

2013 年度

数学学習指導設計Ⅱ

『数と式』

「数直線と減法」

著者名

大谷稔紀

黒田健人

小林毅司

福本和久

前田誠和

目次

1 単元設定と設定理由	
1.1 単元設定	・・・1
1.2 設定理由	・・・1
2 教材研究	
2.1 中学校学習指導要領	・・・2
2.2 教科書比較	・・・4
3 問題設定と指導案	
3.1 問題設定	・・・11
3.2 指導案作成の過程	
3.2.1 第1回	・・・11
3.2.2 第2回	・・・12
3.2.3 第3回	・・・14
3.2.4 第4回	・・・15
3.2.5 第5回	・・・17
3.3 指導案の完成	・・・19
4 参考文献	・・・23
5 感想	・・・24

1 単元設定と設定理由

1.1 単元設定

正の数と負の数の四則計算

1.2 設定理由

私たちの班は「正の数と負の数の四則計算」についての指導案を作成していきたい。この分野は数学を学んでいくうえでの基礎となってくるだけでなく、日常生活でもいろいろな場面で必要とされる。また、小学校までにはなかった「負の数」という概念が加わることで多くの疑問が生じたり、理解するのに時間がかかったりする。当時の私たちもこのようなことを経験した。この分野に対しての理解を深めることがその後の数学科への理解にも繋がると考えている。

例

- (負の数)+(負の数)の計算
- (負の数)-(負の数)の計算
- (負の数) \times (負の数)の計算
- (負の数) \div (負の数)の計算

2 教材研究

2.1 指導要領

昭和 22 年

改訂の背景

- ① 連合軍総司令部(GHQ)の指導、監督と教育刷新委員会の建議により、軍国主義や極端な国家主義を排除し、戦後教育改革の枠組みを形成。
- ② 学校教育法の制定により義務教育の期間が9年間に延長された。

改訂の考察

この背景によって指導要領が刷新されたため昭和 22 年に発行された指導要領は内容が長くなっていると考えられる。

昭和 26 年

改訂の背景

昭和 22 年の指導要領は戦後の教育改革の急に迫られて極めて短時日の間に作成されたもので様々な問題があった。

改訂の考察

この改訂によって指導の例などを挙げるなど指導方法が詳しく記載された。

昭和 33 年

改訂の背景

昭和 27 年のサンフランシスコ講和条約締結によって独立国家の地位を回復したことを受け、教育政策を見直した。

改訂の考察

この改訂によって正と負の数が第一学年だけでなく第二学年でも扱われるようになっていく。この理由として第一学年では数の概念、計算方法を中心に指導し、第二学年で方程式や式の操作をするための正と負の数の計算が指導されるためではないかと考えられる。

昭和 44 年

改訂の背景

高度経済成長後の経済・社会活動の複雑・高度化に伴い必要とされた知識量の増大を学校教育の質を上げることで対応

改訂の考察

知識量の増大によって文字の操作、方程式が第一学年で扱うようになり、それに伴い昭和 33 年の改訂によって第二学年でも行われていた正と負の扱いが第一学年のみになったと考えられる。

昭和 52 年

改訂の背景

昭和 44 年の改訂の背景にあった知識量の増大によって学校教育が知識の伝達に偏る傾向があるとの指摘があり、真の意味における知育の充実を図った。

改訂の考察

改訂の背景に目標が真の意味の理解であることから指導要領に正と負の概念について理解を深めるといった記載が追加されたと考えられる。

平成元年～平成 20 年

改訂の背景

国の教育に関わる権限が縮小され各学校が「ゆとり」の中で「特色のある教育」を展開し基礎的・基本的な内容を確実に身に付けさせ、自ら学び自ら考える力などの「生きる力」を育むという観点から改善

改訂の考察

正と負の数を理解すると同時に文字の用いることの意義、方程式の意味を理解することが新たに目標に加えられた。これは数の範囲が正から負に拡大したことによって生徒が自ら新たな単元である文字の計算、方程式へと学んでいきやすいようにするためではないかと考えられる。

また、平成元年～平成 20 年の期間で正と負の数についての記載に変化は見られなかったもので一つにまとめた。

まとめ

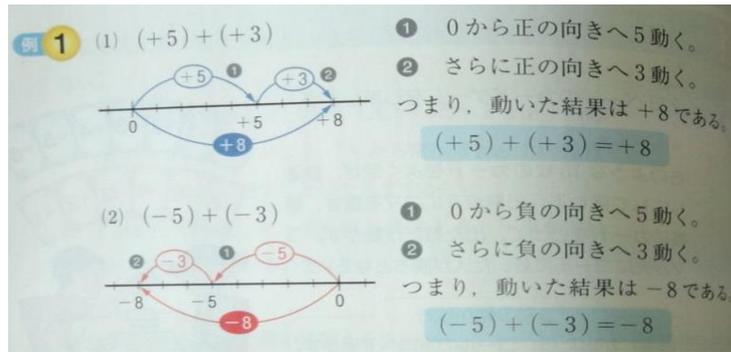
指導要領は何度も改訂されてきたが、正と負の数の目標が「簡潔」、「統一的」「一般的」と表現は様々だが共通して数量を一般化することを目標としている。つまりただ単に数と数の計算ができるようになることがゴールではないと考えられる。そのため、私たちが指導案を制作するにあたって数と数の計算だけでなく文字の計算に応用できるようにしたり、一般化の具体的な方法が分かるように指導案を制作する必要があると感じた。

2.2 教科書比較

学校図書

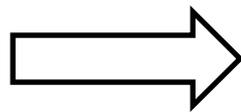
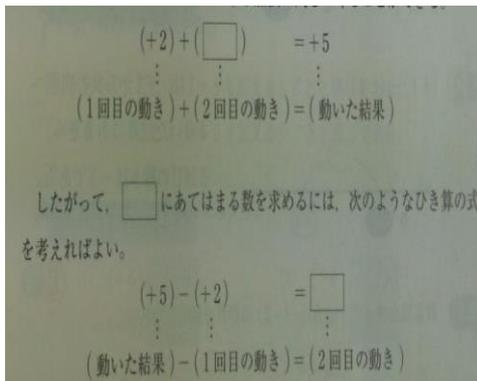
考え方：数直線上の動き

① 加法

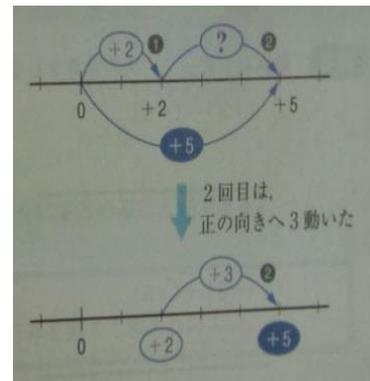


0を始点として、 $(+5) + (+3)$ は一回目の動きは0から+5(正の方向に5)動き、さらに二回目の動きとして+5から+3(正の方向に3)動いた結果から答えを求めている。また、 $(-5) + (-3)$ は一回目の動きは0から-5(負の方向に5)動き、さらに二回目の動きとして-5から-3(負の方向に3)動いた結果から答えを求めている。

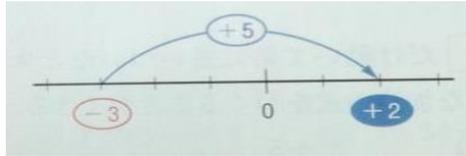
② 減法



数直線を用いると



一回目の動きと動いた結果から二回目の動きを求めることで減法を考えている。数直線で表すと $(+5) - (+2)$ は+2から+5に動くにはどれだけ動いたかで減法を考えている。また、 $(+2) - (-3)$ は-3から+2に動くには+5だけ動く。つまり $(+2) - (-3) = 5$ となる。



啓林館

考え方：数量の増減

① 加法

正の数に正の数をたす計算，例えば，
 $3+6$ は，3より6大きい数を求める計算を表しています。同じように考えると，例えば，
 $(-4)+6$ は，-4より6大きい数を求める計算になります。このことは，数直線上では，次のようになります。

② 減法

次の□にあてはまる数を答えましょう。

(1) $(+9)-(+3)$ は，+9より□小さい数を求める計算で，これは，+9より□大きい数を求める計算と同じです。

(2) $(-5)-(+7)$ は，-5より□小さい数を求める計算で，これは，-5より□大きい数を求める計算と同じです。

このことから，(1)，(2)の式を，たし算で表してみましょう。

$$(+9)-(+3) = (+9) + \square$$

$$(-5)-(+7) = (-5) + \square$$

負の数をひく計算 $(-5)-(-7)$ が，正の数をたす計算 $(-5)+(+7)$ と等しいことを説明しましょう。

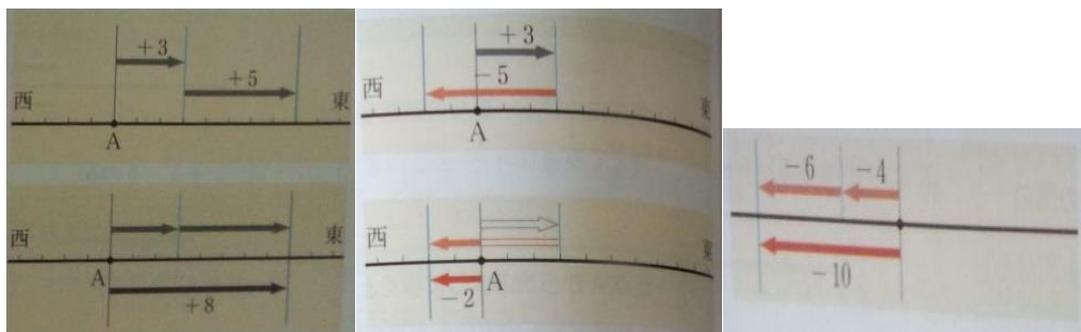
減法を加法に変えて考えている。

東京書籍

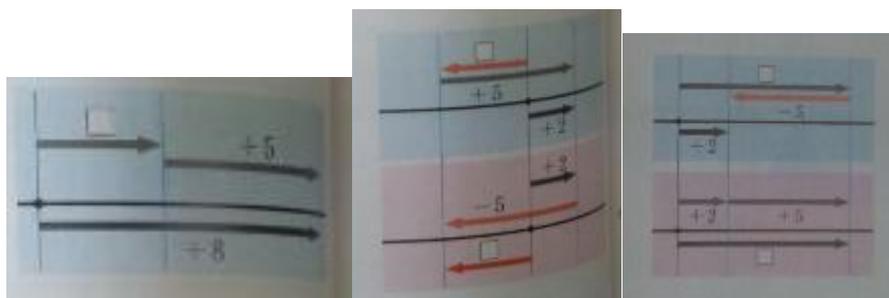
考え方：数直線上の動き

① 加法

(一回目の移動)+(二回目の移動)と数直線上に表すことで答えを求めている。



② 減法



数直線を使って、引き算を足し算の考え方に置き換えることを示し、それを利用することによって答えを求めている。

考察

学校図書と東京書籍は、数直線を使って目で見てわかりやすくなっていた。それに対して、啓林館はあまり数直線を使っておらず、数量の変化で説明してあった。正・負の加法、減法を学習し始めたばかりの時期では、啓林館の記述の仕方は理解するのが難しいと感じた。

比較

日本文教出版、数研出版、大日本図書、教育出版の4社の教科書比較を行った。

4社同じような流れで加法、減法を説明していたが、加法、減法の法則に関して大きく2つに分かれた。

日本文教出版と数研出版では、正同士の計算「最初の例題 $(+2) + (+3)$ 」、負同士「例題 $(-2) + (-3)$ 」や数直線で計算させた後、(符号は絶対値が大きい方の数の符号、絶対値は2数の絶対値の差)という法則をいきなり登場させている。減法の法則についても同様であった。

大日本図書と教育出版では、同じように例題、数直線で考えさせた後、そこに法則性があるかどうかを、問題等を使って生徒側に気付かせるようなワンクッションが置かれている。

考察

考察として、前者と後者で一見大きな違いではないように思えるが、前者では、先生によってはこの法則を軽視し、このような法則があります、というような紹介だけにとどまってしまう恐れがあると感じた。

正負の数の加法減法を、単なる小学校の数の計算の延長ではなく数学的に解かせるのであれば、後者のように法則性を熟考させることは大切なのではないかと感じた。

2 加法と減法

1 同じ符号の数の加法

正の数どうしのたし算について考えましょう。

トライ1 0地点から東へ3m進み、さらに東へ2m進むと、どこにいるか求めましょう。

たし算のことを**加法**といい、その計算の結果が**和**です。

例1 加法 $(+3)+(+2)$ を、数直線で考えましょう。

- 0から正の方向へ3進む。
- さらに、正の方向へ2進む。
- 結果は、0から正の方向へ5進んだことになる。
 $(+3)+(+2)=+5$

$(+3)+(+2)$ は、小学校で学んだ $3+2$ のことだね。

例2 加法 $(-3)+(-2)$ を、数直線で考えましょう。

- 0から負の方向へ3進む。
- さらに、負の方向へ2進む。
- 結果は、0から負の方向へ5進んだことになる。
 $(-3)+(-2)=-5$

例3 下の数直線を使って、次の計算をしなさい。

① $(-4)+(-5)$	② $(-7)+(-1)$
③ $(-9)+(-3)$	④ $(-6)+(-5)$

正の数、負の数の加法(1)

同じ符号の2数の和	符号……2数と同じ符号
	絶対値……2数の絶対値の和

例3 次の計算をしなさい。

① $(+3)+(+6)$	② $(+14)+(+9)$
③ $(-2)+(-9)$	④ $(-7)+(-7)$
⑤ $(+11)+(+6)$	⑥ $(+20)+(+30)$
⑦ $(-18)+(-3)$	⑧ $(-9)+(-21)$

2 異なる符号の数の加法

異なる符号の2数の加法について考えましょう。

トライ1 0地点から西へ3m進み、次に、東へ5m進むと、どこにいるか求めましょう。

例1 加法 $(-3)+(+5)$ を、数直線で考えましょう。

- 0から負の方向へ3進む。
- 次に、正の方向へ5進む。
- 結果は、0から正の方向へ2進んだことになる。
 $(-3)+(+5)=+2$

例2 加法 $(+3)+(-5)$ を、数直線で考えましょう。

- 0から正の方向へ3進む。
- 次に、負の方向へ5進む。
- 結果は、0から負の方向へ2進んだことになる。
 $(+3)+(-5)=-2$

例3 下の数直線を使って、次の計算をしなさい。

① $(-2)+(+4)$	② $(-5)+(+6)$
③ $(-9)+(+12)$	④ $(-7)+(+3)$
⑤ $(-8)+(+5)$	⑥ $(-13)+(+7)$

正の数、負の数の加法(2)

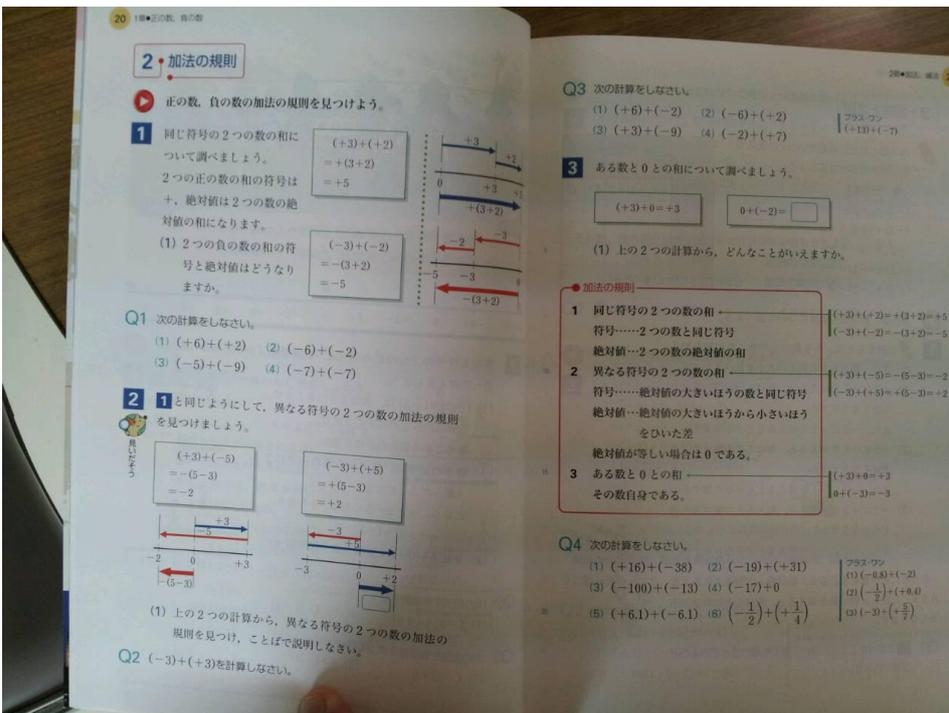
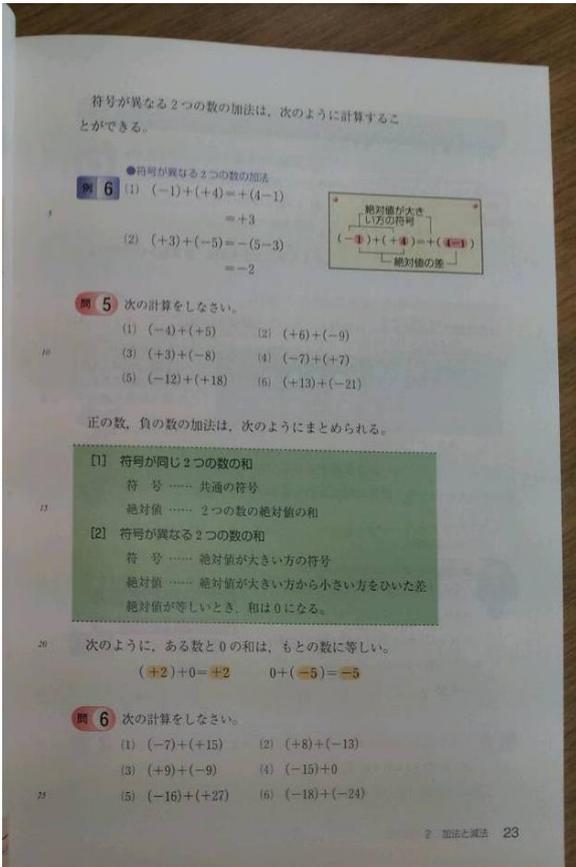
異なる符号の2数の和	符号……絶対値の大きい方の符号
	絶対値……絶対値の大きい方から小さい方をひいた差

例3 次の計算をしなさい。

① $(+9)+(-2)$	② $(-12)+(+11)$
③ $(-15)+(+5)$	④ $(+4)+(-10)$
⑤ $(+13)+(-5)$	⑥ $(-6)+(+6)$

絶対値が等しく、符号の異なる2数の和は、0です。

くり返し練習の1をしなさい。



2回続けて移動することをたし算で表すと、あやさんの2回の移動とその結果は、次のように表すことができる。

$$\overset{\text{プラス}}{(+3)} + \overset{\text{プラス}}{(+2)} = \overset{\text{プラス}}{+5}$$

(1回目の移動) + (2回目の移動)

+3 km +2 km

5 たし算のことを **加法** という。加法の結果が和である。

(+3)+(+2) は小学校で学習した3+2と同じだね。



たがめ1 数直線を使って、次の和を求めなさい。

(1) (+5) + (+4) (2) (+2) + (+6)

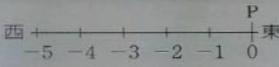
▶▶▶ 補充問題 261 ページ 13

10 次に、けんさんの班の移動について考えてみよう。

けんさんの班の2回の移動とその結果は、次のように表すことができる。

(1回目の移動)…… -3 km
 (2回目の移動)…… -2 km
 (移動した結果)…… km

15 **問1** あやさんの班の例にならって、けんさんの班の2回の移動とその結果を右の数直線上に表し、上の をうめなさい。また、そのことを式で表しなさい。



たがめ2 数直線を使って、次の和を求めなさい。

20 (1) (-4) + (-1) (2) (-2) + (-7)

▶▶▶ 補充問題 261 ページ 14

問2 同符号の2数の和について、次の問いに答えなさい。

(1) 符号について、どのようなことがいえますか。
 (2) 絶対値について、どのようなことがいえますか。

(+3)+(+6) → ?
 (-3)+(-6) → ?



どの教科書も計算を数直線で向きを使って表していないので、私たちの班は数直線と向きを用いて指導案を作成いきたい。

問題を作成する際に数値の設定を考える必要がある。

3 問題設定と指導案

3.1 問題設定

(+3) - (+5) を数直線で表す。

〈設定理由〉

計算結果が±1 になったり、引かれる数、引く数と同じ大きさの数値になると数直線で表したときに、それぞれの数値の意味が読み取りにくくなるので、その点を考慮して数値を決定した。

3.2 指導案作成の過程

3.2.1 第1回

(+3) + (-5) という計算を数直線で表す過程から、その方法が一般的に成り立つということを説明したい。

さまざまな表し方があるが、その中でも足される数の矢印を基準点(0)の点から伸ばし、足す数の矢印を足される数の矢印の先端から伸ばす表し方(図1)

を採用したい。矢印の向きは、その数の符号で決めるとする。

どちらの数も原点から伸ばす方法や、符号を一度無視して同じ方向に矢印を伸ばして長さの差をわかりやすくする方法等が考えられるが、せっかく視覚化したのだから、計算結果がすぐに読み取れる方法がよいと考えた。

この方法では、線が二重になっていない部分が計算結果として現れる。これを例題の(+3) + (-5) 以外の計算でも確かめさせることができれば、答えは‘矢印の2重になっていない部分’として一般化も可能である。

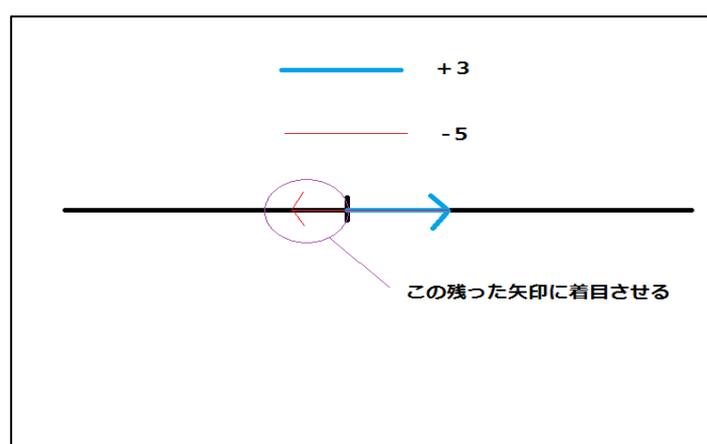


図 1

向きを用いて計算の可視化をしたい。その段階で問題は(+3)+(-5)であった。

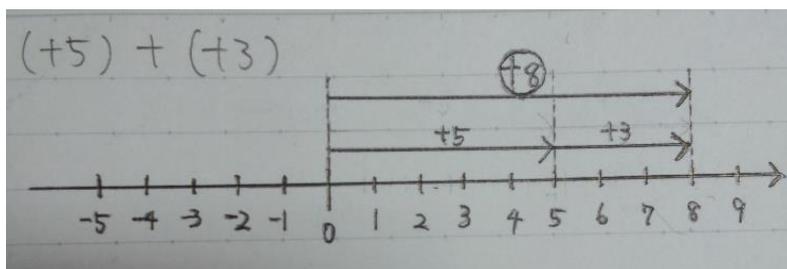
3.2.2 第2回

$(-5)+(-3)$ を数直線で表す。

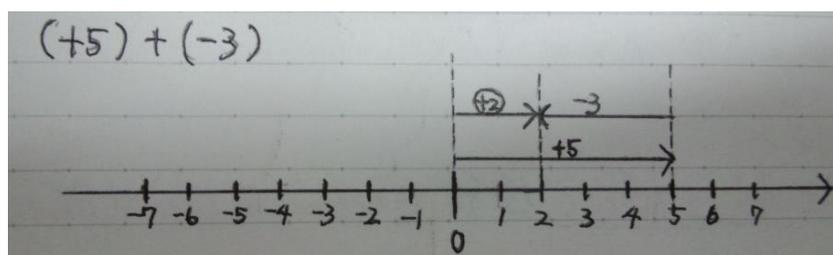
→数直線で表すと、加法にも向きがあることがわかる。

この結論を表すまでの過程

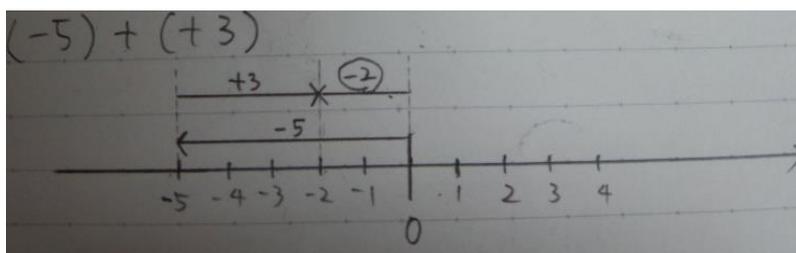
① 小学校までで学習した、 $(+5)+(+3)$ を数直線で表す。



② ①の考え方を利用して $(+5)+(-3)$ を数直線で表してみる。

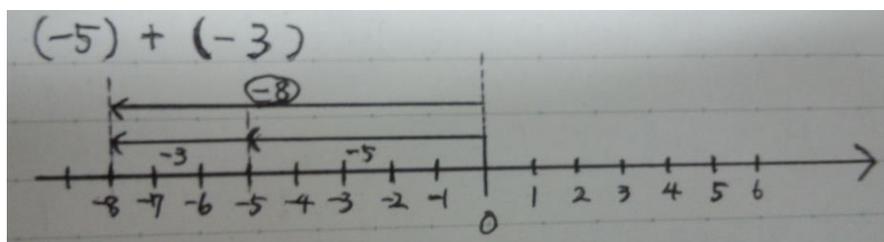


③ ①の考え方を利用して $(-5)+(+3)$ を数直線で表してみる。



④ ①で考え方を利用して $(-5)+(-3)$ を数直線で表してみる。

→①と④の数直線での違いは何か。



正・負の加法を考えるとき数直線で表すと答えにも向きがあることが視覚的にわかる。
よって、小学校までで学習してきた計算と比べて新たに、向きが加わったことがわかる。

ねらいとして、向きを用いた数直線を学ぶ。初め加法と減法をどちらも考える予定だったが、向きを分かってもらうためには減法を考える問題の方が問題としてふさわしかった。

3.2.3 第3回

問題

$(+3) - (+5)$ を計算せよ。

→この計算を数直線で向きを含めて説明することにより、計算にも向きがあることが分かるから。また、(正)−(負)の計算のような他の場合にもつながるから。

予想される活動

- (A) 数直線を使って差をとり、向きも考えることができる。
- (B) 数直線を使って差を考えることができるが、向きを考えていない。
- (C) 減法を考えると、差で考えず数直線の点の移動で考える。

この段階で問題を $(+3) - (+5)$ にした。

この問題では『計算せよ』と提示されているが生徒たちは既に大小関係を理解しているので簡単に答えが出てしまい問題提示としてふさわしくない。

3.2.4 第4回

本時のねらい

数直線（向き）を使って減法（差）を解く

（単元『数と式』の授業の3時間目。

1時間目：負の数の導入 ， 2時間目：正と負の数の加法）

問題

$$(+3) - (+5)$$

を数直線を使って表そう。

期待する活動

期待する活動 A

数直線上の移動

- ① 原点から正の方向に+3
- ② 正の方向に-5（つまり負の方向に+5）

支援：この考え方も間違いではない。しかし、これは加法の考え方であり、本時のねらいから外れてしまうので、今学びたい差が目に見えて分かるようにするのはどうすれば良いかを意識させる。

期待する活動 B

できる計算を考えると、 $7-5$ を考え、引かれる数の7を一つずつ小さくしていく。

支援：この考え方を数直線を使って表してみるように助言する。

期待する活動 C

数直線を使って差を取る。

引く数（今の問題では+5）から引かれる数（+3）へはいくつを加えればよいのかを考える。

この方法を授業のやり方では採用する。

このやり方だと正の数同士だけではなく正負の数、負の数同士の減法するときでも成り立ち汎用性がある。

また更なる活動への支援としては、この方法で自ら負の数同士の減法の問題を作らせ同様に数直線を使って考えさせてみる。

期待する活動 B を考える生徒は少ないが、活動 C につながる重要な考え方なのであらかじめ資料(カード)を作る。

3.2.5 第5回

本時のねらい

数直線（向き）を使って減法（差）を解く

（単元『数と式』の授業の3時間目。

1時間目：負の数の導入 ， 2時間目：正と負の数の加法）

問題

$$(+3) - (+5)$$

を数直線を使って表そう。

期待する活動

期待する活動 A

数直線上の移動

③ 原点から正の方向に+3

④ 正の方向に-5（つまり負の方向に+5）

支援：この考え方も間違いではない。しかし、これは加法の考え方であり、本時のねらいから外れてしまうので、今学びたい差が目に見えて分かるようにするのはどうすれば良いかを意識させる。

特殊な支援：カードを配る（資料1）

期待する活動 B

数直線を使って差を取る。

引く数（今の問題では+5）から引かれる数（+3）へはいくつを加えればよいのかを考える。

この方法を授業のやり方では採用する。

このやり方だと正の数同士だけではなく正負の数、負の数同士の減法するときでも成り立ち汎用性がある。

また更なる活動への支援としては、この方法で自ら負の数同士の減法の問題を作らせ同様に数直線を使って考えさせてみる。

練り上げ

活動 B で表した数直線を絶対値を使って表すと、どんな計算になっているかを考える。

引く数が引かれる数より大きいときは数直線上の矢印が負の方向を向くので、そのときの計算の答えは負の符号がつく。

試料 1

カード

$$(+7) - (+5)$$

$$(+6) - (+5)$$

$$(+5) - (+5)$$

$$(+4) - (+5)$$

$$(+3) - (+5)$$

第 1 回～第 5 回を踏まえて指導案を作成する。

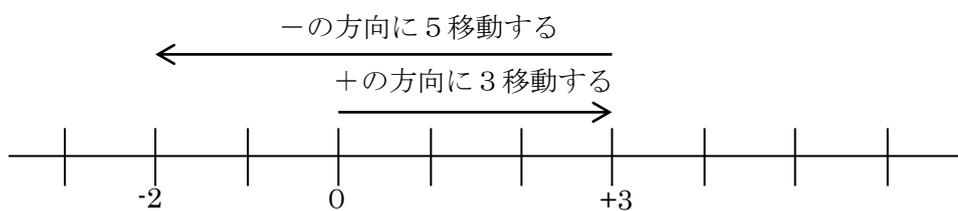
3.3 指導案の完成

<問題>

$(+3) - (+5)$ を数直線で表してみよう

<活動A>

数直線の移動で考える



<一般的な支援>

＋のときは右向きだったよね。＋5を右向きで表せないかな

<特殊な支援>

このカードに書いてある式を順番に数直線で表してみよう

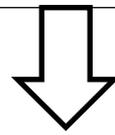
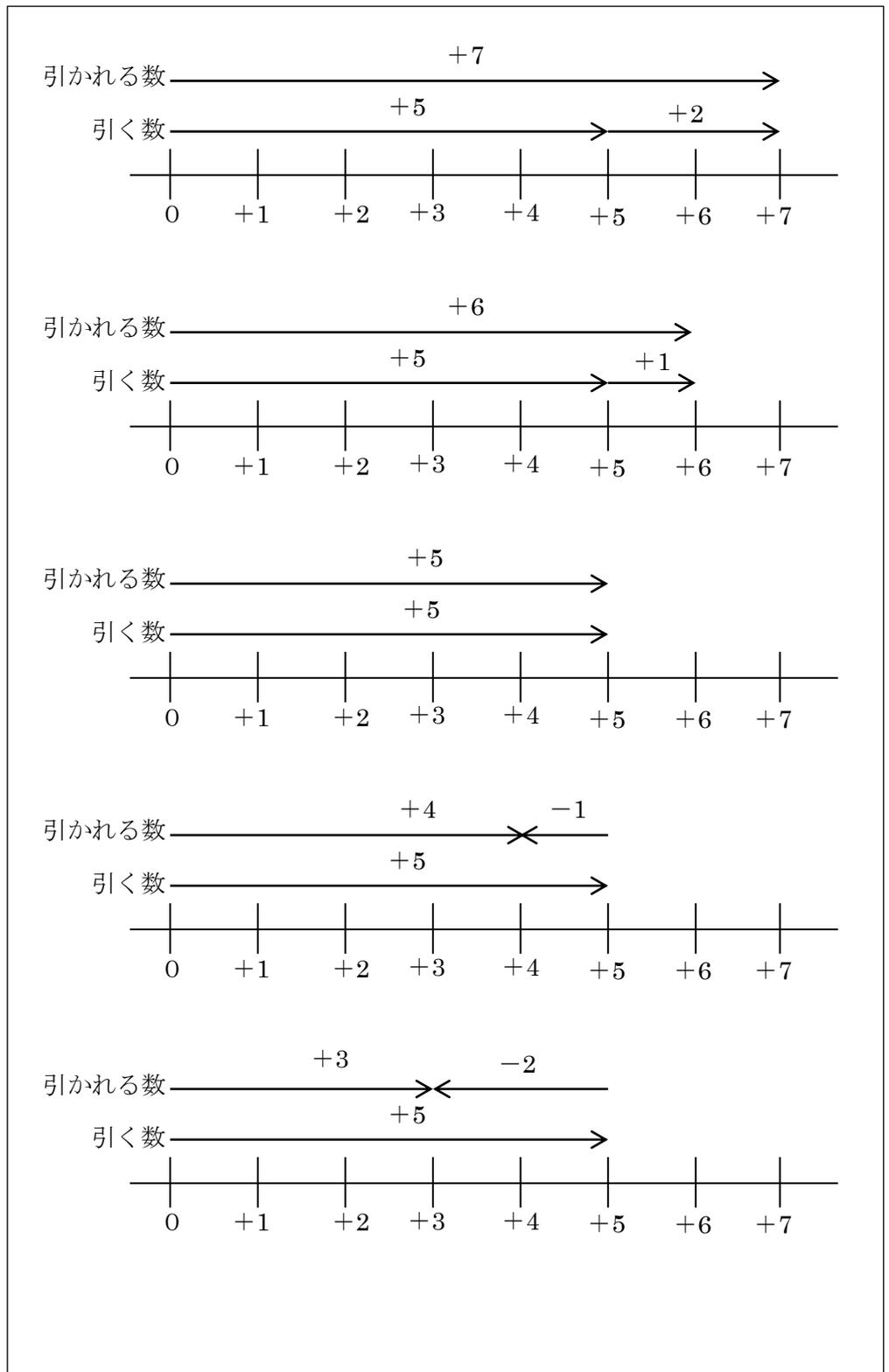
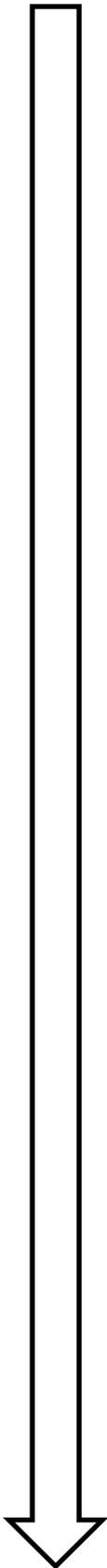
$$(+7) - (+5)$$

$$(+6) - (+5)$$

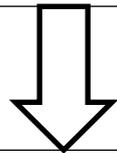
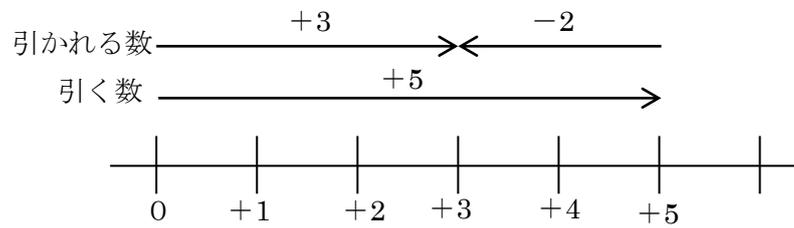
$$(+5) - (+5)$$

$$(+4) - (+5)$$

$$(+3) - (+5)$$

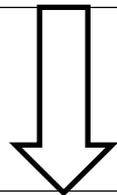


<活動B>

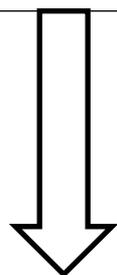
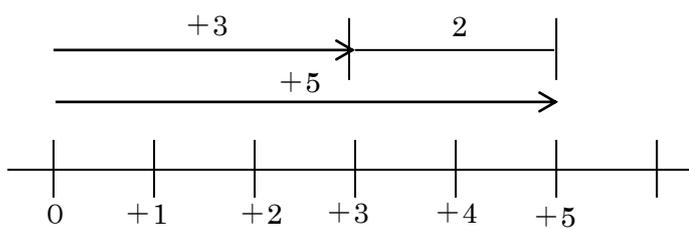


<支援>

- 一般的な支援
-2の向きを考えないときどうなるかな
- 特殊な支援
-2の絶対値をとってみよう



<活動C>



練り上げ

T : 絶対値を取ると、引き算の式はどんな式になるだろう

S : $5 - 3 = 2$

T : そうだね。この絶対値を外すと2に向きが出るよね。

2の矢印が右向きするとき符号はどうだったかな？

S : 正の向きです。

T : 2が左向きときはどうかな？

S : 負の向きになります。

T : そうだね。そしたら、2が右に向くときはどんなときかな？

S : 引く数が引かれる数よりも小さいときです。

T : 2が左に向くのはどんなときかな

S : 引く数が引かれる数よりも大きいときです。

T : そうだね。このように、 $(+3) - (+5)$ のように引かれる数よりも引く数が大きいときはまず $5 - 3$ の計算をしてから符号を考えてあげるといいね。

4 参考文献

参考文献：国立教育政策研究所「我が国の学校教育制度の歴史について」平成 24 年 1 月

〈http://www.nier.go.jp/04_kenkyu_annai/pdf/kenkyu_01.pdf〉

教科書(平成 24 年度版)

中学校数学 1(学校図書)、未来へ広がる 数学 1(啓林館)、新しい数学 1(東京書籍)

中学数学 1(日本文教出版)、中学校数学 1(数研出版)、数学の世界(大日本図書)

中学数学 1(教育出版)

5 感想

授業は教科書に沿って進めていけばいいと考えていたが、指導案を作成するには問題を開発し、生徒の活動を予想し、さらに支援を考えなければならなかった。特に問題開発、生徒の活動を考えるのには様々な知識が必要であることに気付かされ、自分の知識の足りなさを痛感した。その中で考え、悩み、毎回手探りの状態であったが、グループで話し合い、自分一人では思いつけない考えに気付くこともあった。

指導案の作成には生徒が数学的活動によって自己解決ができるような問題設定、支援を含んでいることが必要である。今回学んだ知識、経験を次の指導案の作成の機会に活かしていきたい。

大谷稔紀

ただ教科書の内容に沿って授業していただければ、指導者はだれでもいい。しかし、その分野において十分な知識をつけて、また十分な準備をして授業を行うのが、教師に必要とされる力であると感じた。指導案をつくる際、単元は簡単な内容だったが、実際に作成してみると問題点が浮き彫りになった。今回の授業で得たものは大きく、そのことを今後活かしていきたいと感じた。

黒田健人

私たちは半年間で、中学数学の中でも初歩的な計算の指導設計をしたが、簡単だからこそ、理解を深めさせることの難しさを感じた。指摘を受けても、答えることさえできないことも何度かあった。専門用語も多く、教科書分析では小さな違いから意図を読むことに苦労した。

最後に、数学学習指導設計の授業を通して、私は教師と言う仕事の大変さを見た。実際に授業を組み立ててみたが、それは一年間の指導のほんの一部であるわけだから、今まで教えて頂いた先生方に尊敬の念を抱くと共に、自分も頑張っていきたいと感じた。

小林毅司

今回の授業を通して、一つの授業を作ることの難しさが分かった。この授業を受けるまでは教科書を見てそれに沿って授業をすればいいと考えていた。でも、実際に授業を受けていると全く違うことが分かった。各単元の内容をしっかりと分析し、問題設定の仕方によりその授業の内容が大きく左右されると知り、いかに問題設定が大事かということが分かった。将来、教師になり指導案を書くときには今回学んだこと思い出していけばいいと感じた。

福本和久

この講義を履修するまでは指導案という言葉は知っていても実際にどのようなものかはあまり分かっていなかった。教科書に沿った授業の手順を考えればよいと思っていた。指導案制作中もはじめになにをすればよいかもわからず大変な思いもたくさんして、将来実際に教員になれば毎日の授業にこれをしないといけないと考えると相当な覚悟があると改めて思うことができた。

また、この講義を履修することで算数・数学に対する多くの視点を持つことができた。例えば、問題や式一つ一つの数学的意味を考えることである。指導案をつくる時に、生徒たちに、この問題を解くときにおいてどのような数学的意味を学んでもらいたいかをよく考えてきた。半年という短い間だったが、このようなことを考える力が少しでもついたことが自分の中での大きな収穫になった。

前田誠和