
 $y = -x^2$ において、 x の値が増加するとき、
 $x < 0$ のとき、 y の値は増加
 $x > 0$ のとき、 y の値は減少
 $x = 0$ のとき $y = 0$ となり増加から減少に変わる

例題 1 $y=2x^2$について、xの変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めよ  問 3 $y=-1/2x^2$について、xの変域が $-2 \leq x \leq 3$ のとき、次の問いに答えよ (1) y の変域を求めよ (2) 最大値、最小値を求めよ	例題 1 $\Rightarrow x$ の変域が負数から正数のとき y の変域がどうなるかを、グラフを調べることで考えている 問 3 $\Rightarrow$ (1) x の変域が負数から正数 (2) 最大値と最小値についてまとめている
関数 $y=ax^2$ の変化の割合	
例 2 関数 $y=x^2$について x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合：直線の傾きを示す  問 5 $y=x^2$について x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい。 (1) 2 から 4 まで (2) -4 から -1 まで 問 6 $y=-\frac{1}{2}x^2$について変化の割合を求めなさい (1) 0 から 2 まで (2) -6 から -4 まで ・ $y=ax^2$ では変化の割合は一定ではない	例 2 $\Rightarrow x$ の増加量が 1 ずつ増えるときについて y の増加量を表で示している 例 2 $\Rightarrow x$ の値が正数 問 5 $\Rightarrow a > 0$ のとき、 (1) x の値が正数 (2) x の値が負数 問 6 $\Rightarrow a < 0$ のとき、 (1) x の値が正数 (0 を含む) (2) x の値が負数
○ある斜面に沿って鉄球を転がしたとき転がり始めてから x 秒間に転がった距離を y m とすると $y=2x^2$ の関係が成り立つ。 平均の速さは、変化の割合である。	$\Rightarrow$導入の設定で考えていた問題場面について、平均の速さと変化の割合を考えている
関数 $y=ax^2$ の利用	
・ 例 1 	・物体を落下させたときの時間と距離には、2 乗に比例するという関係があることをまず提示している。 ・ 比例定数を 5 と定めている。

・問 1

例 1 において、物体を落下させてから 2 秒後までに物体が落下する距離を求めなさい。

問 2 時速 40 km で走っている自動車がブレーキをかけたところ、ブレーキがきき始めてから 12 m 走って停止しました。

この自動車について、次の問いに答えなさい。

(1) 自動車が時速 x km で走っているとき、ブレーキがきき始めてから止まるまでの距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例する関数になります。 y を x の式で表しなさい。

(2) 自動車が時速 60 km で走っているとき、ブレーキがきき始めてから止まるまでの距離を求めなさい。



止まるまでに進む距離を制動距離というよ。

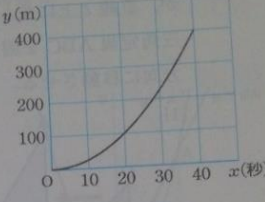
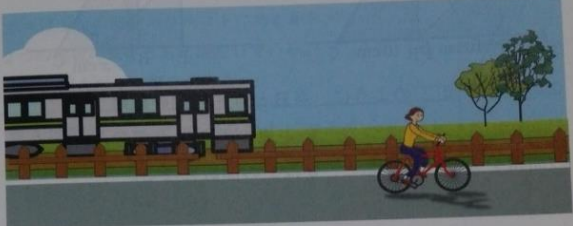
・制動距離の説明が少ない。また、制動距離の説明しかされていない。

・ x 、 y を用いて一般化した後、具体的な数値を用いて解くことを求めている。

まっすぐな道路と、その横に平行に走る列車の線路があります。

列車が駅を出発してから x 秒間に進む距離を y m とすると、 $0 \leq x \leq 40$ では、 y は x の 2 乗に比例し、そのグラフは右の図のようになります。

このとき、 y を x の式で表してみましょう。

問 1 において、列車は駅を出発してから 10 秒後に、駅から何 m の地点を通過するか答えなさい。

問 2 において、列車が駅を発車すると同時に、秒速 5 m で走ってきた自転車 が駅を通過しました。自転車はこの速さのまま進むものとします。自転車が駅を通過してから x 秒間に進む距離を y m とするとき、次の問いに答えなさい。

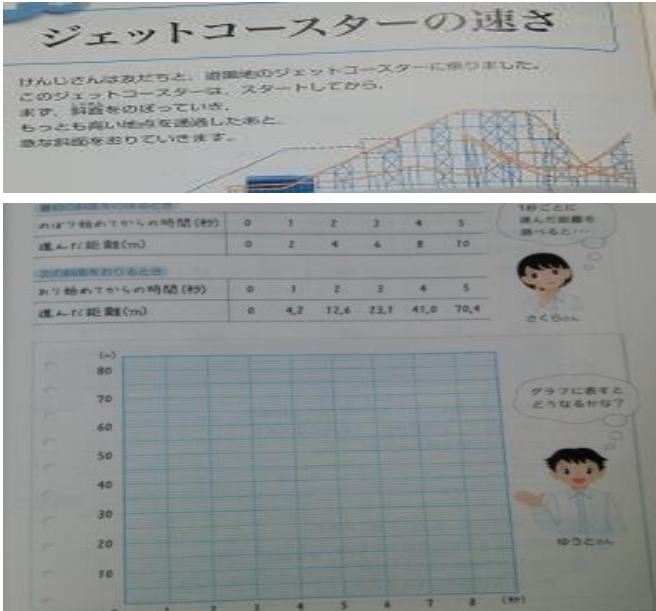
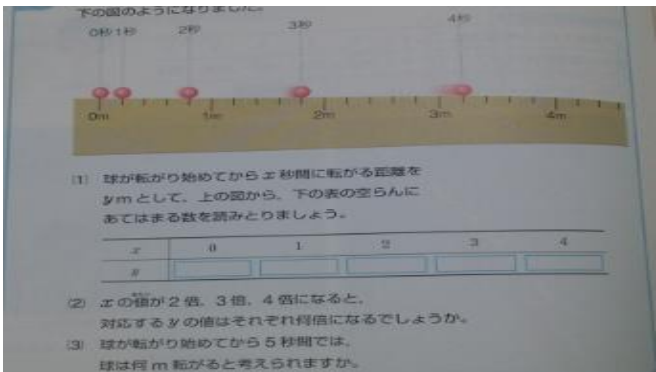
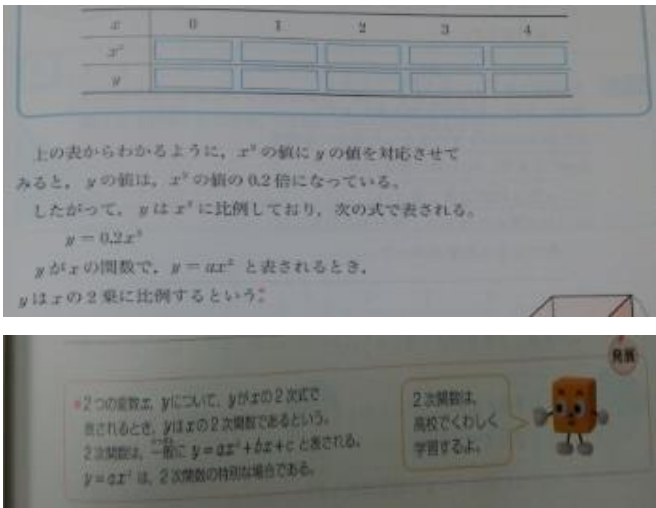
(1) y を x の式で表し、そのグラフを上図にかき入れなさい。

(2) 自転車が列車に追いつかれるのは、駅を通過してから何秒後になりますか。グラフを利用して答えなさい。

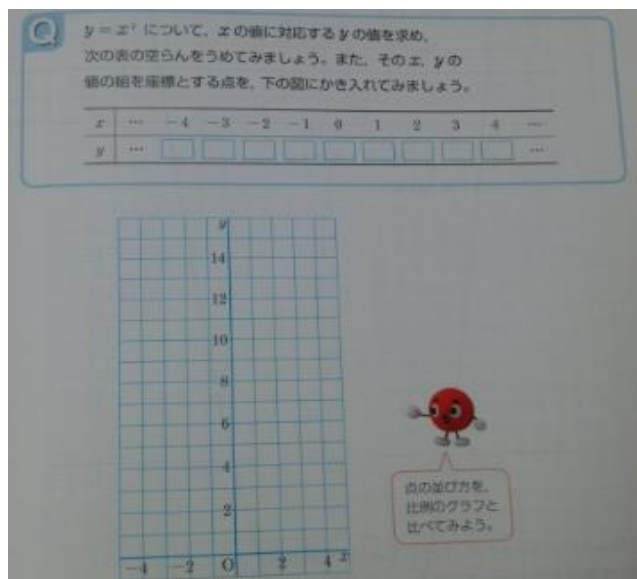
・グラフから値を読み取り、式を立てた上で、10 秒後の駅からの距離を問うという誘導のかかっていない問題となっている。

・異なるグラフを同じ座標上に書くことで、交点の座標を明確にし、簡単に求めることができることを発見させる問題となっている。

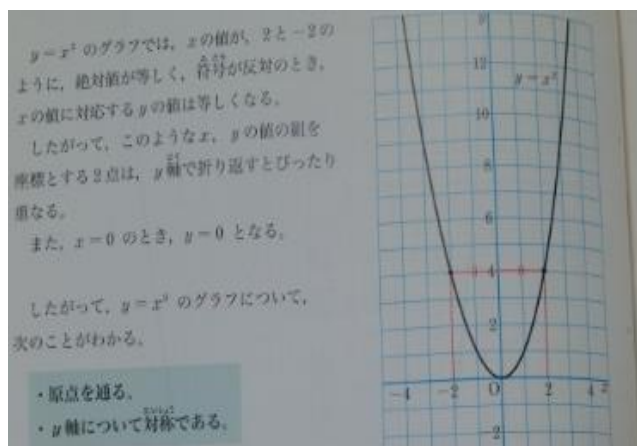
2.2.3 東京書籍

定義・公式の証明・説明	考察
関数 $y=ax^2$	
関数 $y=ax^2$ 	・何も習っていない段階で表を基に点をとる ⇒この章では何を学ぶのか見通しを持たせている
1. 関数 $y=ax^2$ 	・ジェットコースターが斜面をおりる様子を、球が斜面を転がる様子置きかえる ・x の値が 2 倍、3 倍になると y は？ ・比例のときは x を 2 倍、3 倍すると y は？ ⇒比例のときと比べて考える
<一般化> 	・x^2 の値も表に加える→$y=0.2x^2 \rightarrow y=ax^2$ ⇒一般化してから例題の流れ - 例：底面の辺が x cm、高さが 5cm の正四角柱の面積 y $y=5x^2$ - 問：半径 x cm の円の面積 y - 下じきと直角二等辺三角形の定規を重ねたときの 1 辺 x cm と重なった面積 y - 例：$x=3$ のとき $y=27$ のときの式 $y=3x^2$ ・高校で学習する 2 次関数の特別な場合 ⇒つながりを意識させる

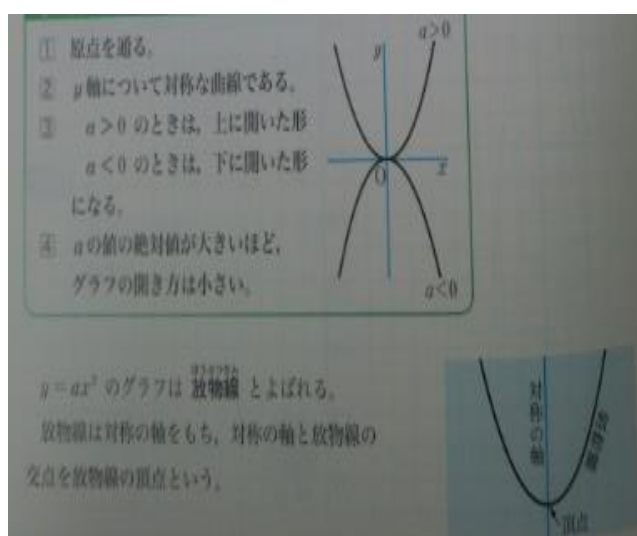
2. $y = ax^2$ のグラフ



< $y = x^2$ のグラフの特徴 >



< $y = ax^2$ のグラフの特徴・名称 >



・表を基に点をとる→とった点では正確なグラフはかけない

(直線で結ぶ? 反比例は曲線だったけど...)

↓

調べる値を少数として原点近くのように詳しく (0.1 毎)

⇒反比例を例に出し曲線になることを示唆

問: 左の図のように x 軸の下側には出ない。このことから y の変域を求めなさい。

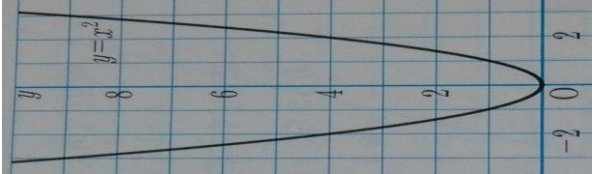
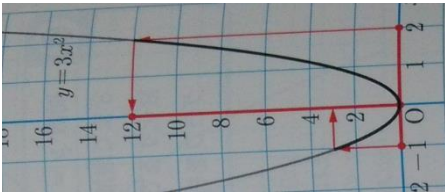
$y = x^2$ のグラフを基に y 座標を 2 倍、2 分の 1 倍にしたグラフ

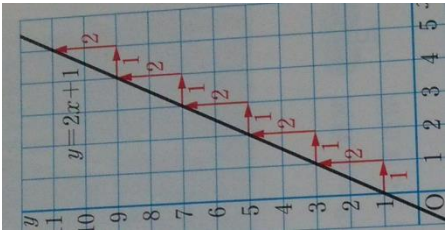
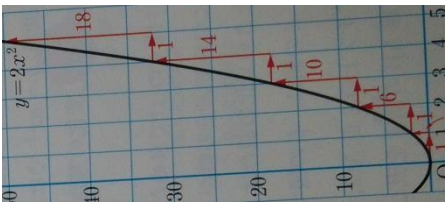
→ $y = 2x^2$ のグラフを基に $y = -2x^2$ 、 $-\frac{1}{2}x^2$

のグラフ

→ $y = ax^2$

・グラフの開きはどうなるか→特徴

関数 $y=ax^2$ の値の変化	
・関数 $y=x^2$ について x の値が -3 から 3 まで増加するとき y のあたいがどのように変化するか。  上で見たように $a > 0$ のとき x の値が増加するとき $x < 0$ の範囲では、y の値は減少する。 $x > 0$ の範囲では、y の値は増加する。 $x = 0$ のとき、y は最小値 0 をとる。 問1 $y=ax^2$ で $a < 0$ のときはどうか x の値が増加するとき $x < 0$ の範囲では、y の値は する。 $x > 0$ の範囲では、y の値は する。 $x = 0$ のとき、y は 0 をとる。	⇒具体的に $y=x^2$ について考えている ⇒x の値が増加するとき $x < 0$ で、y の値は減少 $x > 0$ で、y の値は増加 $x = 0$ のとき、y は最小値 0 ⇒x の値が増加するとき $x < 0$ で、y の値は増加 $x > 0$ で、y の値は減少 $x = 0$ のとき、y は最大値 0
○x の変域と y の変域 関数 $y=ax^2$ で x、y の変域を考えよう 例1 $y=3x^2$ について、x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの y の変域  たしかめ $y=3x^2$ について x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のときの y の変域を求めよ 問2 Aさんは $y=2x^2$ について x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のときの y の変域を次のように求めました。どこが間違っているのか説明しなさい。 問3 $y=-2x^2$ について x の変域が次のときの y の変域を求めよ (1) $2 \leq x \leq 4$ (2) $-2 \leq x \leq 1$	⇒x の変域に 0 が含まれるグラフを実際にかいて考えることで、最小値を間違えることがないようにしている。 問2 最小値を間違えている解法に対しての説明 問3 ⇒ (1) x の変域が正数～正数 (2) x の変域が負数～正数

○変化の割合 関数 $y=ax^2$ の変化の割合を、1 次関数と比べてみよう。 1 次関数では変化の割合は一定で a に等しい  $y = 2x^2$ では  一定ではなく、増加していく 例 2 $y = 2x^2$ で x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい たしかめ $y = 2x^2$ で x の値が 3 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。 問 4 $y = 1/2x^2$ について x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めなさい (1) 2 から 4 まで (2) -6 から -4 まで • $y=ax^2$ では変化の割合は一定ではない • 変化の割合は、傾きを表している。	⇒ 一次関数のときの変化の割合についての復習と、x と y の変化の様子を表で表している。 ⇒ $y=ax^2$ のときの変化の割合について、上記の学びから考える。 例 2 x の増加量が 1 より大きいとき (2 のとき) たしかめ 例 2 と x の増加量が 2 だが、変化の割合が異なることのたしかめ 問 4 ⇒ (1) x の値が正数 (2) x の値が負数
○ジェットコースターの例で、変化の割合がどんなことをあらわしているかを考えてみよう。 平均の速さは、次の式で求められる。 $\frac{(\text{進んだ距離})}{(\text{進んだ時間})} \text{ (m/s)}$ 平均の速さはその間の変化の割合を示している。	⇒平均の速さと変化の割合について導入で扱ったジェットコースターを例に考えている。

・問題

よしひろさんは、友だちと自転車で遊びに行ったときに、前を走っていた友だちが急に止まったので、「危ない!」と思いブレーキをかけましたが、前の友だちにぶつかってしまいました。自転車で集団で走行するとき、安全に走行するためには、自転車の間隔を何 m くらいあればよいでしょうか。

・用語説明

自転車に乗っている人が、危ないと思ってからブレーキがきき始めるまでに走った距離を空走距離、ブレーキがきき始めてから止まるまでに走った距離を制動距離という。したがって、危ないと思ってから止まるまでに進む距離、すなわち停止距離は、次のように表される。

$$(\text{停止距離}) = (\text{空走距離}) + (\text{制動距離})$$

ふつうの走行では、自転車の時速はおよそ 13km で、このときの空走距離と制動距離は、次のような値になる。

空走距離 2.4m 、制動距離 1.0m …… ①

・定義

一般に、制動距離は、速さの 2 乗に比例するといわれている。また、空走距離は、速さに比例するといわれている。

・問 1

①の値をもとにして、自転車の時速が 26km のときの空走距離、制動距離、停止距離を求めなさい。

・やってみよう

自転車の時速が $x\text{km}$ のときの停止距離を $y\text{m}$ として、 y を x の式で表してみよう。また、そのグラフをかいてみよう。

・問 2

高いところから物を落とすとき、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を $y\text{m}$ とすると、およそ次のような関係がある。

$$y = 4.9x^2$$

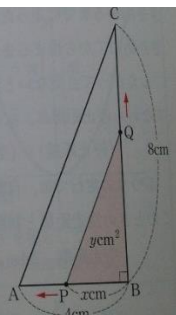
問 2 バンジージャンプで飛びおりるときも、飛びおりてから x 秒間に落ちる距離を $y\text{m}$ とすると、 $y = 4.9x^2$ の関係が成り立つとします。

- (1) 飛びおりてから 2 秒間では、およそ何 m 落ちますか。
- (2) 飛びおりて 1 秒後から 2 秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

・問 3

問 3 右の図のような直角三角形 ABC で、点 P は、 B を出発して辺 AB 上を A まで動きます。また、点 Q は点 P と同時に B を出発して辺 BC 上を C まで、 P の 2 倍の速さで動きます。 BP の長さが $x\text{cm}$ のときの $\triangle PBQ$ の面積を $y\text{cm}^2$ として、次の問に答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) $x = 3$ のときの y の値を求めなさい。
- (3) x と y の変域をそれぞれ求めなさい。



・生徒にとって、日常生活で起こりうる身近な事象が導入の問題として扱われており、考えやすくなっている。

・制動距離、空走距離、停止距離について詳しく説明されており、生徒が聞きなれない言葉であっても問題を解くことに支障が出ないようになっている。

・具体的な数値の例も挙げられている。

・文字を使わずに用語を用いて定義している。

・速さが 2 倍になったことから、それぞれの距離がどうなるかを考えさせる問題となっており、関数的な考え方を養成が図られているといえる。

・ x 、 y を用いた表し方を定義ではなく、問題として扱っている。

→生徒に一般化させている。

・高いところから物体を落としたときの時間と距離の一般的な関係を示した後、具体的な事象で問題提示をしている。

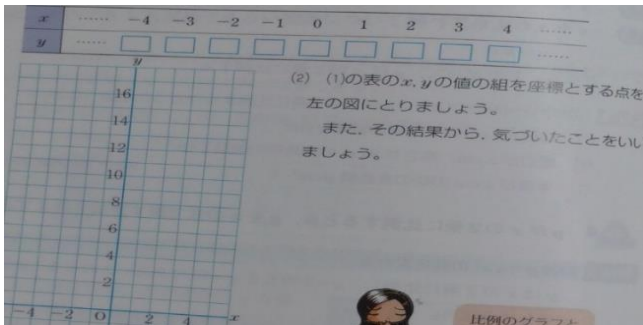
・ PB 、 QB の長さを、 x を用いて表す能力を身につけさせたい。

2.2.4 教育出版

定義・公式の証明・説明	考察																					
y=ax ² を学習する前に																						
1 比例、反比例、1 次関数 ● 1 年、2 年 y を x の式で表しましょう。 (1) y は x に比例し、x=1 のとき y=-2 (2) y は x の 1 次関数で、x=1 のとき y=1、x=3 のとき y=7 〔比例〕 y=ax 〔反比例〕 y=a/x 〔1 次関数〕 y=ax+b (a, b は定数) 2 変化の割合 ● 2 年 1 次関数 y=2x+1 で、x の値が次のように増加するときの変化の割合を求めましょう。 (1) 1 から 3 まで (2) -1 から 2 まで 1 次関数 y=ax+b で、 (変化の割合)=(y の増加量)/(x の増加量)=a 3 1 次関数のグラフ ● 2 年 1 次関数 y=3x-4 のグラフの傾きと y 軸上の切片をいしましょう。 1 次関数 y=ax+b のグラフは、傾きが a、y 軸上の切片が b の直線	1、2 年生で学習したことがまとめてあるページが最初にくており、次に習う関数が、比例・反比例でも、一次関数でもない関数であると考えさせる。																					
関数 y=ax ²																						
- 斜面をボールが転がり始めてから x 秒間に転がる距離を ym。 ある斜面にボールを転がしたところ、転がしてから 1 秒ごとのボールの位置は下の図のようになりました。 <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>.....</td></tr><tr><td>x²</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>.....</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td><td>.....</td></tr></table> (2) x² とそれに対応する y の値はどのような関係にありますか。 前ページの斜面では、右の表から y の値はつねに x² の値の 2 倍になっているから、x と y の関係は、 y=2x² という式で表すことができる。この式から、y は x² に比例していることがわかる。 - y=ax² の定義 y が x の関数で、 y=ax² (a は定数) という式で表すことができるとき、 y は x の 2 乗に比例するという。 - 例題 1 半径が xcm の円の面積を ycm² とするとき、y が x の 2 乗に比例するかどうかを調べよう。 - 例題 2 「y は x の 2 乗に比例し、x=2 のとき y=16 である。このとき、y を x の式で表してみよう。」 - 問 2 「風速が秒速 xm のとき、1m² の平面が受ける力を yN とすると、y は x の 2 乗に比例し、x=1 のとき y=1.18 になります。風速が秒速 10m のとき、1m² の平面が受ける力は何 N ですか。」	x	0	1	2	3	4		x ²							y	0	2	8	18	32		- 具体的な事象と数値を与え、その場合について考察してから、値が変わっても成り立つことを確認している。⇒<u>特殊から一般へ</u>。 - x が 2 倍、3 倍、4 倍・・・と変化したとき y が 4 倍、9 倍、16 倍・・・となること、y が x の 2 乗に比例することを確認する。 - 問 1(1)x の値が 2 倍、3 倍、4 倍、・・・となると、対応する y の値はどのように変化しますか。また、x² の値が 4 倍、9 倍、16 倍、・・・になるとどうですか。 (2)5 秒後のボールの位置を求めなさい。 ⇒どのような事象において y が x の 2 乗に比例するか考えさせる。円の面積公式など、既習事項を活用できる問題になっている。 ⇒文章を読んでそれを式で表す力をつけさせたい。 - 問 2 は文章から式をつくるだけでなく、求めた式を活用できる能力まで求められている。
x	0	1	2	3	4																	
x ²																						
y	0	2	8	18	32																	

y=ax² のグラフ

○y=x² のグラフ



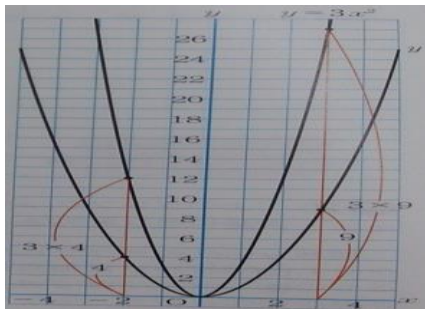
・関数 $y=x^2$ のグラフについて、次のことがいえる。

- ① グラフは原点を通り、上に開いている。
- ② グラフは y 軸について対称である。



○y=ax² で、a>0 のときのグラフ

x		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	
x ²		16	9	4	1	0	1	4	9	16	
3x ²											



・問 4

関数 $y=x^2$ のグラフを使って、次の関数のグラフを、巻末の折り込み図にかきなさい。

(1) $y=2x^2$ (2) $y=\frac{1}{2}x^2$

・問 5

問 4 の 2 つの関数のグラフについて、前ページの①②のことがいえるかどうか調べなさい。

・問 6

関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a>0$ のとき、 a の値によってグラフの開き方はどのように変わりますか。

○グラフの書き方

・ x 、 y の値の変化を表に表し、座標をとり、とった点が一直線に並んでいないことに気付かせる。

⇒ 確なグラフを書くには、 x の値をより細かくする必要性を感じさせる。

・問 1

関数 $y=x^2$ で、 x の値を -1 から 1 まで 0.1 おきにとって、対応する y の値を求め、それらの値の組を座標する点を、図にとりなさい。

・ $y=x^2$ のグラフが左図のようになることを確認し、グラフの特徴を捉えさせる。

・ $y=x^2$ のグラフと $y=ax^2(a>0)$ のグラフの関係性を認識させる。

・ 関数 $y=x^2$ と $y=3x^2$ で同じ x の値に対応する y の値を比べると、どこをとっても $y=3x^2$ の y の値は $y=x^2$ の y の値の 3 倍になっている。

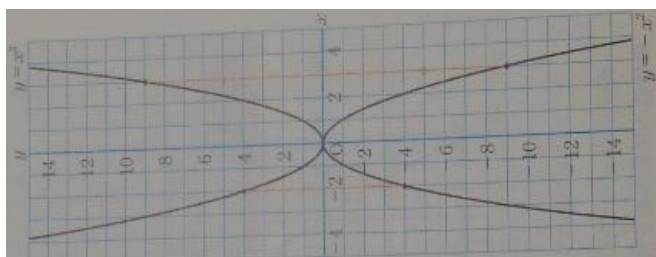
・ 問 4 では、 $y=x^2$ のグラフを利用して、 $y=ax^2(a>0)$ のグラフを書く能力をつけさせたい。

・ 問 5 では、問 4 の関数が、 $y=x^2$ のグラフと同じ特徴を持っていることに気付かせる。

・ 問 6 では a の値とグラフの開き方について考えさせる。
⇒ 特殊から一般へ。

○ $y=ax^2$ で、 $a<0$ のときのグラフ

x		-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	
x^2		16	9	4	1	0	1	4	9	16	
$-x^2$											

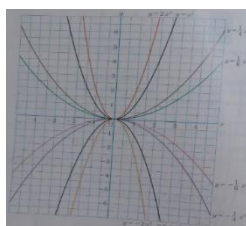


・問 7 前ページの間 4 でかいた関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを使って、関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを、巻末の折り込みの図にかきなさい。

・問 8 関数 $y=-x^2$ や $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフについて、99 ページの①②のことがいえるかを調べなさい。

・問 9 関数 $y=ax^2$ のグラフは、 $a<0$ のとき、 a の値によってグラフの開き方はどのようになりますか。

○ $y=ax^2$ のグラフの特徴まとめ



関数 $y=ax^2$ のグラフは、**放物線**といわれる曲線である。放物線の対称の軸を放物線の軸といい、放物線とその軸との交点を放物線の頂点という。放物線 $y=ax^2$ の軸は y 軸であり、頂点は原点である。

関数 $y=ax^2$ のグラフ

関数 $y=ax^2$ のグラフは、原点を通る放物線である。

① a の値の範囲によって、次のようになる。

① $a>0$ のとき

上に開いた放物線で、原点以外の放物線上の点は x 軸の上側にある。

② $a<0$ のとき

下に開いた放物線で、原点以外の放物線上の点は x 軸の下側にある。

② y 軸について対称である。

③ a の絶対値が大きいほど、グラフの開き方は小さくなる。

・例題 1 次の関数の中から、グラフが下に開くものを選んでみよう。

㊦ $y=0.1x^2$ ㊧ $y=-5x^2$ ㊨ $y=\frac{3}{2}x^2$ ㊩ $y=-1.3x^2$

・ $y=x^2$ のグラフと $y=ax^2(a<0)$ のグラフの関係を認識させる。

・関数 $y=x^2$ と $y=-x^2$ で、同じ x の値に対応する y の値を比べると、どこをとっても $y=-x^2$ の y の値と $y=x^2$ の y の値は、絶対値が等しく、符号が反対になっている。

・関数 $y=x^2$ のグラフと関数 $y=-x^2$ のグラフは、 x 軸について対称である。

・問 7 では、 $y=ax^2(a>0)$ のグラフを利用して $y=ax^2(a<0)$ のグラフをかく能力をつけさせたい。

・問 8 では、問 7 の関数が、 $y=x^2$ のグラフと同じ特徴を持っているかどうか考えさせる。

・問 9 では a の値とグラフの開き方について考えさせる。

⇒特殊から一般へ。

・比例定数 a に具体的な数値を与え、どのようなグラフになるか視覚的に示す。

・「放物線」「軸」「頂点」などの用語説明。

・ $y=ax^2$ のグラフが a の値によってどのように書けるか、放物線の特徴とともに提示。

・式をただで、上に凸のグラフか下に凸のグラフか判断できる能力をつけさせたい。

○値の変化とグラフ

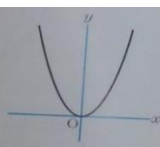
関数 $y=ax^2$ の値の変化について、 $a>0$ のとき、次のことがいえる。

① x の値の範囲によって、次のようになる。

① $x>0$ のとき
 x の値が増加すると、 y の値も増加する。

② $x<0$ のとき
 x の値が増加すると、 y の値は減少する。

② $x=0$ のとき、 y は最小の値 0 をとる。



・例題 2

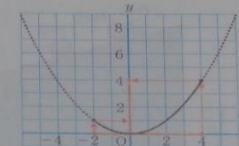
例題 2 x の変域が限られているときの y の変域

関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ の x の変域が $-2\leq x\leq 4$ のとき、 y の変域を求めてみよう。
 グラフや表を使って、 y の値の変化について調べる。

考え方

解答 $-2\leq x\leq 4$ に対応する部分は、右の図の太い黒色の実線部分になる。

$x=-2$ のとき $y=1$
 $x=4$ のとき $y=4$
 だから、 y の変域は、
 $1\leq y\leq 4$



・問 12 関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $-4\leq x\leq 2$ のとき、 y の変域は $0\leq y\leq 8$ になります。このときの a の値を求めなさい。

・ x が増加したときの y の変化の仕方について考察。

・式からグラフを書き、グラフをみて変域を考えられる能力をつけさせたい。

⇒グラフを考えずに、 x の変域の最大値、最小値を式に代入するだけでは、うまく y の変域が求まらないことに気付かせたい。

・ x 、 y の変域をともに与え、比例定数 a の値を求めさせる。

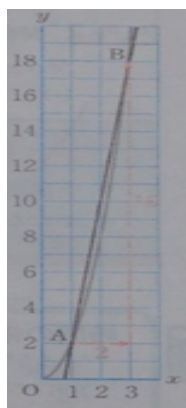
⇒変域をみて、グラフが書ける能力をつけさせたい。⇒変化の割合の求め方を用いて、比例定数 a を求めることができる能力をつけさせたい。

関数 $y=ax^2$ の変化の割合

・例題 1 前ページの斜面で、ボールが転がり始めてから 1 秒後から 3 秒後までの平均の速さを求めてみよう。

・例題 1 で求めた値 8 は、関数 $y=2x^2$ のグラフ上の 2 点 $A(1,2)$ 、 $B(3, 18)$ を通る直線の傾きにもなっている。

・問 1 右の図の直線 AB の式を求めなさい。



・例題 2 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めてみよう。

関数 $y=2x^2$ で、 x の値が次の(1)、(2)のように増加するときの変化の割合を求めなさい。

(1) 3 から 6 まで (2) -6 から -3 まで

▶▶▶ 補充問題 235 ページ 6

・例題 1 では、関数 $y=ax^2$ の学習の入る際に最初に用いた事象と同じ事象を用いている。

⇒1 つの事象において、学習してきた様々な内容が活用できることを認識させる。

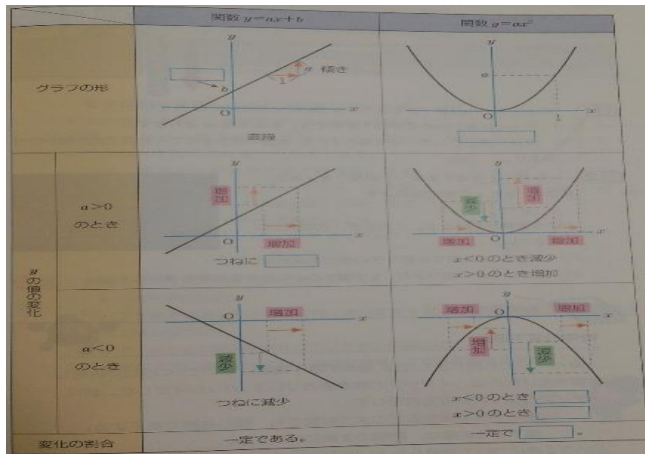
・問 1 では、平均の速さの値と、 $y=ax^2$ 上の 2 点を結んだ直線の傾きの値が同じであることに着目させる。

⇒平均の速さは、変化の割合から求めることができることに気付かせる。

・例題 2 では、グラフも自身で書き、変化の割合を求める能力をつけさせたい。

⇒関数 $y=ax^2$ においては、1 次関数のように比例定数の値と変化の割合の値が一致するわけではないということに気付かせたい。

・関数 $y=ax^2$ では、変化の割合は一定ではない。⇒ a の値が同じ関数であっても、 x の値の範囲によって変化の割合が異なることに気付かせる。



・一次関数と比べながら、関数 $y=ax^2$ の特徴をおさえさせる。

関数 $y=ax^2$ の活用

・問題

ボールを落として、落ち始めてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると、 x と y の間にはおよそ $y=5x^2$ という関係がある。このようすについて考えてみよう。

問1 右上のボールが落下するようすについて、次の問いに答えなさい。

(1) ボールが落ち始めてから 3 秒間では、およそ何 m 落ちますか。

(2) 20 m の高さからボールを落とすとき、地面に落ちるまでにおよそ何秒間かかりますか。

問2 x 秒間に 1 往復する振り子の長さを y m とすると、 x と y の間にはおよそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係があります。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 3 秒間に 1 往復する振り子の長さを求めなさい。

(2) 長さが 1 m の振り子が、1 往復するのにかかる時間を求めなさい。

・問 1、問 2 とともに具体的な事象を用いた問になっており、 x 、 y がそれぞれ何を表しているかを理解した上で、代入し、答えを導き出す能力が問われる問題となっている。

⇒これまでに学習してきたことが具体的な事象においても活用できる能力をつけさせたい。

・例題 1

電車が駅を発車してから x 秒に進む距離を y m とすると、 x の変域が $0 \leq x \leq 60$ の範囲では、 $y=ax^2$ の関係が成り立つという。右のグラフは、その関係を表したものである。

いま、電車が駅を発車すると同時に、電車と同じ方向に秒速 10 m で走っているバスが駅を通過した。電車がバスに追いつくのは、電車が発車してから何秒後かを求めてみよう。

・生徒が考えやすい具体的な事象を用いた問題となっている。

・(1) グラフから式を求める能力をつけさせたい。

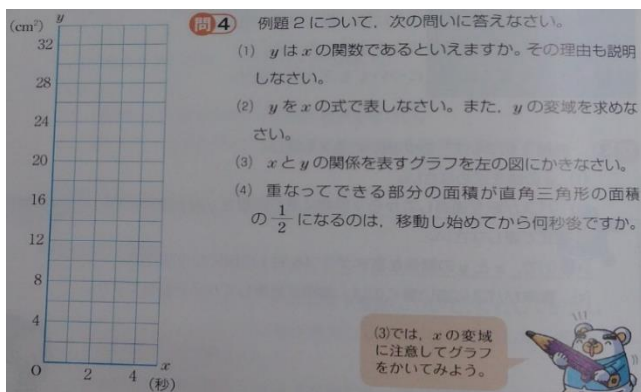
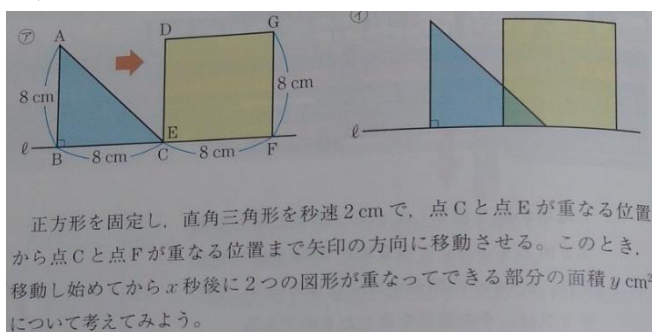
・(2) では、問題文から式を求める能力をつけさせたい。

⇒与えられた条件がグラフであっても文章であっても、式を立てることができる能力をつけさせたい。

・(3)(2) で立てた式からグラフを書く能力をつけさせたい。

・(4) 追いつく時間は計算せずともグラフから読み取れることに気付かせたい。

・例題 2



・ (1)関数かどうかの判断力と、そう判断した理由を記述できるかどうかの能力を問う。

・ (2)面積公式を用いて $y=ax^2$ の式を導く能力を問う。

⇒これまでのように $y=ax^2$ の関係が成り立つと問題に書いてなくても、式を導き出せる能力をつけさせたい。

2.2.5 大日本図書

定義・公式の証明・説明	考察																								
1.関数 打ったボールはどのような軌跡をえがくか 2.関数 $y = ax^2$ ともなって変わる 2 つの数量 x, y があって、x の値を決めると、それに対応して y の値がただ 1 つ決まる とき、y は x の関数であるという。 でかいた正方形の 1 辺の長さを $x \text{ cm}$。その面積を $y \text{ cm}^2$ とするとき、x と y の関係を調べよう。 (1) x と y の関係を表で表しなさい。 <table><tr><th>$x (\text{cm})$</th><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr><tr><th>$y (\text{cm}^2)$</th><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	$x (\text{cm})$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$y (\text{cm}^2)$	0											• y は x の関数であるといえるものを探す →関数について述べている • 一次関数の式から考え、比例でも一次関数でもない関数の例を出す。 • 表をつくる→$y = 2x^2$ • 式を示してから、本当にそう表せるか確認 例題： 表をつくり、式で表す。また x の変域を求める。
$x (\text{cm})$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10														
$y (\text{cm}^2)$	0																								

<一般化>

y が x の関数で、 y が x の 2 次式で表されるものがある。

この章では、次の形で表される関数について考えていく。

$$y = ax^2$$

2 乗に比例する関数 深めよう

x と y の関係が $y = ax^2$ という形で表れるとき、 y は x の 2 乗に比例するといえます。

なぜ、「2 乗に比例する」というのかを、比例の式 $y = ax$ と比べて考えてみましょう。

x を x と書くと...



もっと数学! ●発展●

2 次関数

y が x の関数で、 y が x の 2 次式、つまり、 $y = ax^2 + bx + c$ で表されるとき、 y は x の 2 次関数であるといえます。

- ・ 発展で 2 次関数について記載されているが、 $y = ax^2$ が 2 次関数の特別な場合だとは示されていない。

6. 関数 $y = ax^2$ のグラフと値の変化

$a > 0$ のとき、関数 $y = ax^2$ の値の変化のようすについて、次のことがわかる。

$x < 0$ ならば、 y の値は正で、 x の値が増加すると減少する。

$x = 0$ ならば、 $y = 0$ で最小の値である。

$x > 0$ ならば、 y の値は正で、 x の値が増加すると増加する。

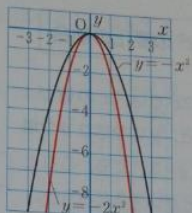


x	負	0	正
y	↓	0	↑

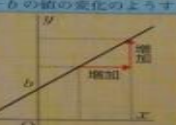
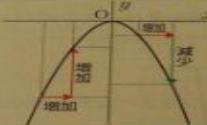
- ・ 1 次関数と比べて同じ変化をするのか
- ・ 1 次関数と比較し、値の変化を考えている

2 関数 $y = -x^2$ と $y = -2x^2$ の値の変化をそれぞれ調べよう。

(1) x の値が増加すると、 y の値はどのように変化しますか。



x	負	0	正
y	↑	0	↓

a の符号	$y = ax^2$ の値の変化のようす	$y = ax^2 + b$ の値の変化のようす
$a > 0$		
$a < 0$		

7. 関数 $y = ax^2$ の変化の割合

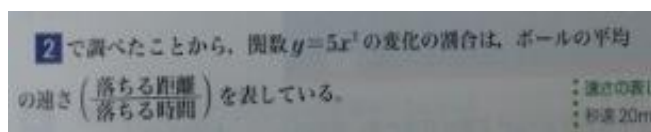
$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

関数 $y = ax^2$ では、1 次関数の場合とちがって、その変化の割合は一定ではない。

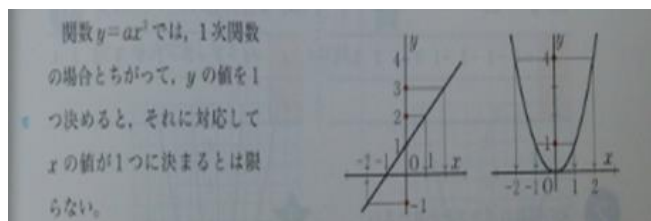
- ・ 表やグラフを使って、1 次関数の場合を踏まえながら変化の割合を考えている
- ・ 変化の割合の公式を示し、 x の値を変えて求めたものを比較している

8.変化の割合の意味

ボールを自然に落とすときを例にする

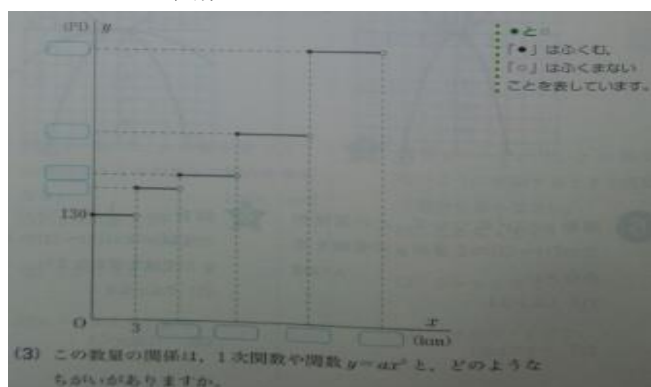


9. 関数 $y=ax^2$ の式と対応・変域



2 節、いろいろな関数

1.いろいろな関数



3 節、関数 $y=ax^2$ の利用

1.身近に現われる関数 $y=ax^2$

1 一定の速さで走る Y さんが地点 A を通過した瞬間に、M さんは地点 A から自転車で Y さんと同じ方向に走り出した。M さんが Y さんに追いつくまでの時間を調べよう。

(1) M さんが出発してから x 秒間に進む距離を y m とすると、 $0 \leq x \leq 12$ の範囲では、 $y=ax^2$ の関係があるという。1 秒間、2 秒間に進む距離が次のようにわかっているとき、表を完成させなさい。

x (秒)	0	1	2
y (m)	0	0.3	1.2

(2) 右のグラフは、地点 A からの Y さんの進行のようすを示したものである。ここに、M さんの進行のようすを示すグラフをかきなさい。

(3) (2)でかいたグラフから、M さんが Y さんに追いつくのは何秒後ですか。また、それは地点 A から何 m の地点ですか。

・ 2 秒ごとの変化の割合をグラフにしている。

$$\rightarrow y=5x^2$$

・ 1 秒ごとの変化の割合について考え、ボールが落ちる速さについてどんなことがいえるか

・ x と y の関数が $y=ax^2$ で、 $x=-2$ 、 $y=12$ (点 $(-2, 12)$)

・ 変域を求める際の手順を示している。

⇒生徒に解かせている

・ 乗車距離と運賃の関係は 1 次関数や 2 次関数とはどこが違うのか

・ 1 次関数や 2 次関数とは異なる関数がある

・ まず表を書かせ、そこから比例定数を求めさせる。

・ 同じ座標上に 2 つのグラフを書くことで、グラフの交点を明確にし、追いついた時間と距離を求める力をつけさせたい。

2 ペットボトルに水を入れて、底にあけた穴から水を流す。x秒間で、高さがy cmの水がなくなるとすると、 $y=ax^2$ の関係があるという。

実験をしたところ、高さが20 cmの水がなくなるのに120秒かった。

(1) aの値を求めなさい。

(2) ある高さまで水を入れてから、水がなくなるのに84秒かった。初めの水の高さを求めなさい。

(3) 高さが5 cmの水がなくなるのに何秒かかりますか。

2.図形のなかに現われる関数

1 右の図①のように、正方形ABCDと直角二等辺三角形EFGが直線ℓ上に並んでいる。

正方形を固定し、直角二等辺三角形を矢印の方向に、頂点GがCに重なるまで移動させる。

線分BGの長さをx cmとするとときに重なってできる△BGHの面積をy cm²として、△BGHの面積の変化のようすを調べよう。

(1) 次の表を完成させなさい。

x (cm)	0	1	2	3	4	5	6
y (cm ²)	0						

(2) yをxの式で表しなさい。

(3) 変域に注意してグラフをかきなさい。

(4) 重なってできる△BGHの面積が、もとの直角二等辺三角形EFGの面積の半分になるときのxの値を求める方法を、表や式、グラフを使って説明しなさい。

右の図のように、長方形ABCDと台形EFGHが直線ℓ上に並んでいる。

長方形を固定し、台形を矢印の方向に、頂点GがCに重なるまで移動させる。

線分BGの長さをx cmとするとときに重なってできる図形の面積をy cm²とする。

(1) xとyの関係を表で表しなさい。

x (cm)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y (cm ²)	0								

(2) xの変域を $0 \leq x \leq 6$ と $6 < x \leq 8$ の場合に分けて、グラフをかきなさい。

(3) 重なってできる図形の面積が、もとの台形EFGHの面積の半分になるときのxの値を求めなさい。

・ 具体的数値を1組与え、そこから式を求めさせる。

・ 求めた式に代入することで、時間、水の高さがそれぞれ求まることを認識させる。

(1) (2) 表に表し、変化の様子を捉えさせ、式を求めさせる。

(3) 変化の様子をグラフに表し、放物線になることを意識させる。

(4) グラフを用いた応用問題となっている。

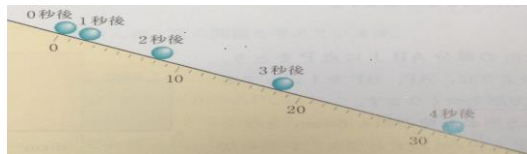
・ 三角形から台形の移動へと発展した問題となっている。

(1) 表に表し、式を求めさせる。

(2) グラフをかき、変域によってグラフが異なることを認識させる。

(3) グラフを用いた応用問題となっている。

2.2.6 日本文教

定義、公式の証明、説明	考察																								
関数 $y=ax^2$																									
○導入（とびら絵）  斜面でボールを転がしたところ、転がるボールの1秒ごとの位置は、下の図のようになった。 <table><tr><td>時間(秒)</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>...</td></tr><tr><td>転がった距離(m)</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td><td>...</td></tr></table>	時間(秒)	0	1	2	3	4	...	転がった距離(m)	0	2	8	18	32	...	○導入 ⇒変化の様子や表を見せることで、今まで習ってきた規則とは異なった変化を示す関数について考えていくことを意図している。										
時間(秒)	0	1	2	3	4	...																			
転がった距離(m)	0	2	8	18	32	...																			
1. 2乗に比例する関数																									
・新しい関数を見つけて、その特徴について調べよう。 <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>x^2</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>8</td><td>18</td><td>32</td></tr></table> y が x の関数で、その関係が次のような式で表されるとき、y は x の2乗に比例するという。 $y=ax^2$ 問1 上の問題で、転がり始めてから5秒後に転がる距離を、関数 $y=2x^2$ の式から求めなさい。 問2 次のア～カの関数の中から、y が x の2乗に比例するものをすべて選べ <table><tr><td>ア $y=3x^2$</td><td>イ $y=-x+1$</td><td>ウ $y=2x$</td></tr><tr><td>エ $y=\frac{6}{x}$</td><td>オ $y=\frac{x^2}{4}$</td><td>カ $y=-x^2$</td></tr></table> 例1 直角三角形の1辺を x とし、面積を y とすると $y=\frac{1}{2}x^2$ となるため、y は x の2乗に比例する関数である。 問3 立方体の1辺を x cm としたとき、次の場合の y を x の式で表す。 ①すべての辺の長さの和を y cm とした場合 ②表面積を y cm² とした場合 ③体積を y cm³ とした場合 問4 円の半径を r cm、周の長さを l cm、面積を S cm² とし、次の関係を答えよ ① l を r の式で表し、どんな関係があるか ② S を r の式で表し、どんな関係があるか	x	0	1	2	3	4	x^2	0	1	4	9	16	y	0	2	8	18	32	ア $y=3x^2$	イ $y=-x+1$	ウ $y=2x$	エ $y=\frac{6}{x}$	オ $y=\frac{x^2}{4}$	カ $y=-x^2$	・導入の問題場面を表にする ⇒x、x^2、y について表を埋めていき、y と x^2 の関係に気づかせる。 ・「2乗に比例する」という形をとっている ⇒「a を比例定数」としている。 問1 ⇒関数を用いて、x の意味について理解しているか 問2 ⇒「y は x の2乗に比例する」の意味とそれを表す式を理解しているかの確認。 例1 ⇒既習事項の中から y が x の2乗に比例しているものを確認している。 問3⇒①$y=12x$ ②$y=6x^2$ ③$y=x^3$ 問4 ⇒①$l=2\pi r$ l は r と比例関係がある ②$S=\pi r^2$ S は r の2乗と比例関係がある
x	0	1	2	3	4																				
x^2	0	1	4	9	16																				
y	0	2	8	18	32																				
ア $y=3x^2$	イ $y=-x+1$	ウ $y=2x$																							
エ $y=\frac{6}{x}$	オ $y=\frac{x^2}{4}$	カ $y=-x^2$																							

2. 関数 $y=ax^2$	
確認 1 底面が 1 辺が $x\text{cm}$ の正方形で、高さが 3cm である正四角柱の体積を $y\text{cm}^3$ とする。 ①この正四角柱で x^2 は何を表しているか ②y を x の式で表す トライ 1 確認 1 の問題で、 ①x の値が 2 倍、3 倍、4 倍、・・・になると、それに対応する y の値は、それぞれ何倍になるか ②$x \neq 0$ のとき、x の各値について、y/x^2 の値はそれぞれいくらになるか トライ 2 関数 $y=3x^2$ で x の変域が負の数の場合について表をつくり、トライ 1 と同様のことを調べる ・まとめ y が x の 2 乗に比例するとき、x の値が m 倍になると、それに対応する y の値は m^2 倍になる。 問 1 円の半径を 5 倍、$\frac{1}{5}$ 倍したときの面積は何倍になるか ・これまで学んできたことをもとに、関数を求める 確認 2 y が x に比例し、$x=3$ のとき $y=6$ となる y を x の式で表す。また、$x=-3$ のときの y の値を求める。 例 1 y が x の 2 乗に比例し、$x=3$ のとき $y=6$ となる y をの式で表そう。 求める関数を $y=ax^2$ とする。 $x=3$ のとき $y=6$ だから $\square = a \times \square^2$ これを a について解くと $a = \frac{2}{3}$ ゆえに、求める関数は $y = \frac{2}{3}x^2$ 問 2 例 1 の関数で $x=-6$ ときの y の値、$y=54$ のときの x の値を求めなさい。 問 3 y が x の 2 乗に比例し、$x=-2$ のとき $y=-12$ となる y を x の式で表しなさい。また、$x=2$ のときの y の値を求めなさい。	確認 1 ⇒前の問題で立方体の 1 辺を $x\text{cm}$ としたときの体積 $y\text{cm}^3$ を考えたので、それを踏まえたうえで、高さのみ定数で固定している。 トライ 1 ⇒①x の値には比例していないが、②より y/x^2 が常に一定の値になることを示している。 トライ 2 ⇒x が負数においても同様のことがいえるかの確認 ・まとめ ⇒x の値と y の値の関係について 問 1 ⇒まとめを使った問題 確認 2 ⇒x、y の値が与えられているときの式の求め方の復習。 例 1 ⇒確認 2 の考え方をもとに式を求める。 ⇒$a=2/3$ となる式 問 2 ⇒式がわかっている関数の x、y のそれぞれを求める。 問 3 ⇒x、y の値がともに負のときの a を求める

3. 関数 $y=x^2$ のグラフ

○トライ 1

関数 $y=x^2$ のグラフをかいてみましょう

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9

・ 1 メモリ : 1 のグラフシート



・ 1 メモリ : 0.1 のグラフシート

トライ 2 関数 $y=x^2$ について・1 から 1 まで 0.1 きざみで表をかいて、0.1 のグラフシートにかいてみる

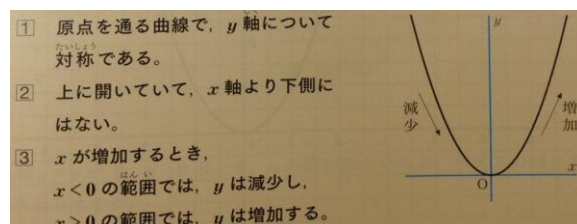


次ページをすべて使って $y=x^2$ のグラフを示す。

○トライ 1 グラフに表す

⇒表から値を求め、グラフに点をかいていくが、その中でグラフの形が直線ではなさそうであるということに気づかせる。

トライ 2 関数がなめらかな曲線になることをとらえる



4. 関数 $y=ax^2$ のグラフ

○関数 $y=ax^2$ のグラフについて調べましょう

トライ 1 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について x 、 x^2 、 y の値の表を完成させ、①②に答えましょう。

①関数 $y=x^2$ のグラフと重ねて $y=\frac{1}{2}x^2$ を書いてみましょう。

②①をして気づいたことをいいます。

問 1 ①②のグラフを関数 $y=x^2$ のグラフに重ねてかきなさい。 ① $y=\frac{1}{3}x^2$ ② $y=2x^2$

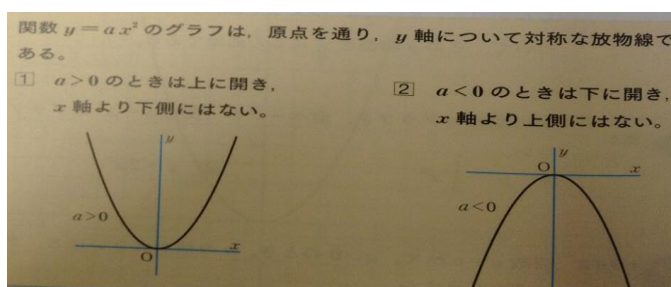
トライ 2 $y=ax^2$ で $a>$ のとき、 a の値が大きいほどグラフの開き方はどうなるか

例 1 $y=-x^2$ のグラフをかいてみよう。

x 、 x^2 、 y の表を完成させ、グラフをかく。

トライ 3 $y=x^2$ と共通すること、異なることをいう

問 2 $y=-x^2$ をもとにして $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかく



○ $a=\frac{1}{2}$ のときのグラフの様子

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
x^2	...	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	...
$\frac{1}{2}x^2$	...	$\frac{25}{2}$	8	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	8	$\frac{25}{2}$	...

x の同じ値に対して、 $\frac{1}{2}x^2$ の値は x^2 の値の $\frac{1}{2}$ である。
 したがって、 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフは、 $y=x^2$ のグラフ上のそれぞれの点について、その y 座標を $\frac{1}{2}$ にした曲線である。

問 1 写真のような関係が①②に見られるか

① $a=\frac{1}{3}$ のとき ② $a=2$ のとき

トライ 2 式とグラフの関係

例 $a<0$ のときのグラフのかき方

x	...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	...
x^2	...	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25	...
$-x^2$	...	-25	-16	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	-16	-25	...

x の同じ値に対して、 $-x^2$ の値と x^2 の値は、絶対値が等しく、符号が反対になっている。したがって、 $y=-x^2$ のグラフは、 $y=x^2$ のグラフと x 軸について対称な曲線である。

問 2

⇒ a が様々な負数のグラフをかける

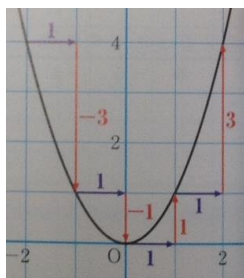
$y=ax^2$ のグラフについて特徴をまとめた

5. 関数 $y=ax^2$ の値の変化

関数 $y=ax^2$ の値の変化の割合を調べましょう

トライ 1 $y=x^2$ について、 x が 1 ずつ増加するとき、 y の値の変化の様子を調べ、表にする。

表にしたものをグラフに表していく。



例 1 トライ 1 の表から、 $y=x^2$ について x が -3 から 1 に増加するときの変化の割合を求めてみる

問 1 $y=x^2$ について次の場合の変化の割合を求めよ

① x の値が -4 から 1 だけ増加する

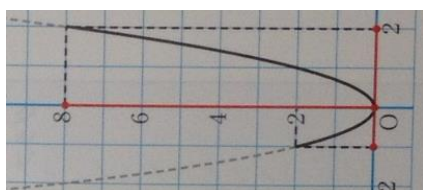
② x の値が 4 から 1 だけ増加する

例 2 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合

問 2 $y=-x^2$ について、 x の値が 1 から 5 まで増加するときの変化の割合

・ x の変域が限られている関数 $y=ax^2$ について考えましょう

例 3 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のときの $y=2x^2$ のグラフをかいて、 y の変域を求めてみよう。



問 3 関数 $y=x^2$ ($-3 \leq x \leq 1$) のグラフをかいて、 y の変域を求めよ

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	9	4	1	0	1	4	9	...

y の増加量: -5, -3, -1, 1, 3, 5

x の増加量が一定でも、 y の増加量が一定でないことを確かめる

例 1

⇒ x の値が負数ときの増加量

問 1 x の増加量が様々な場合の変化の割合

① x の増加量が正数 ② x の増加量が負数

例 2 a が分数のときの変化の割合

問 2 a が負数のときの変化の割合

・ x の変域が与えられているときの y の変域

例 3 ⇒ グラフをかくことで解決の助けにしている。

問 3 例 3 と異なり x が負数で y が最大をとる

6. 関数 $y=ax^2$ の活用

○身のまわりのことがらについて、関数 $y=ax^2$ を活用して調べてみましょう。

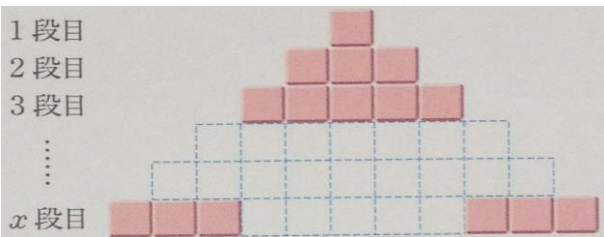
例 1 物が自然に落ちるとき、落ちる距離は落ち始めてからの時間の 2 乗に比例します。

○活用

y は x の 2 乗に比例するから、比例定数を a とすると
 $y=ax^2$
 $x=4$ のとき $y=80$ だから $80=a \times 4^2$
 したがって $a=5$
 ゆえに $y=5x^2$ 答 $y=5x^2$

問1 例1について、 ①物が落ち始めてから6秒後の距離 ②高さ100mのところから物が落ちたとすると、地上に落ちるまでに何秒かかるか 問2 1往復するのに x 秒かかる振り子の長さを y m とすると $y = \frac{1}{4}x^2$ という関係があります。長さが1mの振り子が1往復するのにかかる時間を求めなさい。 ・放物線と直線を使っていろいろな問題を考えましょう。 電車がA地点を出発してから x 秒後に進む距離を y m とすると、$0 \leq x \leq 60$ のあいだでは、$y = \frac{1}{4}x^2$ の関係があるという。電車がA地点を出発すると同時に同じ方向に秒速10mで走っている自動車がA地点を通過したとき、 ①自動車がA地点を通過してから x 秒間に進む距離を y m として x と y の関係を表すグラフを電車のグラフと合わせてかきなさい。 ②自動車が電車に追いつかれるのは何秒後ですか	問1⇒自然落下の問題 ①x の値が与えられている。 ②y の値が与えられている。 問2⇒振り子の問題 y の値を与えている。 ・放物線と直線 ⇒$y = ax^2$ と $y = ax + b$ のグラフの交点が表す意味
--	--

2.2.7 学校図書

定義、公式の証明、説明	考察																												
関数 $y=ax^2$																													
・表にあらわす  1 段目 2 段目 3 段目 ⋮ x 段目 1 x 段目のタイルの枚数を y 枚として <table><tr><td>x(段目)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>...</td></tr><tr><td>y(枚)</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>...</td></tr></table> 2 x 段目までのタイルの総数を y 枚として <table><tr><td>x(段目)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>...</td></tr><tr><td>y(枚)</td><td>1</td><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td>...</td></tr></table>	x (段目)	1	2	3	4	5	...	y (枚)	1	3				...	x (段目)	1	2	3	4	5	...	y (枚)	1	4				...	○ (導入と今までの振り返り) 左図 (写真) 参照 ↓ 1 x と y の関係を表から考えさせる。 2 x と y の関係を表から考えさせる。 (1) 表を完成させる。 (2) (1)の表を基に、x と y の関係を式で表す。 (3) y は x に比例するといえるか、y は x の1次関数であるといえるか。 ⇒ピラミッド型の並び方をしたタイルの段数と枚数に関して考えることで、今までの学びの振り返りをしている。
x (段目)	1	2	3	4	5	...																							
y (枚)	1	3				...																							
x (段目)	1	2	3	4	5	...																							
y (枚)	1	4				...																							

2 乗に比例する関数

・身近なものからの導入



・転がり初めての時間 x (秒)と転がる距離 y (m)

x (秒)	0	1	2	3	4	5	...
y (m)	0	0.5					...

・上の表に x^2 を追加したもの

x (秒)	0	1	2	3	4	5	...
x^2							...
y (m)	0	0.5					...

・2 乗に比例する関数

● 2 乗に比例する関数 ●

y が x の関数で、 x と y の間に

$$y = ax^2$$

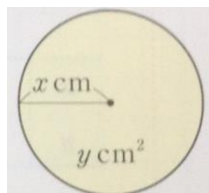
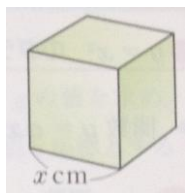
の関係が成り立つとき、 y は x の 2 乗に比例する という。

ただし、 a は 0 でない定数で、この a を 比例定数 という。

・問題

例 1

問 1



例 2

y は x の 2 乗に比例するから、 $y = ax^2$

$x = 2$ のとき $y = 12$ であるから、これらを代入すると、

$$12 = a \times 2^2$$

$$a = 3$$

したがって、 $y = 3x^2$

この式に $x = 5$ を代入すると、

$$y = 3 \times 5^2$$

$$= 75$$

答 $y = 3x^2, y = 75$

問 2

y が x の 2 乗に比例するとき、次の (1), (2) について、 y を x の式で表しなさい。また、 $x = -2$ のときの y の値を求めなさい。

(1) $x = -4$ のとき $y = 8$

(2) $x = 3$ のとき $y = -36$

○斜面を転がるボールについて、転がり始めてからの時間と転がる距離の関係

左図 (写真) 参照

→ (1) 表の完成

(2) x の値が 2 倍、3 倍となると、 y の値は何倍になるか

(3) x^2 の値を求め、表の完成と x^2 と y の関係を調べる

⇒表を横に見せることで、比例関係を見つけ出すことを促していると思われる。

○2 乗に比例する関数としてまとめ

左図 (写真) 参照

○練習問題

例 1 1 辺が x cm の立方体の表面積を y とする

問 1 (1), (2) について、 y を x の式で表す。

また、 y は x の 2 乗に比例するといえるか。

(1) 1 辺 x cm の立方体の体積を y cm³

(2) 半径 x cm の円の面積を y cm²

⇒ここまでの学びの確認

例 2 y は x の 2 乗に比例し、 $x = 2$ のとき $y = 12$ であるとき、 y を x の式で表す。また $x = 5$ のときの y の値

問 2 例と同様の問題。ただし、求める a の値が分数、負の数となっている。

⇒比例の関係式から、方程式として扱っている。

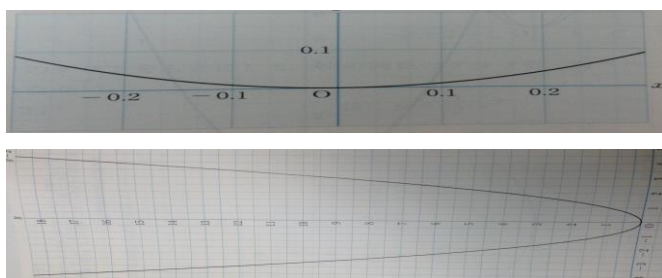
関数 $y=ax^2$ のグラフ

- 関数 $y=ax^2$ で、 $a=1$ のときのグラフ

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
y	...	16	9	4	1	0	1	4	9	16	...

x	-1	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1
y	1	0.81	0.64	0.49	0.36	0.25	0.16	0.09	0.04	0.01

- グラフのまとめ



○ $y=x^2$ のグラフについて

- x の値が整数のときの y の値の表
⇒その間がどう繋がるか
- x の値を 0.1 ずつ考える
⇒より細かく値を調べて、グラフに活かす

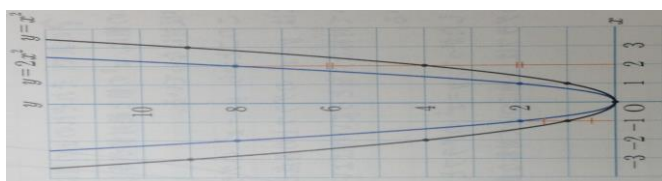
○ $y=x^2$ でさらに多くの点を取っていくと、点の集合は 1 つのなめらかな曲線になる。原点の付近をさらに拡大化すると左図のようになる。
⇒何度も調べさせ、1 次関数との違いを強めていると思われる。

- 1 ページ分を使って $y=x^2$ を示している。

- $a>0$ のときの $y=ax^2$ のグラフ

x	...	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	...
x^2	...	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	...
y	...	8	4.5	2	0.5	0	0.5	2	4.5	8	...

- $y=2x^2$ のグラフ



問 2

$y=x^2$ のグラフをもとにして、次の関数のグラフを、前ページの図にかき入れなさい。

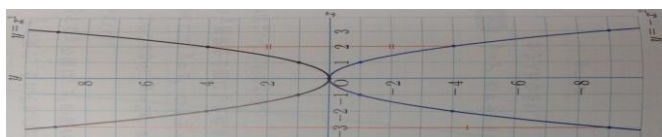
(1) $y=3x^2$ (2) $y=\frac{1}{2}x^2$

問 3 $a>0$ のときの $y=ax^2$ のグラフにはどんな特徴があるといえるか

- $a<0$ のときの $y=ax^2$ のグラフ

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
x^2	...	16	9	4	1	0	1	4	9	16	...
y	...	-16	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	-16	...

- $y=-x^2$ のグラフ (表の完成)



問 4

$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフをもとにして、
 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを、次ページの図にかき入れなさい。

○ $y=2x^2$ のグラフについて

- 表の完成

○ $y=2x^2$ のグラフ

表から y の値が $y=x^2$ の 2 倍になっていることから、 $y=2x^2$ のグラフをかくには $y=x^2$ のグラフ上の各点の y 座標を 2 倍にした点をとっていけばよいことがわかる。

⇒ x の 2 乗に比例する関数について、 a と開き具合の関係について考えさせている

問 2 ⇒上と同様に $y=x^2$ をもとにして考えさせている

問 3 ⇒上に開いている (y の値が常に正) (X 軸よりも常に上) ことについて

○ $y=-x^2$ のグラフ

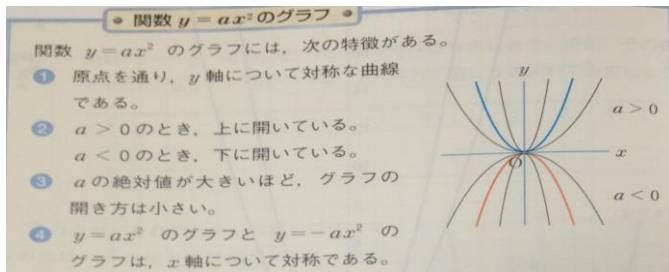
表から、 y の値は x^2 の絶対値と等しく、符号が反対になっているため、 $y=-x^2$ のグラフをかくには、 $y=x^2$ のグラフ上の各点と x 軸について対象な点をとっていけばよいことがわかる
⇒グラフの対称性について考えさせ、これも $y=x^2$ をもとにして考えさせている

問 4 左図 (写真) 参照

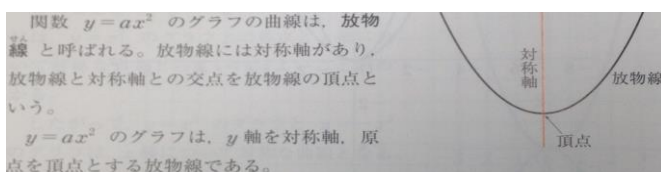
⇒ $y=\frac{1}{2}x^2$ をもとにして $y=-\frac{1}{2}x^2$ について考えさせている

問5 $a < 0$ のとき、 $y = ax^2$ のグラフにはどんな特徴があるといえるか

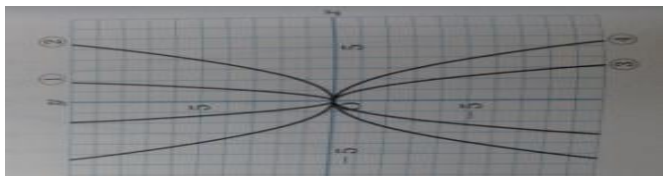
・関数 $y = ax^2$ のグラフ



・対称軸



問6



問5 ⇒下に開いている（ y の値が常に負）（ x 軸よりも常に下） ことについて

○関数 $y = ax^2$ のグラフのまとめ

左図（写真）参照

⇒教科書上ではここで初めて「 y 軸について対称」ということと、「開き」という概念が出てくる。これは、次に続く対称軸や、さらに先にある図形と関数が絡む問題へと続く重要な要素に位置づけられているように思われる。

・ $y = ax^2$ の対称軸

左図（写真）参照

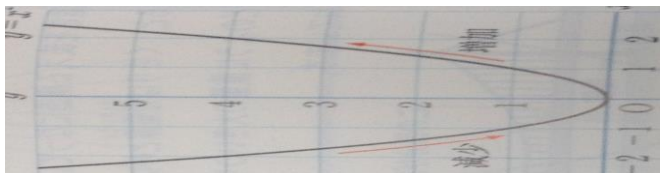
放物線には対称軸があることが述べられているが、教科書上では $y = ax^2$ しか扱わないため、あまり意味がないように思われる。

問6 左図のグラフと、㉠ $y = \frac{1}{3}x^2$ ㉡ $y = -x^2$ ㉢ $y = 3x^2$ ㉣ $y = -\frac{1}{3}x^2$ のどれがどのグラフを表しているか

⇒関数の開きの考え

関数 $y = ax^2$ の値の変化

・ $y = x^2$ について



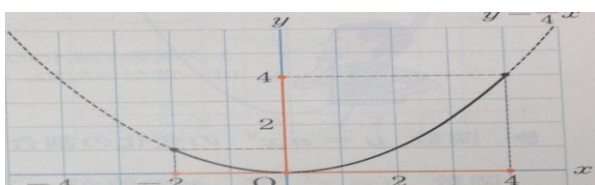
問1 $y = \frac{1}{2}x^2$ について右図（写真）の[1]～[3]を確認する

問2 $y = -x^2$ について x の値が増加するにつれ、 y の値がどうなるか

・変域とグラフ

関数 $y = ax^2$ の値の変域

例1 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のときの y の変域



○ $y = x^2$ について

- [1] $x < 0$ のとき、 y の値は減少する。
- [2] $x > 0$ のとき、 y の値は増加する。
- [3] $x = 0$ のとき $y = 0$ となり、 y の値は減少から増加に変わる。このとき、 y は最小値 0 をとる。

⇒「増加」「減少」「最小値」などの1次関数からの知識

問1 ⇒上記の確認め

問2 ⇒ $a < 0$ のときの値の変化

＊この問の下に $a < 0$ のときは y の最大値について述べられている

○関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ の値の変域

例1 x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ のときの y の変域を求めよ

⇒グラフに表し、 $0 \leq y \leq 4$ となることを示している

問3

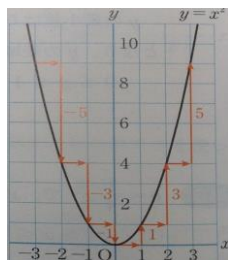
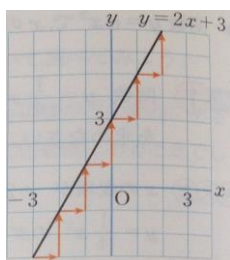
$y = \frac{1}{4}x^2$ で、 x の変域が次の (1), (2) のときの y の変域を求めなさい。
 (1) $-4 \leq x \leq 2$ (2) $2 \leq x \leq 6$

問4 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のときの次の y の変域

(1) $y = 3x^2$ (2) $y = -\frac{1}{2}x^2$

・変化の割合

1 次関数 $y = 2x + 3$ のときと $y = x^2$ のとき



x の増加量							
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	9	4	1	0	1	4	9
y の増加量		-5	-3	-1	1	3	5

問5 $y = x^2$ について

(1) $x < 0$ と $x > 0$ では変化の割合はどう違うか

(2) x の値の絶対値が大きくなるほど y の値の変化の仕方はどうなるか

問6 $y = -x^2$ について同様に調べる

例2 $y = \frac{1}{2}x^2$ で x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合

問7 $y = \frac{1}{2}x^2$ で x の値が次のように変化するときの変化の割合を求めよ (1) 4 から 6 まで (2) -4 から -2 まで

問8 $y = -2x^2$ で x の値が次のように変化するときの変化の割合を求めよ

(1) 2 から 5 まで (2) -3 から 0 まで

・変化の割合が実際の場面でどんな意味をもつのか
 →空中でものを落下させたとき、落下した距離は時間の2乗に比例し、落下し始めてから x 秒後に y m 落下したとすると、 s と y の間には、 $y = 5x^2$ の関係があることが知られています。次の表の x の値に対応する y の値を求め、表を完成させましょう。

x (秒)	0	1	2	3	4	5	...
y (m)	0	5					...

問3 ⇒ (1) 負の数 $\leq x \leq$ 負の数 (2) 正の数 $\leq y \leq$ 正の数

問4 ⇒負の数 $\leq x \leq$ 正の数のときの y の変域

(1) $a > 0$ (2) $a < 0$

○ $y = x^2$ の変化の割合

グラフと表より 1 次関数の変化の割合は一定だったが $y = x^2$ の変化の割合は一定ではない

問5 ⇒説明させる問題

問6 ⇒説明させるが、今度は違いに気づかせることを意図している。

例2 ⇒ x の増加量が 1 より大きいとき (2 のとき) の変化の割合の求め方

問7 ⇒ (1) x の値が正数で x の増加量が 2

(2) x の値が負数で x の増加量が 2

問8 ⇒ (1) x の値が正数で x の増加量が 3

(2) x の値が負数で x の増加量が 3

・ $y = ax^2$ の変化の割合に意味を持たせる

→物体が自然落下するときの平均の速さが変化の割合と同じことを見ている。

$$(\text{平均の速さ}) = \frac{(\text{落下した距離})}{(\text{落下した時間})} = \frac{(y \text{ の増加量})}{(x \text{ の増加量})}$$

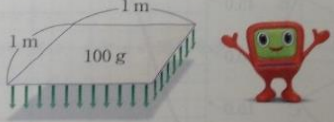
例 1 時速 x km で走っている自動車がブレーキをかけたとき、ブレーキがきき始めてから止まるまでに進む距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例する。



問 1 例 1 で、ある自動車が時速 40 km で走っているとき、ブレーキがきき始めてから 10 m 進んで止まりました。次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) この自動車が時速 80 km で走っているとき、ブレーキがきき始めてから何 m 進んで止まりますか。
- (3) この自動車が、ブレーキがきき始めてから 5 m 進んで止まるのは、時速何 km のときですか。小数第一位まで求めなさい。

例 2 風速 x m/s の風が吹くとき、建物の壁にかかる風圧（風が物体に与える圧力）を y パスカルとすると、 y は x の 2 乗に比例する。

1 パスカルは、面積 1 m^2 、重さ 100 g の大きな紙をゆかに置いたときの圧力と、ほぼ等しいね。

問 2 例 2 について、次の問いに答えなさい。

- (1) 風速 5 m/s のとき、壁にかかる風圧は 12.5 パスカルでした。 y を x の式で表しなさい。
- (2) 風速が次の大きさのとき、壁にかかる風圧を求めなさい。
① 10 m/s ② 20 m/s ③ 30 m/s

・例 1 x, y を用いて一般化された状態で提示されているが、制動距離という言葉は出てきていない。

・問 1

- (1) 具体的な数値を 1 組与え、例 1 をもとに式を求めさせる。
- (2) (3) 求めた式に具体的な数値を代入することで、速さまたは制動距離を求める力をつけさせたい。

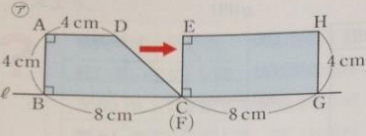
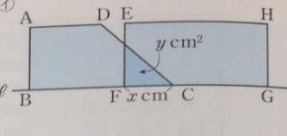
・例 2

風圧は、風速の 2 乗に比例することを提示。

・問 2

- (1) 具体的な数値を 1 組与え、例 2 をもとに式を求めさせる。
- (2) 求めた式に具体的な数値を代入することで、風圧を求める力をつけさせたい。

例 2 次の図 ⑦ のように、台形 ABCD と長方形 EFGH が直線 ℓ 上で並んでいます。

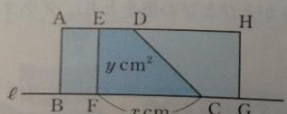
長方形を固定し、台形を矢印の方向に辺 AB と辺 EF が重なるまで移動します。FC = x cm のときの 2 つの図形が重なる部分の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、 x と y の関係をグラフに表しなさい。

考え方 $0 \leq x \leq 4$ のとき、上の図 ⑧ のように、重なってできる部分は 1 辺 x cm の直角二等辺三角形であるから、 y を x の式で表すと、

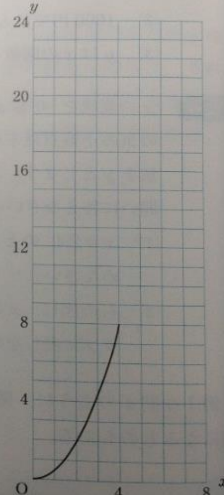
$$y = \frac{1}{2}x^2$$

となる。したがって、そのグラフは、右の図のように放物線の一部分になる。

問 5 $4 \leq x \leq 8$ のとき、重なってできる部分は次の図のように台形になります。 y を x の式で表し、グラフを右の図にかき入れなさい。



問 6 重なってできる部分の面積が、台形 ABCD の面積の半になるときの x の値を求めなさい。



・例 2：図形の移動

“考え方”のところで、グラフが放物線になる範囲は既に掲載。

・問 5

重なった部分が台形の場合、どのようなグラフになるか、続きをかせせる。

・問 6

グラフを見て答えを発見する力をつけさせたい。

3 問題開発

3.1 小倉金之助の関数観念

3.1.1 関数観念

- ・ 数学教育の中心とも核心ともなるもの
- ・ 「二つ以上の事象があるとき、経験的事実を基にしてそれらの事象を関係づけ、その間にどんなきまりがあるのか調べていく過程」
- ・ わたしたちの日常生活と共にある

3.1.2 関数観念の養成

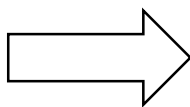
多くの具体的実例を集めて検査



それらの間にどのような関係があるかを研究



個々の事柄から一般法則を見出す

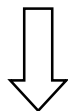


関数観念では
関数的な見方・考え方が必要

3.2 関数的な見方・考え方

3.2.1 $y=ax^2$ における関数的な見方・考え方

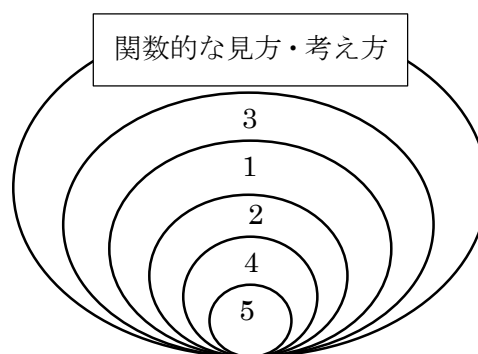
- 1) 依存関係に着目する。
- 2) 数量を変化させて考える。
- 3) 「きめればきまる」という見方。
- 4) 対応のきまりや変化の特徴を見つける。
- 5) 対応のきまりや変化の特徴を利用する。



- 1) いくつかの量の中から、2つの量を取り出し、それに依存関係を見出そうとする。
- 2) 一方を2倍、3倍…と変化させたときに、他方がどう変化するか見出そうとする。
- 3) あるものを決めると、何が決まるかを見出そうとする。

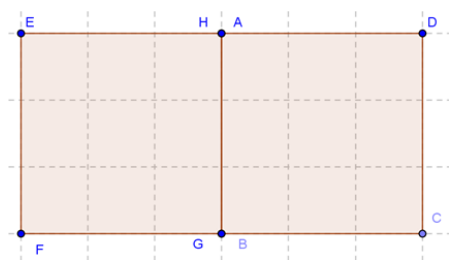
また、あるものを決めるには、何を定めればよいかを見出そうとする。

- 4) 対応のきまりや変化の特徴を見つける。
- 5) 対応のきまりや変化の特徴を利用する。



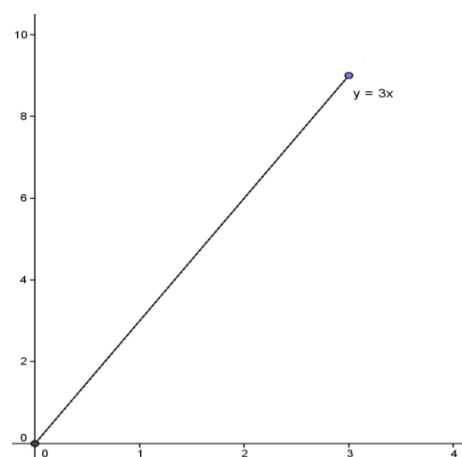
3.3 問題場面

< 中学 1 年生 >

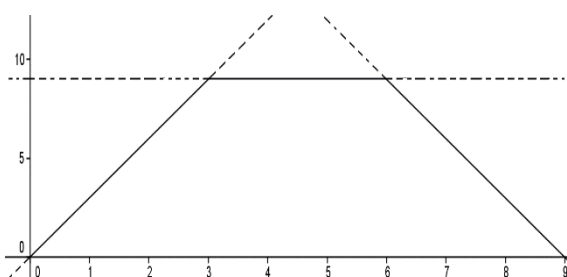
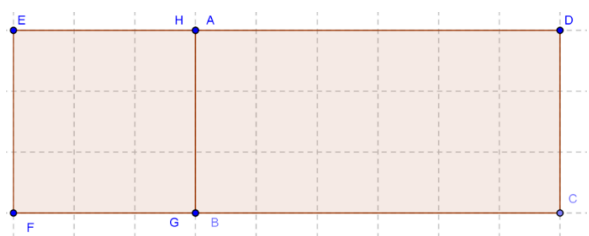


(方眼 1 メモリ = 1cm)

- ・ 正方形 EFGH が正方形 ABCD の方向に向かって、G が C と重なるまで辺 BC 上を移動する。



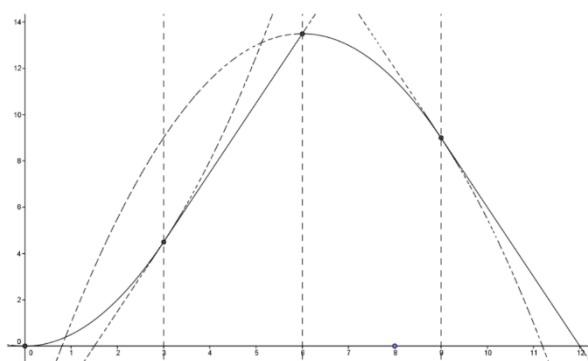
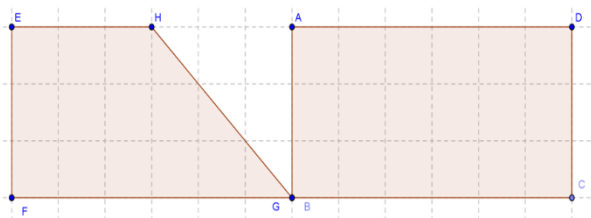
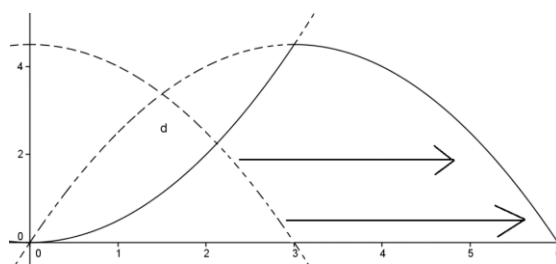
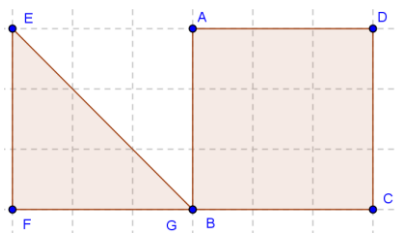
< 中学 2 年生 >



- ・ 正方形 EFGH が長方形 ABCD の方向に向かって直線 BC 上を毎秒 1cm の速さで平行移動する。

< 中学 3 年生 >

- ・ 直角二等辺三角形 EFG が正方形 ABCD の方向に向かって、毎秒 1cm の速さで直線 BC 上を平行移動する。



<問題場面>

台形 EFGH が長方形 ABCD の方向に向かって G が B を出発し、C と重なるまで辺 BC 上を毎秒 1cm の速さで平行移動する。

x 秒後の重なった部分の図形の面積を $y\text{cm}^2$ とする。

このときの面積の変化の様子をグラフに表してみよう。

4 指導案

4.1 指導案作成の過程

4.1.1 第1回

[問題設定]

台形 EFGH が長方形 ABCD の方向に向かって G が B を出発し、辺 BC 上を毎秒 1cm の速さで平行移動する。

x 秒後の重なった部分の図形の面積を $y\text{cm}^2$ とする。

このときの面積の変化の様子をグラフに表してみよう。

活動 A : $0 \leq x \leq 6$ の範囲の点が打てる。

活動 B : $0 \leq x \leq 6$ の範囲のグラフが描ける。

活動 C : $6 \leq x \leq 12$ の範囲のグラフが描ける。

活動 N : $0 \leq x \leq 12$ の範囲のグラフが描ける。

[活動 A]

A1 : 表を書いた後、点をとる。

x	1	2	3	...
y	$\frac{1}{2}$	2	$9\frac{1}{2}$	...

A2 : 表を書かずに点をとる。

[活動 B]

B1 : 式で表した後、グラフを描く。

三角形と長方形の式をそれぞれ求めてから、台形の式を考える。

$$\text{三角形} : y = x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

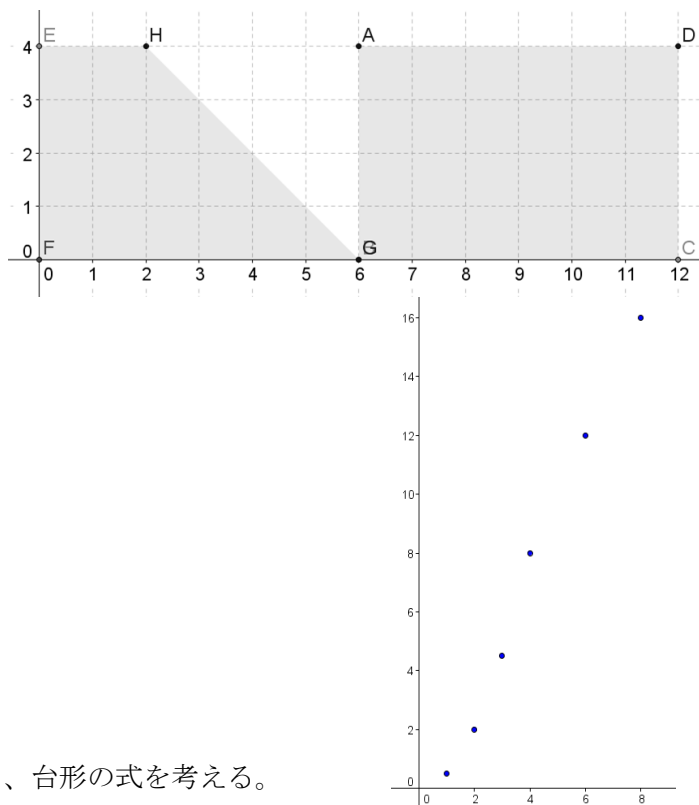
$$\text{長方形} : y = (x-4) \times 4 = 4x-16$$

$$\text{台形} : y = 4x-16+8 = 4x-8 \quad (4 \leq x \leq 6)$$

B2 : 式で表した後、グラフを描く。

三角形をまず考えた後、台形の式を求める。

$$\text{三角形} : y = x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2 \quad (0 \leq x \leq 4)$$



台形： $y=8+4(x-4)=4x-8$ ($4 \leq x \leq 6$)

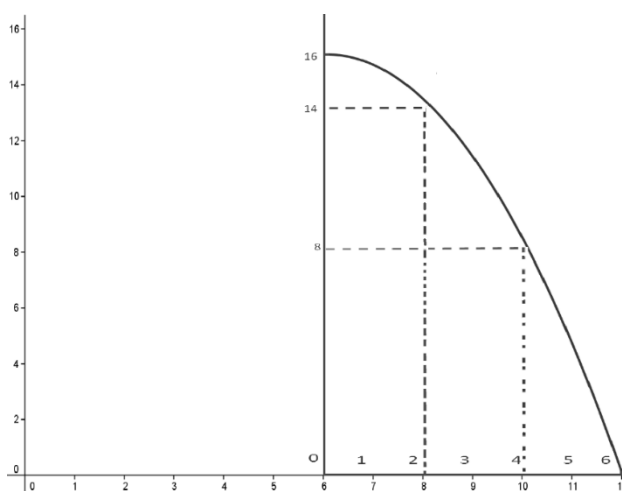
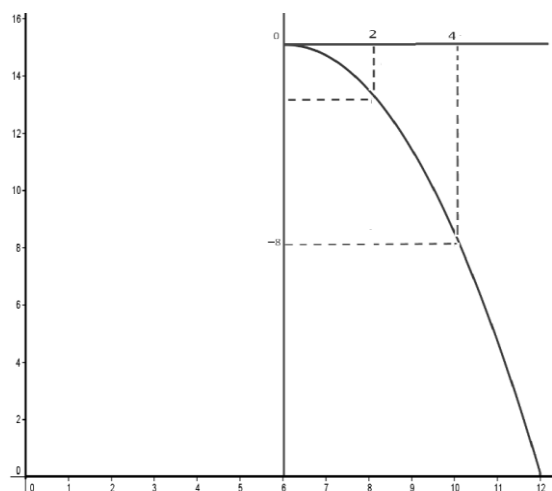
B3： $4 \leq x \leq 6$ のグラフを描く際、 $(x,y) = (4,8)$ を原点とする小さい座標系を用いてグラフを描く。

[活動 C]

C1： $6 \leq x \leq 10$ ($0 \leq x_2 \leq 4$) のときのグラフを、 $(6,16)$ を原点とする小さい座標系を用いて考える。

$6 \leq x \leq 10$ ($0 \leq x_2 \leq 4$) のとき減っていく面積を考えると、 $\frac{1}{2}x^2$ ずつ減っていくので、 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを描く。

$10 \leq x \leq 12$ ($4 \leq x_2 \leq 6$) のときのグラフは、1秒経つごとに 1×4 の長方形 1 つ分の面積が減ると考え、 $y=8-4 \times (x-4)=-4x+24$ のグラフを描く。(左下図)



C2： $6 \leq x \leq 10$ ($0 \leq x_2 \leq 4$) のときのグラフを、 $(6,0)$ を原点とする小さい座標系を用いて考える。

$6 \leq x \leq 10$ ($0 \leq x_2 \leq 4$) のとき面積は $y=16$ から $y=\frac{1}{2}x^2$ ずつ減っていくと考えると、 $y=16-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを描く。

$10 \leq x \leq 12$ ($4 \leq x_2 \leq 6$) のときのグラフは、 $(x_2,y_2) = (4,8)$ $(6,0)$ を通ることから、 $y=-4x+24$ を描く。(右上図)

4.1.2 第2回

$0 \leq x \leq 6$ のときの立式とグラフをかくことを活動 B、 $6 \leq x \leq 12$ のときの立式とグラフをかくことを活動 C としていたが、定義域により関数が異なることに気付くことは困難であると考え、点を打つことを活動 A、式を立てることを活動 B、グラフを活動 C とすることにした。

最初の問題提示では、「G が C と重なるまで」という条件を加え、 $0 \leq x \leq 6$ のときのみを考える問題に変更し、グラフをかく際座標変換が必要となる $6 \leq x \leq 12$ のときを考えることを活動 N とした。そのため、活動 C と活動 N の間に活用問題を提示することにした。

また、各活動に対して次のような支援を加えた。

[活動 A への支援] 特殊な支援：具体的な数値で考えてみよう。

[活動 B への支援] 一般的な支援： x と y の関係式を立ててみよう。

特殊な支援：4秒後までは三角形の面積公式を使って式を立ててみよう。

4 秒後から 6 秒後までは長方形の面積公式を使って式を立ててみよう。

[活動 C への支援] 一般的な支援：式をもとにして、グラフを描いてみよう。

特殊な支援：何秒後まで放物線になるか。

4 秒後から 6 秒後までのグラフはどうか。

4.1.3 第3回

支援をセリフに書き換えた。

また、活動 C への特殊な支援を次のように変更した。

「0 秒後から 4 秒後までは三角形の面積を求める式をグラフに表してみよう。」

「4 秒後から 6 秒後までは台形の面積を求める式をグラフに表してみよう。」

4.1.4 第4回

練り上げの部分を、シナリオに書き換えた。

$6 \leq x \leq 12$ のときのグラフを $0 \leq x \leq 6$ のときのグラフの続きにかく活動は、教師がすることにした。

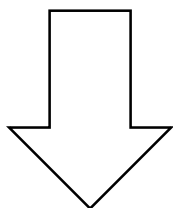
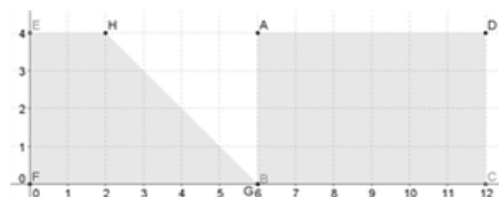
4.2 指導案

問題

台形 EFGH が長方形 ABCD の方向に向かって G が B を出発し、G が C と重なるまで辺 BC 上を毎秒 1cm の速さで平行移動する。

x 秒後の重なった部分の図形の面積を $y\text{cm}^2$ とする。

このときの面積の変化の様子をグラフに表してみよう。



活動 A への支援

▶より特殊な支援

・具体的な数値で考えてみよう。

期待する活動 A

・表を書く。

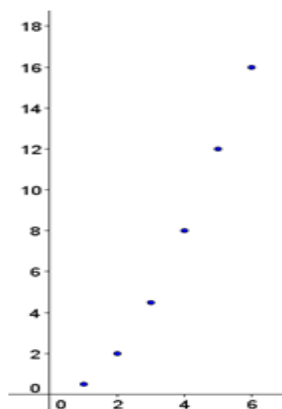


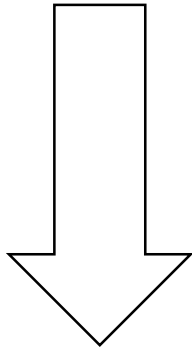
点を打つ。



表や点の動きの違いに気づく。

x	1	2	3	4	5	6
y	$\frac{1}{2}$	2	$9\frac{1}{2}$	8	12	16





活動 B への支援

▶より一般的な支援

x と y の関係式を立てよう。

▶より特殊な支援

- ・ 4 秒後までは三角形の面積公式を使って式を立ててみよう。
- ・ 4 秒後から 6 秒後までは長方形の面積公式を使って式を立ててみよう。

期待する活動 B

B1：三角形と長方形の式をそれぞれ求めてから、台形の式を求める。

三角形： $y = x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2$ ($0 \leq x \leq 4$)

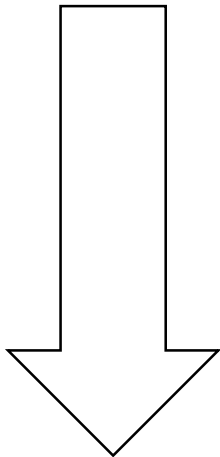
長方形： $y = (x-4) \times 4 = 4x-16$

台形： $y = 4x-16+8 = 4x-8$ ($4 \leq x \leq 6$)

B2：三角形をまず考えた後、台形の式を求める。

三角形： $y = x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2$ ($0 \leq x \leq 4$)

台形： $y = \{(x-4)+x\} \times 4 \times \frac{1}{2} = 4x-8$ ($4 \leq x \leq 6$)



活動 C への支援

▶より一般的な支援

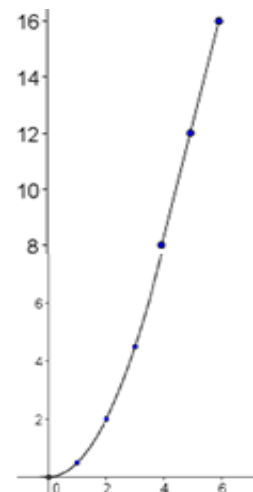
式をもとにして、グラフをかいてみよう。

▶より特殊な支援

- ・ 0 秒後から 4 秒後までは、三角形の面積を求める式をグラフに表してみよう。
- ・ 4 秒後から 6 秒後までは、台形の面積を求める式をグラフに表してみよう。

期待する活動 C

式をもとにグラフをかく。



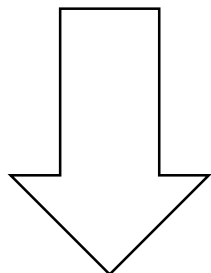
<活用問題>

台形 EFGH が F が B を出発し、C と重なるまで辺 BC 上を毎秒 1cm の速さで平行移動する。

F と B が重なった状態を 0 秒とし、x 秒後の重なった部分の図形の面積を $y\text{cm}^2$ とする。

このときの面積の変化の様子をグラフに表してみよう。

ただし、グラフは初めの問題の 6 秒後の続きにかくこと。



活動 N への支援

▶より一般的な支援

- ・式とグラフの x の値が合いませんね。

そろえるために、 $x=6$ を新しく y 軸としたら、式をもとにグラフがかけられるかな。

期待する活動 N

N1 : $0 \leq x \leq 4$ のときのグラフを、(6,16) を原点とする小さい座標系を用いて考える。

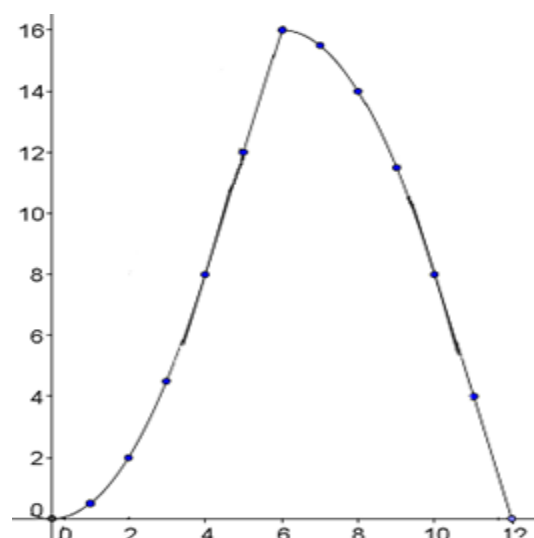
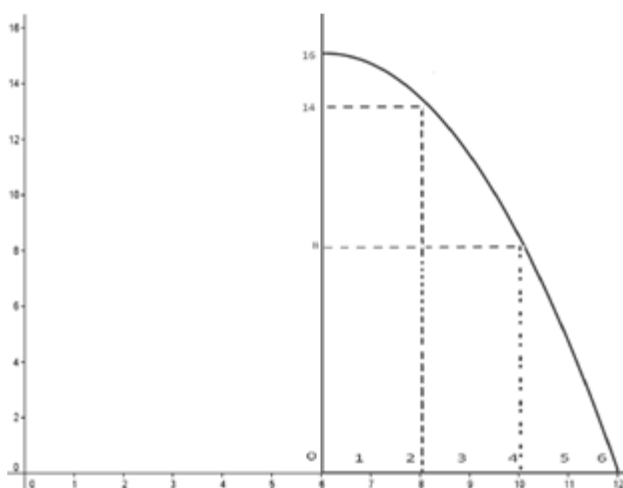
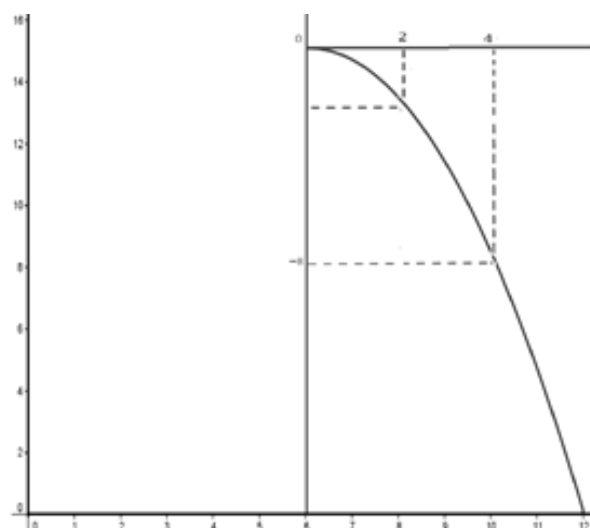
$0 \leq x \leq 4$ のとき減っていく面積を考えると、 $\frac{1}{2}x^2$ ずつ減っていくので、 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかく。

$4 \leq x \leq 6$ のときのグラフは、1 秒経つごとに 1×4 の長方形 1 つ分の面積が減ると考え、 $y = 8 - 4 \times (x - 4) = -4x + 24$ のグラフをかく。

N2 : $0 \leq x \leq 4$ のときのグラフを、(6,0) を原点とする小さい座標系を用いて考える。

$0 \leq x_2 \leq 4$ のとき面積は $y=16$ から $y = \frac{1}{2}x^2$ ずつ減っていくと考えて、 $y = 16 - \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかく。

$4 \leq x_2 \leq 6$ のときのグラフは、 $(x_2, y_2) = (4, 8)$ (6,0) を通ることから、 $y = -4x + 24$ をかく。



4.3 期待する授業の展開

<練り上げ>

時間配分	シナリオ
～20 分	(S1、S2、S3 が黒板に式を書く。) T:「どんな式になりましたか?説明をしてください。」 S1:「0 秒から 4 秒後までは、底辺が $x\text{cm}$、高さも $x\text{cm}$ の二等辺三角形の面積なので、$y=\frac{1}{2}x^2$ になりました。」 S2:「4 秒後から 6 秒後までは、二等辺三角形と長方形の面積を足したものになります。 長方形の面積は、$4x-16$ で 4 秒後の三角形の面積 8 を足して、$4x-8$ になりました。」 S3:「4 秒後から 6 秒後までは、台形の面積になるので、$\{(x-4)+x\} \times 4 \times \frac{1}{2} = 4x-8$ になりました。」
～25 分	T:「では、それをグラフで表したら、どんなグラフになりますか?」 S4: 黒板にグラフをかく。 S5:「0 秒から 4 秒までは放物線になりました。」 S6:「4 秒後から 6 秒後までは直線になりました。」
～30 分	T:「そうだね。うまくかけました。では、このときのグラフはどうなるかな。」
～33 分	(活用問題提示)
～45 分	(S7 黒板にグラフをかく。) T:「どんなグラフになりましたか?S さん説明してください。」 S7:「(6,0) を原点として、$0 \leq x_2 \leq 4$ のときの面積は $y=16$ から $y=\frac{1}{2}x^2$ ずつ減っていくと考えて、$y=16-\frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきました。 $4 \leq x_2 \leq 6$ のときのグラフは、$(x_2, y_2) = (4, 8) (6, 0)$ を通ることから、$y=-4x+24$ のグラフをかきました。」 T:「そうですね。では最後に最初の問題でかいたグラフとつなげるとこんなグラフになりますね。」
～50 分	(教師が描く)。

<板書計画>

問題		活用問題	
活動 B1	活動 B2		

方眼の入った小黒板 3 枚

<年間指導計画>

○関数 $y=ax^2$

- 1 時間目：表をもとにして、 $y=ax^2$ に気づく
- 2 時間目：グラフを実線でつなぐ、 $y=ax^2$ のグラフとその特徴
- 3 時間目： $y=ax^2$ ($a>0$) のグラフの特徴
- 4 時間目： $y=ax^2$ ($a<0$) のグラフの特徴
- 5 時間目：変域
- 6 時間目：変化の割合 (y の増加量/ x の増加量)
- 7 時間目：変化の割合 (平均の速さ)
- 8 時間目： $y=ax^2$ の利用 (曲線と直線の交点)
- 9 時間目： $y=ax^2$ の利用 (平行移動)
- 10 時間目： $y=ax^2$ の利用 (展望台から物体を落とす、 $\triangle \rightarrow \triangle$)
- 11 時間目： $y=ax^2$ の利用 ($\triangle \rightarrow \square$ 、 $\triangle \rightarrow \square$)
- 12 時間目：いろいろな関数
- 13 時間目：演習
- 14 時間目：章末問題

参考文献

- ・ 数学教育学研究会 「算数教育の理論と実際」(1980) 聖文社
- ・ 小倉金之助 「小倉金之助著集第四巻 数学教育の根本問題」(1973) 勁草書房
- ・ <http://www.juen.ac.jp/math/journal/files/vol15/hayashi.pdf>
- 『「関数の考え」が生きる事象についての考察』 上越教育大学大学院修士課程 1 年 林弘
- ・ 教育科学研究会 「現代教育のキーワード」 (2006) 大月書店

感想

半年間の授業を通して、様々なことを学ぶことができた。 $y=ax^2$ をテーマにして、学習指導要領の変遷や、小倉金之助の関数観念についてなど、今まで学習してきた内容では得られなかったことを、新たに知ることができた。特に指導案作りでは、問題場面や生徒の理解を深めるような問題設定の重要性を感じたと同時に、期待する活動とそれに応じた支援をあらかじめ考えることの必要性も実感した。

この講義を通して、大変なことも多々あったが、これからの教育実習や将来に活かしていきたい。

大西 和紀

今回の授業を通して様々なことを学び、考えることで、多くのことを得ることができた。

中でも大きな収穫であると感じているのは、学習指導要領や文献を読むことによって、教育の歴史や変化に関してじっくりと調べ、知識を深めることができたことである。自分がいかに無知であるかを知ったと同時に、歴史や概念を学ぶことで、より教育とりわけ数学に関して理解を深めることができるとわかったので、今後も自ら様々なことを調べ、知識を深めていきたいと考える。

また、半期かけて 1 つの指導案を作成していく中で、問題提示や発問の仕方 1 つ 1 つの重要性を痛感

したとともに、1つの授業を作り上げる大変さも感じる事ができた。

この授業を通して学んだことを将来教員になった際に活かしていきたいと考える。

玉田 琴子

今回、この設計の授業が2度目であったため前回に比べて先を見通しながら半年間を過ごすことができた。また、前回と異なり教育実習を行った後の授業であったため、授業には何を準備しておかなければならないかということやどんな様子の授業展開が作れそうかということをも具体的に考えながら行えた。それにより、支援などを考えることが以前に比べ楽に行えたことは今後にもつながるように感じられた。

しかしながら、前回の授業単元が幾何だったこともあり、前回とは異なる授業設計の難しさを感じた。幾何の単元では図形を構成するものをどう考えればよいかということや、より一般にして考えるとどのように考えられるかという教材研究を考えるのに苦労したが、今回は関数の単元であり、カリキュラム上の制約や、中学生に求める能力をどこに設定するかという問題設計に苦労したように感じた。

半期をかけたことで出来上がった指導案が、実践の場においてどのような困難、よさを生むのかは私にはまだ分からないが、今後少しずつ改善点を見つけ、私なりに修正していきたい。

荻原 友裕