平成 24 年度

数学学習指導設計 I

最終レポート

高等学校第 1 学年

テーマ：科学的精神の開発

H2 班 上山将之
大河優志郎
岡友章
奥谷将裕

目次

1. 単元設定の設定理由と範囲	p.2
1.1. 単元の範囲	p.2
1.2. テーマ	p.2
1.3. テーマの設定理由	p.2
1.3.1. 小倉金之助について	p.2
1.3.2. ペリー運動について	p.3
1.3.3. 小倉金之助とペリー運動についての考察	p.5
1.3.4. 科学的精神について	p.5
2. 教材研究	p.8
2.1. 関数の観念について	p.8
2.2. 学習指導要領の変遷	p.9
2.3. 教科書比較	p.9
3. 単元の指導計画	p.14
3.1. 問題開発	p.14
3.1.1. 売り上げの問題	p.14
3.1.2. 雨どいの問題	p.15
3.1.3. 囲いの問題	p.17
3.2. 活動	p.18
3.3. 支援	p.20
3.4. 指導案	p.21
4. 感想	p.28

1. 単元設定の設定理由と範囲

1.1 単元の範囲

高校生一年の二次関数の「発展」

1.2 テーマ

「関係と法則の発見」と「数理の探求」による「科学的精神の開発」

1.3 テーマ設定の理由

1.3.1 小倉金之助(1885 – 1962)について

(1)時代背景

(i)1924年までの日本の数学教育界の主潮はイギリスより来たり、傍系としてフランス流が存在していたに過ぎない。

(ii)当時(1924)の日本数学教育の現状は、論理的であり、専門的孤立主義であり、非実用目的である上に、難問題がすこぶる多いという状況だった。

(iii)当時(1924)の数学教育の欠落

① 抽象的、論理的である。②専門的孤立主義、形式尊重。③専門的難問題が多い。

④非実用的で生活と関係ない。

(iv)当時の一般の人の数学に関する感想

- ・学生時代に苦しめられるもの。　・学校を出れば忘れてしまう。
- ・数学はほとんど生活と関係ない。　・なぜ能率の上がない数学を教えるのか。

*上記と同じことが今の時代にも言える。

(引用：数学教育の根本問題 小倉金之助著作集 小倉金之助著書)

1.3.2.ペリー運動(数学教育改造運動)について

グラスゴーにおけるペリーの講演

1901年9月14日の、グラスゴーにおける英国学術協会について

「子どもにどんな学科を教えるべきかまたどんな方法で教えるべきかは、有用性によって決められなければならない。それ自らの為に単純知識を追求するという事は、あらゆる事業の中で、最も高尚なものの一つである。しかし、それはなぜであるか？たしかに、それは多方面への有用のためであるともいえるだろう。しかし学問の研究というものは、それが有用だから始めるのだし、それが有用だから継続するのだし、その結果が有用であればこそ、世界に価値があるのだ、と私は主張する。純粋数学者も私が次のように考えることを許してもらいたい。もし純粋数学者の創見が絶えず有用化されなかったなら、ちょうどアリストテレス流の弁証法が、十四世紀に陥ったと同じような廃墟に、彼の研究ももうすでに陥っていなければならないはずなのだ、と。」
「私は数学の学習における有用さのうちで、はっきりと私の心を打ったものを、急いでかき集めてみた」

- (1) 高尚な情操を養い、心の歓びを与えること。(こういうことは、これまでほとんど全く、子供の教育で無視されていたのである。)
- (2) a 精神の開発、b 論私的な思考の養成。(これも、これまで子供の教育では、多く無視されていた)
- (3) 自然科学の研究にあたって、数学的武器によって助けを与えること。(これも、これまでほとんど全く、子供の教育で無視されていた。)
- (4) 試験を通過すること。(これは今まで無視されなかった唯一のものであるし、また教師たちによって、本当に認められている唯一のものである)
- (5) 自分の手や足のよう、生涯を通じその教育(精神と能力の発達)と伴って、人々を進歩されること。(これはちょうど人々が読書得を好むことによって、自分を教育するのと同様の能力である)
- (6) これは多分(5)の中に含まれているかもしれない。人々を、事故の為という見方から離れて、物事を考える必要を教えること。それによって現在、県政の恐るべき束縛から、自分を救い出すことの大切さを教えること。屈状と支配(自由か一著書)のどちらかを選ぶか、自分自身こそ最高の存在の一つなのだ、と悟らせること。(これは普通は、数学学習以外のこととして他の方面にまかせられていた。)
- (7) 応用化学の職業に従事する人々をして、彼らが次のような諸原理を知っていると感じされること。応用化学は、それら諸原理の上にたてられたものであり、そしてそれら諸原理によって発展させられたものである。

- (8) 鋭い哲学研究者に対して、快適で満足な、完全な論理的助言を与え、それによって哲学上の諸問題を、純抽象的見解から発展させようとする意図を阻止すること。(かような純抽象的な企ての不合理的ことは、既に明らかになっている。)

私が提案した新しい構成の下では、かようなすべての機能が、よく遂行されるだろうと信じる。ところが、今日では特に結構とも思われぬ(4)の効用を除くと、これらの機能の実行という点では、数学はそれを学んでいると思われる子供の一パーセントにも有効ではない。

「私の経験によると、たいいていの人、発見者や知識の開拓者となることができるものである。そして個性を試す機会を与えるには、若ければ若いほどよいのだ。どんな人にも、何らかの発見をすると期待されるのだし、それから法則というもの、最上の法則でも、決して完全なものではないのだ。ごく簡単な事柄についても、教師から教わったことは、さほどたいしたものではなく、自分自身で発見したことは、自分にとってほんとうの価値あるものであり、精神上永久的なものとなる。こういうことをこどもの時分から、よく注意して知らせておくが良い。こどもがすでに持っている経験を通じて教育せよ。彼をしてかれ自身の見地から観察せしめよ。綱和知彼自らを教育するように彼を導け。私は学生の全数学過程を通じて、彼自身の実験によって、彼自身が作り上げた具体的な例によって、彼を教えることが大切だと思う。」

物理的科学研究、したがって数学の研究というのは、ただその与える知識だけではなく、科学的に考える習慣をつけ、どんな人間にも自分で考える能力を与え、そして国民に最大の幸福をもたらす、最大の實力を与えるものである。こういう意味で、私はどんな人でも、貧富の如何にかかわらず、数学を学ぶことが、わが国にとって最も大切なことだと確信する。

「多分われわれの教授法の最大の欠点は、生徒が教師自身と同じ人間になろうとしているかのように、生徒を教授することである。」

「私は世界中に行われている現在のいわゆる教育の方法は、全く非科学的であると考え。自然科学の本当の研究で、量的でないものはないのだから、それを数学によらなければならないと言っても差し支えがない。20世紀の人間で、自然科学の原理によって教育された眼識をもたないなら、身体的に、完全に発達させることにある。」
以上の抄録からもうかがえるように、それは自分の教育観や科学論や世界観などについて語りながら、激しい情熱をもって、現在の数学教育の欠如を突き、徹底的な改造の根本精神を説いた、戦いの言葉であった。

われわれは、はじめから細々しいことでなく、何よりのまず、ペリーの人生観や教育観に深い注意を払うべきである。ことに彼が数学学習の効果として何を期待しているのか、そういった点を十分に考えてもらいたい。

(引用：数学教育の歴史 小倉金之助著作集 小倉金之助著書)

1.3.3. 小倉金之助とペリー運動についての考察

Ⅱ.小倉金之助さんについての時代背景(iii)の当時(1924年)の数学教育の欠落から自然現象や社会現象を考察したり理解したりする重要性を主張する必要があった。今現在も抽象的で、論理的であることや、非実用的で生活と関係ないという部分は、当時(1924)の数学教育の欠落と類似している。ともなうて、当時(1924)の数学に関する受け取り方も今現在と似ているように感じられる。このような類似した時代背景から、平成20年の数学指導要領では、数学教育の目標に、数学的活動を重視することが含まれている。数学的活動とは、生徒が目的意識をもって、主体的取り込む数学に関わりあるさまざまな営みを意味している。

これは現代でも数学教育が改造運動の主張と類似しているところがあるから、ペリー運動や小倉金之助ら主張を振り返る必要性があると感じられる。

授業において何を大切にしたいか？

これまで小倉金之助にそつて関数を学ぶ意義を調べて、科学的精神を開発することが数学教育の目的であり、数学教育の核心となるのが関数観念であることが分かった。科学的精神とは自然現象や社会現象を考察、理解することであり、そのために関数を用いて事象を捉え説明することが必要となる。

ここから私たちは、関数観念を媒体をとし、科学的精神を育てるような授業内容にしたい。

1.3.4 科学的精神について

科学的精神について詳しく調べた。

「科学的精神とは何か」というと、私はこういうふうにかんがえている。

色々な現象があつたとき、事実を基にして現象の間に関係があるかどうかを考え、もし関係があるならば、いかなる関係にあるか、その間の関係の法則を発見しようとする精神を私は科学的精神と呼びたいのである。

そしてこの科学的精神によつて作り上げられたものが科学なのである。りんごが落ちた、雨が落ちた、木の葉が落ちた。これだけでは科学にはならない。落下の法則や万有引力の法則を見出して、初めて科学となるのだ。

そして科学とは決して事柄をいくつも羅列するものではない。もし仮にそういう科学があつたならば、それはきわめて幼稚な科学といわねばなりません。

たとえば生物学のようなものでも、ただ事実の羅列ばかりやっていたときは、生

物理学の幼稚な時代であったが、それから進化論遺伝論などと段々と進んできた。一つの法則を見つけるところまでこなければ、その科学が十分進んだとはいえないわけである。ただ事実を集めたのではなく、いろいろな事実の間にどういう関係があるか、その法則を見つかる、ここまでいって本当の意味での科学が生まれるのだ。そういう科学を生む精神が科学的精神である。

科学的精神は学問を作り上げるには必要であるが、しかしそれは実際われわれの日常生活に対しても、直接に役立つものかどうか、これについても考えなければならない。

誰でも思い返してみればわかることだが、日常生活において、われわれは絶えず科学的精神を用いている。なぜかというと、われわれの世界は関係の世界だからだ。われわれが日常生活をしている時にどうしたらいいだろう、こうやって良いか悪いか、ということをしぼしば判断悲観しなければならない。そのようなことは学問上の問題を主題として取り扱う場合ではなく、その日その日を送っていく間に絶えず起こる問題なのである。この場合にわれわれは実際どのようにして問題を解決するのだろうか。

たとえば今私はこの講堂で一時間以上話をして、のどが乾いてもこの水をコップで百杯も飲んで悪くはないと思う。なぜ悪いかといえば、そんなにたくさんの水をのんだら胃腸を害するから、というふうに考えるからである。言い換えるとたくさんの水を飲むことと胃腸の働きとの間にどんな関係があるか、これを経験的事実に照らして考え、あまり飲みすぎると胃腸を害するという法則に達する。その結果としてあまり多量の水を飲まないようにしているのだ。このようなことをわれわれは日常生活において普段やっている。何も特に学問的なこと、数学上の問題を解いているのではないにしても、われわれの一举一同、ここごとくといわなくても、その大部分は科学的精神に基づいて活動しているのではないだろうかと思う。

日常の行動を分析すればそこには科学的精神が大いに働いているのである。それのみではなく、もし科学的精神が働かないならば、われわれはほとんど物事を判断し、物事を実行することが、でき得ないのである。

それゆえに科学的精神こそ、実に科学自身の精神であり、科学的精神の歩んだ道こそ、すなわち科学の発達史であるのみならず、もしこの科学的精神を欠いたならば、我々は日常生活を営むことができ得ないのである。すなわち我々が科学から学ばなければならぬ最も根本的なことが、この科学的精神であると申し上げたゆえんである。

ここに最も注意すべき点がある。それは科学的精神を学ぶということは、決して単に科学的事実を知ることのみでなく、また単に科学書を理解することでもないということだ。なぜなら、科学の対象は自然にあり、社会にあるのであった、印刷さ

れた書物の中にあるのではない。書物は名勝の案内記であり得ますが、それは決して名勝それ自身ではないのだ。本当に名勝を探ろうとする者は、自らそこに赴くことが必要だ。もちろん案内記を参考にすることは便利に違いないけれども、それは単なる参考にすぎないのである。

それゆえに科学的精神を学ぶには、対象それ自身について、自ら研究せねばならない。他人に教わって記憶することは、科学的精神を学ぶことにはならない。それなので、科学的精神は、自ら科学を創造することを知ってこそ、初めて学び得られるのだ。科学を学ぶとは、既成の科学案内記を読むのではなく、自ら科学することであるのだ。

(引用：数学教育の根本問題 小倉金之助著作集 小倉金之助著)

※当時の分かりにくい言葉は読みやすいように改編した。

以上から科学的精神とはなにか簡単にまとめた。

① 関係と法則の発見

現象と現象の間に関係があるかどうかを考え、もし関係があるならどのような関係か、関係の法則を発見しようとする。

② 数理の探求

関係や法則を数学的に説明するために用いる数理の探求。

私たちの選択した単元、二次関数において科学的精神の開発はどのように行われるだろうか。現象と現象の関係を発見しようとするということを二次関数の単元に照らし合わせると発見した関係が何らかの方法で二次関数の形に表せるということに繋がる。

また、数理の探求という観点から見ると、平方完成や判別式 D の意味や用いる方法を学ぶということになる。

私たちは現象同士の関係と法則を発見するという観点から科学的精神を開発していこうと考えている。よって、問題開発では二次関数の関係にある現象を二次関数に表せられるということを生徒に気付かせ、関係を発見しがいのある問題を開発していきたい。

よってテーマを「関係と法則の発見」と「数理の探求」による「科学的精神の開発」とした。

2. 教材研究

2.1. 関数の観念について

「数学教育の中心とも核心とも何であるかという問題になると、それは数学思想の中で、最もよく科学的精神を表しているものでなければなりません。それがすなわち関数の観念であります。

例えば、円の半径と面積との間にどのような関係があるだろうか。もし関係があるならば、それはどのような関係か、その間の法則はどうだろうかということの研究する。その結果としてこの面積 A と半径 r の間には $A = \pi r^2$ という関係があることが知れます。かような道程をたどるものが、すなわち関数の観念である。それですから関数の観念は、数学上に形となって現われた科学的精神、そのものにほかならないのです。

従って科学的精神を開発することが数学教育の目的ならば、数学教育の中心となるところのものは、どうしてもこの関数観念でなければなりません。私は関数観念が数学教育に必要であるというような、そんな微温的なことをいうのではない。数学教育の核心となるものは関数観念である、こういいたいのであります。」

(引用：数学教育の根本問題 小倉金之助著作集4 小倉金之助著 一部改変)

上記の文献から、自然現象や社会現象を考察したり理解したりするためには、関数的な見方や考え方を必要とする場面が多いので、そのための「関数」を学ぶ意義が考えられる。

次に、いろいろな関数についての理解を通して養われる関数的な見方や考え方が、数学のいろいろな分野のこれからの学習において重要な役割を果たすということが考えられる。

表、式、グラフを関連付けて関数について調べる能力を伸ばすと同時に、「関数を用いて事象を捉え説明すること」ができる。

2.2. 学習指導要領の変遷

昭和 26 年度

一般数学と解析Ⅰ、解析Ⅱ、幾何学に分かれていた。一般数学の指導内容全てが、生活経験による具体例によってあげるようになっている。

生活経験から必要な数学を学ぶことが重要。

「生徒の能力や必要に応じて、ある事がらを省くとか付け加えるとかして指導してよいことは、いうまでもない。」と記載してあることで、教師は苦勞したのではないかと思われる。

昭和 30 年度

学力調査により学力低下がわかり、系統的な指導内容が重要視されるようになっている。生活経験からではなく、「数学」を学ぶ。

昭和 45 年度

現代化が目標となり、授業内容が濃くなった。

それによって授業内容についていけない生徒が増え、教科書の内容を飛ばす、取れていない単位をそのままに進級・進学させるなどの問題が発生した。

昭和 53 年度

昭和 45 年の学習指導要領の問題からゆとりある充実した生活を生徒が送れるように作られた。授業内容が削減されているが、全ての内容について削減されたわけではなく、そこまでゆとりを生んでいなかった。

昭和 26 年度から昭和 30 年度の指導要領を対比すると、生活経験をもとにすることを重視しすぎると学力が低下し、系統的な数学を重視しすぎると、抽象的な学習になってしまい、生活経験に関係に結び付きにくい科目になり、学習についていけない生徒が増える。

昭和 45 年、昭和 53 年においても現代化からゆとりへと変化し、日常生活との結びつきが強く表れる時期と抽象的な面が強く表れる時期が繰り返されているように思われる。また、その双方のバランスが難しく、大切であることが伺えられる。

2.3 教科書比較

- 昭和 30 年代～昭和 50 年代の教科書について
教科書の関数の単元の問題設定の変遷を見るために各教科書の単元の最期にあるまとめ問題を調べた。

練習問題

- 次の場合は、 x と z との関係はどうなるか。
 (1) y は x に反比例し、 z は y に反比例する場合
 (2) y は x に比例し、 z は x および y に比例する場合
- 四つの変数 x, y, u, v があって、 u, v の値は、 x, y の値を定めると定まる。そして、 u は x に比例し、 y に反比例する。また、 v は y に比例し、 x に反比例する。このとき、 x, y の値は、 u, v の値を定めると定まり、かつ、 x は u および v に比例し、 y は u および v に比例することを証明せよ。
- ある書物を作るのに、その費用の一部は冊数に関係なく一定で、一部は無数に比例するという。この書物1万冊を作るに要する費用は、100万円、2万冊を作るに要する費用は150万円であるとする、 x 万冊作るに要する費用 y (万円)は、 x のどのような函数になるか。
- 図のような長方形ABCDがある。いま、動点PがAを出発し、周にそって、B、Cを経てDまで行くとする。このとき、PがAを出発してから動いた距離を x 、三角形PADの面積を y として、 x と y との関係を表すグラフをかけ。
- 初速 v cm/秒で、真上に投げ上げた物体は、空気の抵抗が無視できれば、 t 秒後に $(vt - \frac{1}{2}gt^2)$ cm に達する ($g=980$)。初速 20 m/秒で真上に投げ上げた物体は、最高何mまで上がるか。
- y は x の二次函数であって、 $x=0$ のとき $y=1$ 、 $x=1$ のとき $y=4$ 、 $x=2$ のとき $y=5$ であるという。この二次函数を求め、そのグラフをかけ。
- 次の函数のグラフをかけ。
 (1) $y = |x|$ (2) $y = 10 - |x-3| - |x-7|$

問題

(A)

- $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが x 軸と交わる点の座標が $(1, 0)$, $(3, 0)$ で y 軸と交わる点の座標が $(0, 6)$ になるように、 a, b, c の値を定めよ。
- y は x に比例する数と x^2 に比例する数との和である。そして、 $x=1$ ならば、 $y=1$ 、 $x=3$ のときも $y=1$ であるという。 y を x で表わせ。また、このグラフをかけ。
- $y = x^2 - 8x + k$ のグラフが x 軸と出合わないようにするには、 k にどのような範囲の値を与えればよいか。
- 初速 v m/秒で、真上に投げ上げた物体は、空気の抵抗が無視できれば、 t 秒後に $(vt - \frac{1}{2}gt^2)$ m の高さに達する。初速 20 m/秒で真上に投げ上げた物体は、最高何 m まで上がるか。 g は 98 として計算せよ。
- 直角三角形の直角をはさむ2辺の和が 20 cm のとき、
 (1) その面積が最大になるのはどんな場合か。
 (2) 斜辺が最小になるのはどんな場合か。
- 下の図は、函数 $y = ax^2 + bx + c$ の係数 a, b, c にいろいろな数を入れたいときのグラフである。おのおのの図について a, b, c および $b^2 - 4ac$ の符号が、正、負、0 のどれであるかを定めよ。

(B)

1. 1辺の長さ5 cmの正方形がある。点Pが1つの頂点Aを出発し、毎秒1 cmの速さでこの周上を1周するものとする。線分APを1辺とする正方形の面積を時間の関数として表わし、そのグラフをかけ。
2. $y = a^2 + bx + c$ のグラフは、 $ac < 0$ なら、 x 軸と交わることを証明せよ。
3. x が0から正の定数 a まで変化する間に、次の関数のとる値で、最大のものと最小のものを求めよ。

$$y = 2a^2 + x(a - 3x)$$
4. x がどんな実数値をとっても、 $a^2 + 4x + a$ の値が3より大きいために、 a はどんな範囲の実数値でなければならぬか。
5. 1個の原価80円の商品を、1個につき100円で売ると、毎日平均800個の売り上げがあり、もし値上げをすれば、単価1円の値上げにつき、10個の割合で、売り上げが減少すると考えられるとき、
 (1) 利益を最大にするには、売価をいくりにすればよいか。
 (2) 1日の売り上げ金額を最大にするには、売価をいくりにすればよいか。
 6. 下の x の二次関数のうちから、次の条件(1)~(6)のそれぞれに適するものを選べ。
 (1) $x = 3$ のとき0になるもの。
 (2) $x = -1$ のとき最小値をとるもの。
 (3) 最大値が3になるもの。
 (4) x がどんな実数でもつねに正になるもの。
 (5) $x = -2$ のとき負になり、 $x = 2$ のとき正になるもの。
 (6) -2 と 2 の間の適当な x の値に対して0となるもの。
 (7) $x^2 - 4x + 5$ (イ) $2x^2 - 3$ (ロ) $x^2 + 2x + 3$
 (ハ) $-x^2 + 2x + 3$ (ニ) $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ (ホ) $x^2 + 2x - 15$

問題

1. 次の二次関数の最大値または最小値を求めて、そのグラフをかけ。
 (1) $y = x^2 - 2x$ (2) $y = 2x^2 - 5x + 4$
 (3) $y = 4x - 5x^2$ (4) $y = (x-1)(3-x)$
2. 次の不等式を解け。
 (1) $x^2 - 2 < 0$ (2) $x^2 + 2x - 15 > 0$
 (3) $x(x+8) \leq x - 10$ (4) $(2x-1)^2 \geq 2(2x-1) + 8$
3. $y = x^2 - 8x + k$ のグラフが x 軸と出会わないのは、 k がどのような値をとるときか。
4. 下の図は、関数 $y = ax^2 + bx + c$ の係数 a, b, c にいろいろな数を入れたときのグラフである。おのの図について a, b, c および $b^2 - 4ac$ の符号が、正、負、0のどれであるかをいえ。

5. x についての二次方程式 $x^2 + (a+1)x + a^2 = 0$ (a は実数) が実数解をもつのは、 a がどんな範囲の値をとるときか。
6. 横5 m、縦3 mの花壇がある。今度、つごうで横をちぢめ、そのかわり、横をちぢめた長さの2倍だけ縦をのばすことになった。現在の花壇の面積よりせまくなならないようにするには、横をちぢめる長さをどのよきな範囲にとればよいか。
 7. 次の関数のグラフをかけ。
 (1) $y = \frac{5x-3}{x+1}$ (2) $y = \frac{4x-1}{2x-3}$

9. Oを原点とする座標平面上に、点A(2, 0), B(0, 3)がある。線分AB上の点Pから、x軸、y軸にひいた垂線を、それぞれ、PQ, PRとすると、次の問いに答えよ。

- (1) Pのx座標を使って、長方形OQPRの面積を表せ。
- (2) Pが線分AB上を動くとき、長方形OQPRの面積の最大値を求めよ。

10. 1個の原価80円の商品を、1個につき100円で売ると、毎日80個の売り上げがあり、もし値上げをすれば、単価1円の値上げにつき、1個の割合で、売り上げが減少すると考えられるという。利益を最大にするには、売価をいくらくにすればよいか。

(B)

1. 下の二次関数(ア)~(カ)で、次の条件(1)~(5)のそれぞれに適するものどれか。

- (1) $x = -1$ のとき最小値をとるもの
 - (2) 最大値が3になるもの
 - (3) x の値がどんな実数でも、つねに正になるもの
 - (4) $x = -2$ のとき負になり、 $x = 2$ のとき正になるもの
 - (5) -2 と 2 の間の適当な x の値に対して0となるもの
- (ア) $x^2 - 4x + 5$ (イ) $2x^2 - 3$ (ウ) $x^2 + 2x + 3$
 (エ) $-x^2 + 2x + 3$ (カ) $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ (ク) $x^2 + 2x - 15$

2. I を整数の集合とすると、次の集合の最小の要素を求めよ。
 $(3x^2 + 16x + 18) \mid x \in I$

3. 関数 $y = |x^2 - 1|$ では、

- $x \leq -1$ のとき、 $y = x^2 - 1$
- $-1 < x < 1$ のとき、 $y = 1 - x^2$
- $x \geq 1$ のとき、 $y = x^2 - 1$

となる。このことを考えて、 $y = |x^2 - 1|$ のグラフをかけ。

問題 129

(A)

1. 次の二次関数のグラフをかけ。

(1) $y = 2x^2 - 5x + 4$ (2) $y = 4x - \frac{1}{2}x^2$

2. 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = \sqrt{4 - 3x}$ (2) $y = -\sqrt{2x + 3}$
 (3) $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ (4) $y = \frac{4x + 1}{2x + 3}$

3. 括弧内に示された範囲を定義域とする次の関数の値域を求めよ。

(1) $y = x - x^2$ ($0 \leq x \leq 1$) (2) $y = 2x^2 + 3x - 1$ ($x \geq 1$)
 (3) $y = \sqrt{4 - 3x}$ ($-4 \leq x \leq 1$) (4) $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ ($0 \leq x \leq 4, x \neq 1$)

4. 右の図の曲線は、2つとも二次関数

$y = -(x - m)^2 + n$ のグラフである。

それぞれの場合の m, n の値を求めよ。

5. $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが、x軸と

2点(1, 0), (3, 0)で交わり、y軸と

点(0, 6)で交わるように、 a, b, c の

値をきめよ。

6. $y = ax^2 + bx + c$ のグラフがx軸と点(3, 0)で接し、y軸と点(0, 8)

で交わるように、 a, b, c の値をきめよ。

7. $y = x^2 - 8x + k$ のグラフがx軸と出合わないのは、 k の値がどんな範

囲にあるときか。

8. x の不等式

$$x^2 - (m - 3)x + m^2 + 2m + 1 < 0$$

は解をもたないという。 m の値の範囲を求めよ。

私たちのテーマである「科学的精神の開発」にどうつながっているか見てみた。

昭和 37 年の高校新数学 I の問題[B] 5

お店を経営していて一個あたりの値段の増減によって売り上げ数も増減するという現象があるとき、利益を最大にすることが問われている問題である。この問題から値段と売り上げ数の間にどのような関係、どのような法則があるかが立式することで分かる。これは現象について立式することで単価と売り上げの関係を捉えるものなので、科学的精神の開発を促す問題として適していると考えた。

昭和 37 年の高校新数学 I の問題[A] 3

この問題は判別式 D を用いて解くものであり、これは定石のようなものなので、現象の関係性を考えずに解ける問題である。よって科学的精神の開発につながりにくいと考えられる。

考察

- ・関数を用いて社会現象や自然現象を考察、理解する科学的精神を開発することが目標なはずなのに、関数自体を教えることが目標となっているように感じられる。
- ・考える問題から、作業的（公式重視）な問題に変わっている。

良い問題とは？

- ・ その問題に対する解決が明瞭な数学的概念や技能を含んでいる
- ・ その問題はさまざまな場面へ一般化したり、拡張したりすることができる
- ・ 問題そのものが多様な解決に適している

(引用 : krulik,S.& Rudnick,J.A(1980).*Problem Solving: A Handbook for Teacher.*)

3. 単元の指導計画

3.1. 問題開発

3.1.1 売り上げの問題

昭和 37 年章末問題(B) 5 について

5. 1 個の原価 80 円の商品を、1 個につき 100 円で売ると、毎日平均 800 個の売り上げがあり、もし値上げをすれば、単価 1 円の値上げにつき、10 個の割合で、売り上げが減少すると考えられるとき、
- (1) 利益を最大にするには、売価をいくらにすればよいか、
 - (2) 1 日の売り上げ金額を最大にするには、売価をいくらにすればよいか、

この問題は単価 1 円の値上げと売れる個数の関係が問題で与えられている。その上で単価の値上げと一日の利益を二次関数の式に表し、最大値を求める問題である。

この問題を私たちに変わらせた。

- 一個原価 80 円の商品を、単価 100 円で売ると毎日平均 800 個の売り上げがある。単価を 110 円にすると毎日平均 700 個の売り上げとなった。
(値上げ金額と売り上げ個数は一定の関係にある。)
- (1) 一個につき 155 円で売ると毎日平均何個の売り上げがあるか。
 - (2) また、そのときの一日あたりの利益はいくらになるか。
 - (3) 利益を最大にするには売上をいくらにすればいいのか。
 - (4) 利益ができるような単価の範囲は。

問題改変について

まず、単価の値上げと毎日売れる個数の平均の関係を無くし、代わりに単価を 10 円上げたときの条件にした。

そして(1)、(2)で単価 155 円のときの売り上げ個数とその時の利益を問うことで、生徒自らが単価の値上げと売り上げ個数・利益の関係を発見できるような問題にした。

発展として(3)では利益を最大にする単価、(4)では損失が出ないような単価を問題にした。これはグラフや二次関数の最大値、二次不等式を用いる必要がある。

(3)はこの問の元々の目標である最大・最小の決定に関する問題である。

(4)についてはこの問題の次の二次不等式に繋がる問題として提示した。

考察

私たちは二次関数の最大最小を求める問題を作ることに加えて、頂点の軌跡を求めることについても考えた。しかしこの単元を習う高校生は軌跡をまだ知らないので教えることが出来ないかもしれない。さらに後に習う双曲線のグラフを求めるグラフにもつながる

3.1.2 雨どいの問題

幅が 10cm のプラスチックの板で雨どいを作る。四角形の雨どいだと高さで雨どいに流すことのできる水の量の関係はどのようにになっているだろうか？

雨どいに一定の時間、一定の流れで流すことのできる水の量は雨どいの断面積による。雨どいの高さを x とおくと、雨どいの断面積 S は

$$S = x(10 - 2x)$$

これを整理すると

$$S = -2x^2 + 10x = -2(x^2 - 5x)$$

平方完成して

$$S = -2(x - 5/2)^2 + 25/2$$

この式について雨どいの高さ x と断面積 S についてグラフを作ると上に凸で頂点 $(5/2, 25/2)$ であることが分かる。

その他の方法に x 軸との交点の midpoint から頂点の x 成分を求め、代入して y を求める方法がある。

更にプラスチックの板の幅をどんどん大きくしていく、または小さくしていくと x と S の関係はどのように変わっていくだろうか。

板の幅を d とすると

$$S = x(d - 2x)$$

$$= -2x^2 + dx$$

$$= -2(x - d/4)^2 + d^2/8$$

よって頂点は $(d/4, d^2/8)$

頂点が描くグラフは

$$u = d/4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$v = d^2/8 \quad \dots \textcircled{2}$$

① より $d = 4u$ なので

$$v = 2u^2$$

となる。

右図は $d=10,20,30,\dots,100$ と増やしていった時のグラフとその頂点の軌跡を描いたグラフ $y=2x^2$ である。
また、雨どいの形を半円や三角にしてみるとどうなるだろう。

半円にすると半径 r は板の幅 d より $r=d/2$

よって断面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \pi r^2 \\ &= \pi (d/2)^2 \\ &= d^2/4 \pi \end{aligned}$$

三角形にすると（ここでは正三角形について考えた）

一辺の辺の長さは $d/2$ となり、断面積は

$$\begin{aligned} S &= d/4 \sqrt{(d/2)^2 - (d/4)^2} \\ &= d/4 (\sqrt{3}d/4) \\ &= (\sqrt{3}/16)d^2 \end{aligned}$$

断面積を雨どいの高さで表す。（二次関数であるとわかる。）

→このことにより、最大値最小値があると予測。

→平方完成またはその他の方法により頂点を求め最大値を発見。

→更に板の幅が変化するとどのような変化があるか

雨どいを作る場合どのような形にしてもそれぞれの断面積 S は板の幅 d の二次関数で表せられると分かる。

雨どいの問題について工夫を加えてみた。

雨どいの問題

正多角形を半分に切った形の雨どいについて考えてみた。（別紙参照）

多角形の面数が増えるたび、面積は増えていくことがわかる。そして半円になるとき、最も面積を大きくできる。

3.1.3 囲いの問題

これまでの問題開発を踏まえて自分たちなりの新しい問題を作ってみた。

● 囲いの問題

全長が 20m の柵を作るための金網がある。この金網を使い、動物を飼うための囲いを壁で囲まれた空き地に作る。下のように作るときそれぞれの囲まれる面積はどうなるか。

また、金網の全長が変化するとき、面積とどのような関係があるか。

囲いが壁から離れているとき

囲いの一边に壁を使うとき

壁の角を囲いの二辺として使うとき

その他に金網で作る囲いの数を増やして考えてみた。

● 〈囲いの問題〉改定前その1

全長が 20m の金網で囲いを作る。

壁で囲まれた庭に畑を作るため、長方形の囲いを作る。

下のような方法で作るとき、なるべく大きな囲いを作りたい。

- ・ 囲いが壁から離れているとき
- ・ 囲いの一边に壁を使うとき
- ・ 壁の角を囲いの二辺として使うとき

それぞれの場合における面積と図形の関係を考えてみよう。

また、金網の全長が変化するとき、面積と全長はどのような関係があるか。

● 〈囲いの問題〉改定前その2

全長 d が 20m の金網で囲いを作る。

壁で囲まれた庭に畑を作るため、長方形の囲いを作る。

下のような方法で作るとき、なるべく大きな囲いを作りたい。

- ・ 囲いが壁から離れているとき
- ・ 囲いの一边に壁を使うとき
- ・ 壁の角を囲いの二辺として使うとき

それぞれの場合における面積 S の最大値を求めよ。

金網の全長 d が変化するときの面積 S を全長 d の式で表せ。またその最大値を求めよ。

面積 S が最大となるときの面積や囲いの形の関係を式や図を用いて説明せよ。

改定前その2は何を変数とするかなどを具体的に書いたが、それでは生徒の考える機会を少なくしてしまうので不採用とし、改定前その1から以下の最終的な問題を作った。

〈囲いの問題〉最終版

20mの金網と壁を使って長方形の囲いを作るとき、囲まれる面積の最大値はどのようになるか。壁を使わない、一辺に使う場合、二辺に使う場合の3通りについて考えてみよう。

3.2 活動

まず、考えた問題について以下のような活動を書いた。

活動 A 面積についての式を立てて平方完成し、最大値を求める

活動 B 金網の全長が変化するときの面積の最大値を求める。

活動 C 金網の全長と面積の関係、壁を使う場合、使わない場合における囲いの形と面積の関係がわかる

これをもととして問題の改定に合わせて最終の展開案の活動を考えた。

活動（最終版）

〈活動 A〉

壁を使わないとき、二辺に壁を使うときの最大の面積を求める。

正方形となると最大の面積となるので、一辺がそれぞれ

5m、10m となり面積は 25m^2 、 50m^2 となる。

全長が変化する場合、一辺は

それぞれ $\frac{d}{4}$ 、 $\frac{d}{2}$ となり、面積は $\frac{d^2}{16}$ 、 $\frac{d^2}{4}$ となる。

〈活動 B₀〉

壁を使わないときの最大の面積を求める。囲いの一边のさを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。平方完成した式は

$$S=(x-5)^2+25$$

となり、最大の面積は壁を使わないとき $25\text{m}^2(x=5\text{m})$ となる。

全長が変化する場合、一边は $\frac{d}{4}$ 面積を上と同様に計算すると

$$S=(x-\frac{d}{4})^2+\frac{d^2}{16}$$

となり、最大の面積は $\frac{d^2}{16}\text{m}^2(x=\frac{d}{4}\text{m})$

〈活動 B₁〉

囲いの一边に壁を使う場合

囲いの一边の長さを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。

平方完成した式はそれぞれ

$$S=(x-5)^2+50$$

となり、最大の面積は $50\text{m}^2(x=5\text{m})$ となる

全長が変化する時も同様にすると

$$S=(x-\frac{d}{4})^2+\frac{d^2}{8}$$

となり、最大の面積は $\frac{d^2}{8}\text{m}^2(x=\frac{d}{4}\text{m})$ となる

〈活動 B₂〉

二辺に壁を使うとき、囲いの一边の長さを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。平方完成した式はそれぞれ

$$S=(x-10)^2+100$$

となり、最大の面積は $100\text{m}^2(x=10\text{m})$ となる。

全長が変化する場合、一边は $\frac{d}{2}$ となり面積は

$$S=(x-\frac{d}{2})^2+\frac{d^2}{4}$$

となる。よって最大の面積は $\frac{d^2}{4}\text{m}^2(x=\frac{d}{2}\text{m})$ となる。

〈活動 C〉 それぞれの場合同士の面積比を求める。

壁を使わないときの面積を S_1 、一辺に壁を使うときの面積を S_2 、二辺に壁を使うときの面積を S_3 とする。それぞれの面積の比は

$$S_1 : S_2 : S_3$$

$$= \frac{d^2}{16} : \frac{d^2}{8} : \frac{d^2}{4}$$

$$= 1 : 2 : 4$$

図から考えるとそれぞれの形は

壁を使わない場合は正方形、

一辺に壁を使う場合は 1:2 の長方形、

二辺に壁を使う場合は正方形となっている。

したがって壁をいっぺん使うときの最大の面積は壁を使わないときの二倍になっている。

3.3 支援

上記の活動に対しての支援をそれぞれ考えた。

- ・活動 A までの支援

特殊な支援

囲う面積の一辺を未知数 x として面積 S についての式を立てよう。

- ・活動 A から B までの支援

特殊な支援

全長を未知数 d として面積 S についての式を立てよう。

- ・活動 B から C までの支援

一般的な支援

壁を使うとき、一辺に壁を使うとき、二辺に壁を使うときのそれぞれにおいて、最大となる面積の一辺を x_1 、 x_2 、 x_3 とし、面積をそれぞれ S_1 、 S_2 、 S_3 とおいて相互の関係を比べてみよう。

特殊な支援

x_3 は x_1 、 x_2 の何倍になっているだろう？

これらに問題や活動の改定に合わせて最終の展開案を考えた。

3.4 指導案

- 展開案改定前

問題

〈囲いの問題〉

20m の金網と壁を使って長方形の囲いを作るとき、囲まれる面積の最大値はどのようになるか。壁を使わない、一辺に使う場合、二辺に使う場合の3通りについて考えてみよう。

《支援》

一般的 まず、壁を使わない場合と二辺に使う場合について考えてみよう。

特殊 壁を使わない場合、二辺に壁を使う場合では囲いの形を正方形にしたとき面積は最大となるね

〈活動 A 〉

壁を使わないとき、二辺に壁を使うときの最大の面積を求める。

正方形となると最大の面積となるので、一辺がそれぞれ

5m、10m となり面積は 25m^2 、 50m^2 となる。

全長が変化する場合、一辺は

それぞれ $\frac{d}{4}$ 、 $\frac{d}{2}$ となり、面積は $\frac{d^2}{16}$ 、 $\frac{d^2}{4}$ となる。

《支援》

一般的 本当に正方形のときに最大の面積になるかな？

式を立てて考えてみよう

囲いの一辺に壁を使ったときも正方形が最大になるかな？

特殊 ・ 囲いの一辺の長さを未知数 x として面積 S について式をたててみよう。

・ 平方完成して最大値を求めよう。

・ 全長を d として立式してみよう

〈活動 B₀〉

壁を使わないときの最大の面積を求める。囲いの一边のさを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。平方完成した式は

$$S=(x-5)^2+25$$

となり、最大の面積は壁を使わないとき $25\text{m}^2(x=5\text{m})$ となる。

全長が変化する場合、一边は $\frac{d}{4}$ 面積を上と同様に計算すると

$$S=(x-\frac{d}{4})^2+\frac{d^2}{16}$$

となり、最大の面積は $\frac{d^2}{16}\text{m}^2(x=\frac{d}{4}\text{m})$

〈活動 B₁〉

囲いの一边に壁を使う場合

囲いの一边の長さを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。

平方完成した式はそれぞれ

$$S=(x-5)^2+50$$

となり、最大の面積は $50\text{m}^2(x=5\text{m})$ となる

全長が変化する場合も同様にすると

$$S=(x-\frac{d}{4})^2+\frac{d^2}{8}$$

となり、最大の面積は $\frac{d^2}{8}\text{m}^2(x=\frac{d}{4}\text{m})$ となる

〈活動 B₂〉

二辺に壁を使うとき、囲いの一边の長さを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。平方完成した式はそれぞれ

$$S=(x-10)^2+100$$

となり、最大の面積は $100\text{m}^2(x=10\text{m})$ となる。

全長が変化する場合、一边は $\frac{d}{2}$ となり面積は

$$S=(x-\frac{d}{2})^2+\frac{d^2}{4}$$

となる。よって最大の面積は $\frac{d^2}{4}\text{m}^2(x=\frac{d}{2}\text{m})$ となる。

《支援》

一般的 分かったことをまとめてみよう。

図や式をみて面積と形について考えてみよう。

特殊 壁を使わないときの面積を S_1 、一辺に壁を使うときの面積を S_2 、二辺に壁を使うときの面積を S_3 として面積比を考えよう。

〈活動 C〉 それぞれの場合同士の面積比を求める。

壁を使わないときの面積を S_1 、一辺に壁を使うときの面積を S_2 、二辺に壁を使うときの面積を S_3 とする。それぞれの面積の比は

$$S_1 : S_2 : S_3$$

$$= \frac{d^2}{16} : \frac{d^2}{8} : \frac{d^2}{4}$$

$$= 1 : 2 : 4$$

図から考えるとそれぞれの形は

壁を使わない場合は正方形、

一辺に壁を使う場合は 1:2 の長方形、

二辺に壁を使う場合は正方形となっている。

したがって壁をいっぺん使うときの最大の面積は壁を使わないときの二倍になっている。

● 展開案（最終版）

前回から活動に対する価値と練り上げを付け加えた。

展開案

問題

〈囲いの問題〉

20m の金網と壁を使って長方形の囲いを作るとき、囲まれる面積の最大値はどのようになるか。壁を使わない、一辺に使う場合、二辺に使う場合の3通りについて考えてみよう。

《支援》

一般的 まず、壁を使わない場合と二辺に使う場合について考えてみよう。

特殊 壁を使わない場合、二辺に壁を使う場合では囲いの形を正方形にしたとき面積は最大となるね

〈活動 A 〉

壁を使わないとき、二辺に壁を使うときの最大の面積を求める。

正方形となると最大の面積となるので、一辺がそれぞれ

5m、10m となり面積は 25m^2 、 50m^2 となる。

全長が変化する場合、一辺は

それぞれ $\frac{d}{4}$ 、 $\frac{d}{2}$ となり、面積は $\frac{d^2}{16}$ 、 $\frac{d^2}{4}$ となる。

価値

直感的に予測する

問題のイメージを掴む

《支援》

一般的 本当に正方形のときに最大の面積になるかな？

式を立てて考えてみよう

囲いの一辺に壁を使ったときも正方形が最大になるかな？

特殊 ・ 囲いの一辺の長さを未知数 x として面積 S について式をたててみよう。

・ 平方完成して最大値を求めよう。

・ 全長を d として立式してみよう

〈活動 B₀〉

壁を使わないときの最大の面積を求める。囲いの一边のさを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。平方完成した式は

$$S=(x-5)^2+25$$

となり、最大の面積は壁を使わないとき $25\text{m}^2(x=5\text{m})$ となる。

全長が変化する場合、一边は $\frac{d}{4}$ 面積を上と同様に計算すると

$$S=(x-\frac{d}{4})^2+\frac{d^2}{16}$$

となり、最大の面積は $\frac{d^2}{16}\text{m}^2(x=\frac{d}{4}\text{m})$

〈活動 B₁〉

囲いの一边に壁を使う場合

囲いの一边の長さを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。

平方完成した式はそれぞれ

$$S=(x-5)^2+50$$

となり、最大の面積は $50\text{m}^2(x=5\text{m})$ となる

全長が変化する時も同様にすると

$$S=(x-\frac{d}{4})^2+\frac{d^2}{8}$$

となり、最大の面積は $\frac{d^2}{8}\text{m}^2(x=\frac{d}{4}\text{m})$ となる

〈活動 B₂〉

二辺に壁を使うとき、囲いの一边の長さを未知数 x として面積 S の式を立て、平方完成して最大値を得る。平方完成した式はそれぞれ

$$S=(x-10)^2+100$$

となり、最大の面積は $100\text{m}^2(x=10\text{m})$ となる。

全長が変化する場合、一边は $\frac{d}{2}$ となり面積は

$$S=(x-\frac{d}{2})^2+\frac{d^2}{4}$$

となる。よって最大の面積は $\frac{d^2}{4}\text{m}^2(x=\frac{d}{2}\text{m})$ となる。

価値

様々な条件について立式、その最大値を求め、それぞれの関係を知るための手立てを得る

《支援》

一般的 分かったことをまとめてみよう。

図や式をみて面積と形について考えてみよう。

特殊 壁を使わないときの面積を S_1 、一辺に壁を使うときの面積を S_2 、二辺に壁を使うときの面積を S_3 として面積比を考えよう。

〈活動 C〉 それぞれの場合同士の面積比を求める。

壁を使わないときの面積を S_1 、一辺に壁を使うときの面積を S_2 、二辺に壁を使うときの面積を S_3 とする。それぞれの面積の比は

$$S_1 : S_2 : S_3$$

$$= \frac{d^2}{16} : \frac{d^2}{8} : \frac{d^2}{4}$$

$$= 1 : 2 : 4$$

図から考えるとそれぞれの形は

壁を使わない場合は正方形、

一辺に壁を使う場合は 1:2 の長方形、

二辺に壁を使う場合は正方形となっている。

したがって壁をいっぺん使うときの最大の面積は壁を使わないときの二倍になっている。

価値

それぞれの場合について囲いの一辺の長さや最大の面積、形について関数を用いて求めることで関係を見出す。その過程により関数を用いて事象を捉え、説明する力を養う。

《練り上げ》

T. 最初はどの条件でも正方形の囲いが最大の面積となるだろうと予測した人が多いと思いますが、それぞれの条件で立式してみると一辺に壁を使うときだけ長方形で最大の面積となることが分かりました。

では、実際に囲いの全長が 20m で、一辺に壁を使うとき縦と横の比が 1:2 の長方形の場合と正方形の場合の面積を比べてみましょう。確かに 1:2 の長方形の面積の方が大きいかな？

(活動 B)

S. 正方形のときの面積 S_1 は、一辺の長さは $\frac{20}{3}$ m なので

$$S_1 = \frac{20}{3} \times \frac{20}{3} = \frac{400}{9} = 44.444 \dots (\text{m}^2)$$

1:2 の長方形のときの面積 S_2 は、辺の長さが 5m と 10m の長方形なので

$$S_2 = 5 \times 10 = 50 (\text{m}^2)$$

よって $S_1 < S_2$ となり 1:2 の長方形のほうが大きくなることが分かりました。

(活動 C)

- T. 壁を使わないときの最大の面積を用いて、他の場合の最大の面積を図に表せないかな？
S. 壁を使わないときの面積 S_1 を用いると下のような図になる。

このように確かに面積比は 1:2:4 となっています。

- T. 図から壁を使うときはその分だけ囲いが長くなるのがわかるね。

4. 感想

自身が高校の時は公式や解き方を覚えて問題を解けるようにすることだけを考えていました。そして、授業ではいかに問題の解答を分かりやすく解説するかが大切と思っていましたが、それは全くの間違いで、自力解決をする力をつける授業・支援になっていないとわかりました。

また、数学史や学習指導要領の変遷を調べたことで、先人の大変な苦労や今の教育の現状がある理由などがよくわかりました。過去を知ることで現状の課題を解決するヒントがあり、とても参考になりました。

上山 将之

数学学習指導設計 I の講義をうけて、今まで私が受けてきた数学の授業をこれからどのように変えていけばよいかを学んだ。授業を設計するための調べ学習として小倉金之助やジョン・ペリーの考えを知り、この考えを取り入れた授業を展開することが大切だと感じた。問題開発では、いかに考えを取り入れ発展的な問題をつくるかというところが困難だった。しかし、活動や支援、価値を考えていくなかで授業の作り方や何を大事にしていかなければならないかが、講義を受ける前までと比べ、より具体的にわかってきた。この講義で得たものを今後に活かしていきたい。

大河 優志郎

私は、数学指導設計を受け、いかに教育実習で行った授業が良くない授業だったことを思い知らされた。実習校では先生の授業の再現を目指しており、私たちが受けてきた受け身の授業を行っただけであったからだ。今後授業の設計をする際、今回学んだ、問題提示、支援、価値、練り上げ、などさまざま考えることでよりよい授業をできるように工夫、努力していきたい。また、よりよい授業にするために先行研究などもっと知りたいと思った。

岡 友章

今回初めて授業の設計をしてみて、学校で行われる授業の価値を考えるようになった。今まで自分が受けてきた授業を振り返ると、ここまで深く考えて設計されてはいなかったのではないだろうかと思う。生徒の数学における思考や解決は授業の中で養われるのであるから、教師はその授業を練りに練って設計し、生徒の数学的活動を支え、促進できるような指導をすべきなのだ。また、この講義でテーマとした「科学的精神の開発」について調べることで数学を学ぶ意義を根本的な所から考えられた。これから授業するときもその考えを基底に置いて設計していきたい。

奥谷 将裕