数学学習指導設計Ⅰ

一元一次方程式の活用
～活用からの発展～

Ｊ４班

横田真照

堺谷翔太

中林輝一

目次

1　単元設定と設定理由

1.1　単元設定

数と式　第 1 学年　一元一次方程式

1.2　単元理由

この単元を理解することが出来ずに、中学校の数学が難しいと感じる生徒が多いと僕たちの経験から感じた。なので、この単元を理解することが、とても大切であると考えた。よって、生徒が難しいと感じない、自主的に問題に取り組めるような授業をつくりたいと思い、この単元を設定した。

2　教材研究

2.1　中学校学習指導要領数学編

2.1.1　一元一次方程式についての変遷

・昭和 26 年

第 1 学年では、文字を使わず言葉を用いて式を立てる。

〈例〉面積＝縦×横

第 2 学年より文字を使用して式を立てる。方程式の概念は中学校第 2 学年より取り上げられる。積極的に公式を利用する。未知の数量についての条件を等式にかくこと，およびこの等式を数値の計算の関係を示すものとみて，機械的に解けるようにすることの二つに，指導の重点が置かれる。

・昭和 33 年

第 1 学年では、文字を用いて数量およびその間の関係や法則を式表現する。等式において、値のわからない文字が一つのとき、その文字の値を逆算で求められる。

第 2 学年では、文字および文字を用いた式の意味の理解を深め，数量や数量の間の関係を表現する能力をいっそう伸ばす。数と同じように操作できることを理解させ，次の計算に習熟させる。

等式の性質を理解させ，これを用いて方程式を<u>解くこと</u>ができるようにする。

・昭和 44 年

第 1 学年から、方程式を指導する。

等式の性質を理解させ，それを用いて一元一次方程式を<u>解くこと</u>ができるようにする。

・昭和 52 年

方程式の意味を理解させ，一元一次方程式を<u>解くこと</u>ができるようにする。

・平成元年

方程式の意味を理解し、一元一次方程式を<u>用いること</u>ができるようにする。

・平成 10 年

・平成 15 年

方程式の意味を理解し、一元一次方程式を用いることができるようにする。
・簡単な一元一次方程式を解くことができ，それを利用できること。

・平成 20 年
方程式について理解し、一元一次方程式を用いて考察することができるようにする。

2.1.2　数学指導の変遷

数学全体の移り変わりを調べ、方程式をどのように扱うか、用語の移り変わりに注目して考察しました。

学習指導要領の今日的形態は第二次世界大戦後、連合国軍総司令部 G.H.Q の一部局である民間情報教育局 C.I.E の指示で編集されたものが最初である。米軍の指導行政下であった昭和 22 年の C.I.E.からの要求は、米国型の学校教育の移入であった。これは生活での事象を中心とした教育課程を背景となっているもので、中心教科として社会科と理科とを、その周辺の用具教科として国語と算数・数学を位置づけたもので、戦前の算数・数学の内容と比較すると、単元学習における算数・数学は大幅な教材の簡易化せざるを得なかった。これを元に昭和 26 年版の試案が作成された。

昭和 33 年版では、26 年版の試案では学力が伸びない点を反省して、科学技術の向上に応ずるように基礎学力の向上を図るということがあり、基礎的な概念や原理を重視した目標の設定になっている。

世界では昭和 32 年ごろから数学教育の現代化という、科学技術の振興を国家的政策として実施し、数学、理科教育の改革が叫ばれるようになった。昭和 44 年版では、日本もこの影響下にあったが、抜本的な改革を行ったわけではなく、現代化の内容を少し加えたものだった。

昭和 44 年版での反省から 52 年版では、基礎的・基本的な内容を重視するとともに、児童生徒の個性や能力に応じた教育が行われるようになった。また、この年より“ゆとり”という言葉が出た。

平成元年版では、「数学的な見方や考え方のよさを知り」がキーワードになっている。

平成 10 年版で、新たに「数学的活動の楽しさ」が含まれた。問題解決において、身の回りに起こる事象や出来事を数理的に考察する。このような数学的活

動を通して，数学で学習したことを自分なりに今後役立てていく力をつける。

平成 20 年版の目標で『基礎的・基本的な知識及び技能を習得し、それらを活用して問題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力をはぐくむことと、数学の学習に主体的に取り組む態度を養うことにバランスよく取り組む必要がある。』とある。

2.1.3　考察

中学校学習指導要領数学編の変遷から、計算を解くことだけでなく、日常生活で用いることができる指導を目標としていると考えられる。

当初、平成元年版で用語が「解く」から「用いる」に変わっている理由は、ゆとり教育が始まったからだと考えていた。しかし実際には、ゆとりという考えは昭和 52 年ごろから登場していた。そこで、元年版から変わった理由として、数学的な見方や考え方のよさを知ることが目標となったことが考えられる。また、10 年版で元年版の目標に加え、数学的活動の楽しさが取り入れられたことによって、新たに「利用できる」という用語が加えられた。平成 20 年版は、日常生活における事象と数学の世界の事象との特性をとらえ、事象を数理的に考察する。またその過程や成果について、数学的性質を的確に、根拠を明確にして自分の考えを伝え、共有する。さらに元年、10 年版で書かれていた数学的活動の楽しさや数学的な見方や考え方のよさを実感すれば、主体的に取り組む態度になる。このことにより「用いて考察する」という用語に変わったと考えた。

2.2　教科書

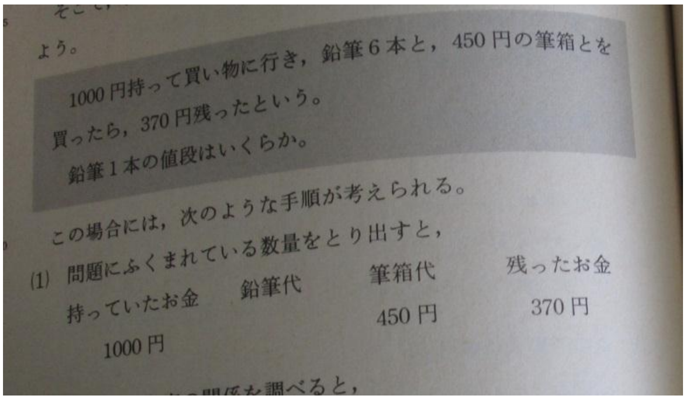
2.2.1　教科書比較

学習指導要領では学習到達目標が方程式を「解く」ことから「用いる」ことに変わっていた。実際に啓林館の昭和 56 年度、平成 5 年度、平成 24 年度の教科書の内容がどのように変化したか調べた。

①平成 24 年度の教科書の章末問題の計算問題が昭和 56 年度のものより減っていた。

②昭和 56 年度の教科書では方程式の導入で、いきなり x=4x+3 のような式が書いてありこのような式を方程式だと説明していた。平成 24 年度の教科書では硬貨の枚数など日常の事象から文字を使って式をつくり、その式を解くやり方が方程式だと説明している。

③教科書の絵が増えた。



よう。

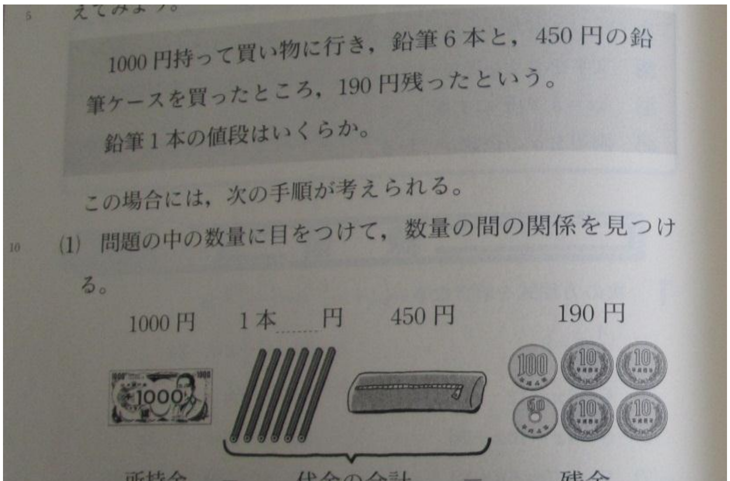
1000 円持って買い物に行き，鉛筆 6 本と，450 円の筆箱とを買ったら，370 円残ったという。
鉛筆 1 本の値段はいくらか。

この場合には，次のような手順が考えられる。

(1) 問題にふくまれている数量をとり出すと，

持っていたお金	鉛筆代	筆箱代	残ったお金
1000 円		450 円	370 円

昭和 56 年度



1000 円持って買い物に行き，鉛筆 6 本と，450 円の鉛筆ケースを買ったところ，190 円残ったという。
鉛筆 1 本の値段はいくらか。

この場合には，次の手順が考えられる。

(1) 問題の中の数量に目をつけて，数量の間の関係を見つける。

平成 24 年度

④平成 24 年度の教科書から生徒に問題をつくらせるようになった。


自分の考えをまとめよう

下のお店で買い物をするときのことを考えて，いろいろな問題をつくってみましょう。
また，方程式を実際につくって解を求め，問題にあっているかどうかを確かめましょう。

1000円持ってパン屋さんに買い物に行きました。1個110円のメロンパンを2個と，1個130円のドーナツを何個か買うと，390円残りました。ドーナツを何個買ったのでしょうか。

2.2.2　考察

今使われている教科書は、絵などが多く使われていて生徒が取り組みやすいよう工夫されていると思っていたが、中学生が絵がないと問題に取り組めないという状況ではよい問題でないと考えられる。なぜなら、絵があることで、問題において何が大切なことなのかがわかってしまうこと、関係性が見えやすくなってしまうことが考えられる。

絵を描くのは問題提供のときではなく、子どもが問題を解くにあたって把握するために、子ども自身に書かせるようにしたらよいのではないだろうか。

これらのことで、問題の中に絵があるとよい問題ではないと考えた。

また、生徒が自ら問題をつくることで、ただ問題を解くだけの為に方程式を学習しているわけではなく、日常の場面でも方程式を使って解決出来るということを意識させているように見える。しかし実際、生徒が作る問題は限られるように感じ、方程式を活用している問題としては適さないと考えられる。

3　テーマと指導計画

3.1　テーマ設定と設定理由

・テーマ

一元一次方程式の活用

～活用からの発展～

・設定理由

生徒が方程式を使って問題を解いて終わるだけでなく、その答えの意味を理解し、そこから発展した内容を方程式を使って考えることができるような数学を行いたいと考えたため。

3.2　指導計画

第 1 学年

第 3 章　方程式	15 時間
1．方程式	
1．方程式とその解	3 時間
2．方程式の解き方	4 時間
3．比と比例式	1 時間
2．方程式の利用	5 時間　・・・（本時）
確かめ、章末問題	2 時間

・学習内容

問題から方程式を見出し、用いて問題を解決する。また、解の意味を考えて理解を深める。

・目標

文字を用いて方程式を立て、式をよみ解決する。

・中心となる考え

方程式を利用し、そしてその方程式から情報を読み取ることができる。試行錯誤し結果の予想をたて、論証できる。

3.3　指導案作成の過程

3.3.1　問題開発

・問題案 1

　ある服に原価 3 割の利益を見込んで定価をつけたが売れなかったので、定価の 2 割引で売ったら売れて 120 円の利益を得た。この服の原価は何円か？

解答

　服の原価を x 円とおく。この服の定価は、$x+0.3x$ 円、売れた金額は $(x+0.3x)\times 0.8$ 円となる。利益が 120 円であるから方程式は、

$$(x+0.3x)\times 0.8-x=120$$

これを解くと、

$$1.04x-x=120$$
$$0.04x=120$$
$$x=3000$$

よって、服の原価は 3000 円。

・問題案 2

　3 時と 4 時の間で、時計の長針と短針が重なるのはいつでしょう。

解答

　一分間に長針と短針が各々何度動くのかを考え、12 時からの角度が等しくなればよい。

長針は一分間に 360/60=6°動くから、x 分間では 6x°動くことになります。

一方で、短針は 1 時間=60 分で 360/12=30°動くから、一分間で 30/60=1/2°になる。よって、x 分間では x/2°動く。

したがって、長針と短針の 12 時からの角度は

長針：6x

短針：90+x/2

これが等しくなるから

6x=90+x/2

12x=180+x

11x=180

x=180/11=16.36≒16

よって、重なる時間は 3 時 16 分。

・問題案３

８％の食塩水と２％の食塩水を混ぜ合わせて６％の食塩水を６００ｇ作りたい。

８％の食塩水を何グラム混ぜればよいか？

解答

8パーセントの食塩水がＸｇとすると、2パーセントの食塩水は（600－Ｘ）ｇ使うことになる。混ぜ合わせると600ｇになるから、二つの食塩水の重さの和は600ｇになる。ここで、6パーセントの食塩水 600ｇには、36ｇの食塩が含まれているはずである。

よって、8パーセントの食塩水と2パーセントの食塩水に36ｇの食塩が含まれるためには以下の一次方程式が満たされればよい。

$0.08 \times X + 0.02 \times (600 - X) = 36$

これを解くと、

$X = 400$

したがって、８パーセントの食塩水４００ｇと

２パーセントの食塩水２００ｇがあればよい。

・問題案４

２桁の自然数が２つあり、１つの自然数は一の位が ｘ 、十の位は一の位より大きい値。もう１つは、先ほどの自然数の一の位と十の位を入れ替えた自然数である。ｘの値を求めよ。

5□=□5+18 の□にはどのような数字が入るか？

解答

□をｘと置いて、

$50 + x = 10x + 5 + 18$

$9x = 27$

$x = 3$

では、△□=□△+○の式の　○にはどのような数字が入るでしょう？（同じ記号には同じ数字が入る）

そして、○にはなぜそのような数字が入るのでしょうか？

△＝ｍ、□＝ｎ（ｍ、ｎは定数）とすると、

$10m + n = 10n + m + x$

$9(m - n) = x$

ｍ－ｎは整数であるから、ｘは必ず９の倍数になる。

日常生活の具体的な事象から方程式を見出し、問題を解決することが活用することだと考えていた。しかし実際には、学んだことを学んだ以上に使いこなすことが重要であり、更に発展させることも大切である。また私たちは、桁数が増えても○には９の倍数が入るということを発見し感動した。そこで、生徒にも自らこれを発見してもらい、この感動を共有したいと思った。

よって、問題案４をもとにして授業で使えるように考えた。

3.3.2　指導案の過程

1回目

問題

△□＝□△＋○の式の○にはどのような数字が入るでしょう？（同じ記号には同じ数字が入る）

生徒に期待する活動

△と□に様々な数字を入れてみて、○には9の倍数が入ることに気づく。　・・・①

↓

△と□に入れた数字の差が同じなら○には同じ数字が入ることに気づく。　・・・②

↓

実際に、方程式を使って①、②が、正しいかを確かめる。

例　△＝m、□＝n（m、nは定数）○=Xとすると、

$$10m+n=10n+m+X$$

$$X=9(m-n)$$

この式から①、②が正しいということがよみとれる。

※改善のポイント

気付くは活動ではない。

気付くための活動を考える。

桁数を増やした場合を考える。

2 回目

問題

△□＝□△＋○の式の○にはどのような式が入るでしょう？（同じ記号には同じ数字が入る）

活動

△と□に様々な数字を入れてみる。

６３＝３６＋[２７]　　　８４＝４８＋[３６]

文字を使う。

方程式を使って問題を解く。

△＝m、□＝n（m、n は定数）、○= x とすると、

10m+n=10n+m+x

∴ x=9(m－n)

式をよむと

△と□に入れた数字の差が同じなら、○には同じ数字が入ることがわかる。

桁数を増やしてみて、成り立つか考えてみた。
（両端の数字だけを入れ替える）

n 桁とすると

$$10^{n-1}a_1 + 10^{n-2}a_2 + 10^{n-3}a_3 + \cdots + 10a_{n-1} + a_n$$
$$= 10^{n-1}\underline{a_n} + 10^{n-2}a_2 + 10^{n-3}a_3 + \cdots + 10a_{n-1} + \underline{a_1} + \mathrm{x}$$

$$(10^{n-1} - 1)(a_1 - a_n) = x$$

※改善のポイント

桁を増やした場合を考え、証明した。しかし、中学一年生で扱う内容ではない。
生徒にあった活動を考える。

3回目

［問題］

△□＝□△＋○の式の○にはどのような数が入るでしょう？
（同じ記号には同じ数字が入る。）

［解答例］

△＝ｋ　、□＝ℓ　、○＝ｘ（ｋ、ℓは定数）とすると、

$$10k+\ell=10\ell+k+x$$

$$\therefore x=9(k-\ell)$$

よってこの式をよむと、○には９の倍数が入ることがわかる。

この問題をさらに発展させ、３桁（△□☆＝☆△□＋○）の場合○にはどのような数が入るか考えてみる。

△＝ｋ　、□＝ℓ　、☆=m　、○＝ｘ（ｋ、ℓ、mは定数）とすると、

$$100k+10\ell+m=100m+10k+\ell+x$$

$$\therefore x=9(10k+\ell-11m)$$

よってこの式をよむと、○には９の倍数が入ることがわかる。

また、４桁（△□☆◇＝□◇△☆＋○）の場合○にはどのような数が入るか考えてみる。

△＝ｋ　、□＝ℓ　、☆=m　、◇＝ｎ　、○＝ｘ（ｋ、ℓ、m、ｎは定数）とすると、

$$1000k+100\ell+10m+n=1000\ell+100n+10k+m+x$$

$$\therefore x=9(110k-100\ell+m-11n)$$

よってこの式をよむと、○には９の倍数が入ることがわかる。

以上より、５桁、６桁、７桁・・・と、どんなに桁数を増やしていっても○には９の倍数が入ると予想できる。

※改善のポイント

２回目の最後の活動は中学生では扱わない内容だったので、文字を用いることで、桁数が増えても解は９の倍数になることを示した。
これを図を用いて示す方法の検討を始める。
生徒が３桁・４桁と桁数を増やそうと思えるような問題提起の仕方ではないと指摘されたので、問題提示の仕方を考える。

4 回目

［問題］
　ある数があり、その数の数字を並び替えてできる新しい数（元の数より小さい）と元の数が等しくなるには、新しい数にどのような数を足せばよいでしょう。

［活動］

問題を記号を用いて式に表す。
　△＝□＋〇の式の〇にはどのような数が入るでしょう？
（□には、△の数の数字を並び替えてできた数が入る。）

△・□に入る数が２桁だとする。
△・□で使われる数字がｋ・ℓ（ｋ、ℓは定数）、〇＝ｘとすると、

$$10k+\ell=10\ell+k+x$$

$$\therefore x=9(k-\ell)$$

よって、この式をよむと〇には９の倍数が入ることがわかる。

△・□に入る数が３桁だとする。
△・□で使われる数字がｋ・ℓ・ｍ（ｋ、ℓ、ｍは定数）、〇＝ｘとすると、

$$100k+10\ell+m=100m+10k+\ell+x$$

$$\therefore x=9(10k+\ell-11m)$$

よってこの式をよむと、〇には９の倍数が入ることがわかる。
また、同様にするとどのように並べ替えても〇には９の倍数が入ることがわかる。

△・□に入る数が４桁だとする。
△・□で使われる数字がｋ・ℓ・ｍ・ｎ（ｋ、ℓ、ｍ、ｎは定数)、〇＝ｘとすると、

$$1000k+100\ell+10m+n=1000\ell+100n+10k+m+x$$

$$\therefore\ x=9(110k-100\ell+m-11n)$$

よってこの式をよむと、〇には９の倍数が入ることがわかる。
また、同様にするとどのように並べ替えても〇には９の倍数が入ることがわかる。

どんな場合でも〇には９の倍数が入る。(図で説明)

※改善のポイント

問題提示の仕方を変えて活動の流れがよくなった。
生徒が活動できるような支援を考える。
図を考える。

５日目

[問題]
ある２桁以上の数があり、その数の数字を並び替えて出来る新しい数（元の数より小さい）と元の数が等しくなるには、新しい数にどのような数を足せばよいでしょう。

[活動]

支援（特殊）
問題を記号を用いて式に表す。
△＝□＋○の式にはどのような数が入るでしょう？
（□には、△の数の数字を並び替えてできた数が入る。）

支援（一般）
文字を使って表せれるかな？

活動 A
△・□に入る数字が２桁だとする。
△・□で使われる数字が k・l（k、l は定数）、○＝x とする、

$$10k+l=10l+k+x$$
$$\therefore x=9(k-l)$$

よってこの式をよむと○には９の倍数が入ることがわかる。

支援（一般）
桁を増やしてみたらどうだろう。

活動 B1
△・□に入る数が３桁だとする。
△・□で使われる数字が k・l・m（k、l、m は定数）、○＝x とすると、

$$100k+10l+m=100m+10k+x$$
$$\therefore x=9(10k+l-11m)$$

よってこの式をよむと、○には９の倍数が入ることがわかる。
また、同様にするとどのように並べ替えても○には９の倍数が入ることがわかる。

活動 B2

△・□に入る数が 4 桁だとする。

△・□で使われる数字が k・l・m・n（k、l、m、n 定数）、○＝x

$$1000k+100l+10m+n=1000l+100n+10k+m+x$$

$$\therefore x=9(110k-100l+m-11n)$$

よってこの式をよむと、○には 9 の倍数が入ることがわかる。

また、同様にするとどのように並び替えても○には 9 の倍数が入ることがわかる。

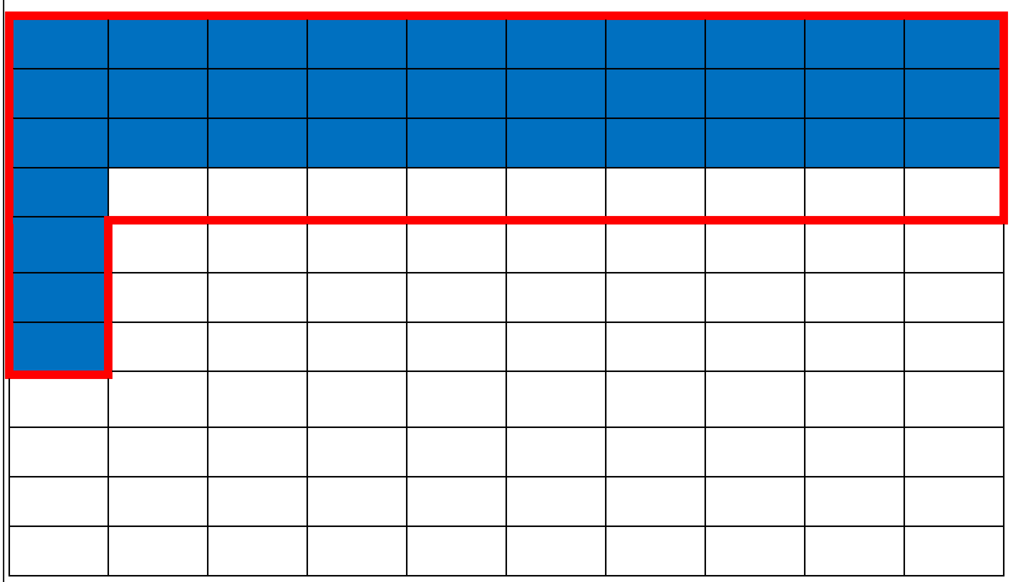
支援（特殊）

図での説明を考えてみよう。

活動 C

図で描ける。

例　43 の場合



※改善のポイント

一般的な支援と特殊な支援を考えた。
しかし、活動に適していなかったり、一般と特殊が混合していた。
解が 9 の倍数になることを示す図を考えた。

6 回目

[問題]
　ある数があり、その数の数字を並び替えてできる新しい数（元の数より小さい）と元の数が等しくなるには、新しい数にどのような数を足せばよいでしょう。

[活動]

一般的な支援
　２桁で考えてみよう。
特殊な支援
　問題を記号を用いて式に表す。
　　△＝□＋○の式の○にはどのような数が入るでしょう？
　（□には、△の数の数字を並び替えてできた数が入る。）
　□と△を文字を使って表せれるかな？

活動Ａ
　△・□に入る数が２桁だとする。
　△・□で使われる数字が a・b（a , b は定数)、○＝x とすると、
$$10a+b=10b+a+x$$
$$\therefore x = 9(a-b)$$
　よって、この式をよむと○には９の倍数が入ることがわかる。

一般的な支援
　桁数を増やしてみたらどうだろう？
特殊な支援
　3 桁だったらどのように文字で表すか

活動Ｂ１

△・□に入る数が３桁だとする。

△・□で使われる数字が a・b・c（a、b、c は定数）、○＝ x とすると、

$$100a+10b+c=100c+10a+b+x$$

$$\therefore x=9(10a+b-11c)$$

よってこの式をよむと、○には９の倍数が入ることがわかる。

また、同様にすると<u>どのように並べ替えても○には９の倍数が入ることがわ</u>

支援

色々な並び替え方でやってみよう

活動Ｂ２

△・□に入る数が４桁だとする。

△・□で使われる数字が a・b・c・d（a、b、c、d は定数）、○＝ x とすると、

$$1000a+100b+10c+d=1000b+100d+10a+c+x$$

$$\therefore x=9(110a-100b+c-11d)$$

よってこの式をよむと、○には９の倍数が入ることがわかる。

また、同様にすると<u>どのように並べ替えても○には９の倍数が入ることがわかる。</u>

一般的な支援

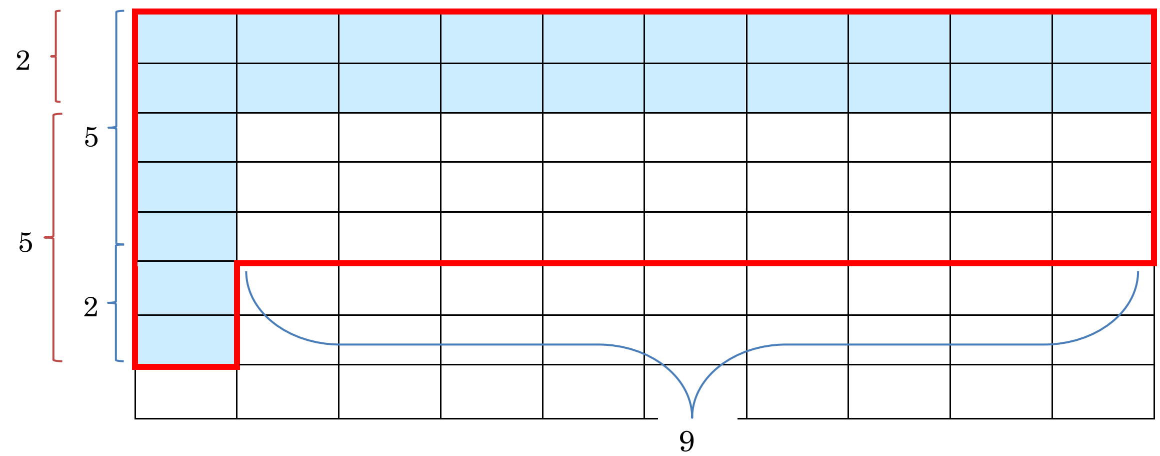
どんな桁数でも９の倍数になることを表せないかな？

特殊な支援

図での説明を考えてみよう

活動Ｃ１

例 52 のとき



入れ替えると「25」なので、52 と 25 の差を図でかいた。一の位の値は同じであるから、差は 9 の倍数。

活動Ｃ２

例　４２１と２１４のとき

	百	十	一
４２１	●●○○	●○	●
２１４	●●	●	●○○○

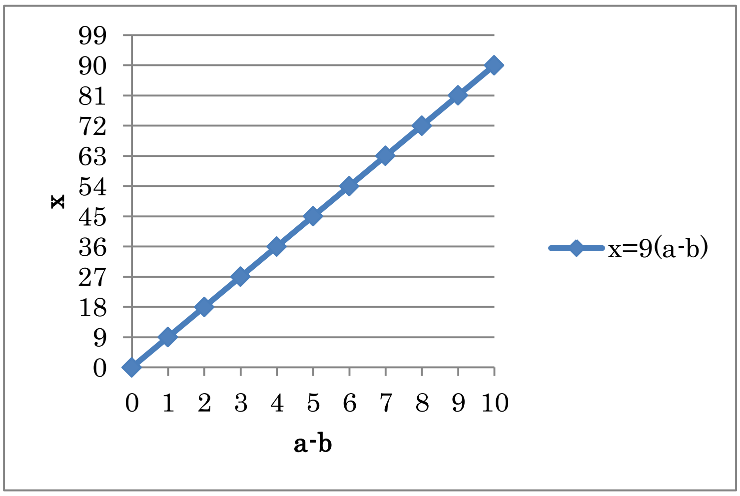
（●は消去でき、○は残る。）

上と下の差は 99×2+9×1、つまり 9（22+1）となり 9 の倍数。

活動Ｃ３

２桁の場合、活動Ａの式より（a-b）を横軸とし、ｘを縦軸としてグラフをかく。

同様に３桁、４桁、・・・の場合でも（　）の中を横軸にすると９の倍数のグラフになる。



※改善のポイント

活動Ｂでは、複数の組み合わせがあるため補助的な支援をいれた。
活動Ｃ３の図はトートロジーになっており、ここでの活動に適さない。
問題提示、活動の価値、練り上げを考える。

3.4　指導案

［問題］

　ある２桁以上の数があり、その数の数字を並び替えてできる新しい数（元の数より小さい）と元の数が等しくなるには、新しい数にどのような数を足せばよいでしょう。

問題の把握

　［口頭］

　　ある数を△、並び変えた数を□としたら、

　　「△＝□＋○（板書）」の式ができるよね。○にはどのような数が入るだろう？

［活動］

特殊な支援

　□と△を文字を使って表せられるかな？

　２桁で考えてみよう。

活動Ａ　：文字式で表す。

価　値　：９の倍数になることを予測する基礎となる。

　△・□に入る数が２桁だとする。

　△・□で使われる数字が a・b（a , b は定数)、○＝ x とすると、

$$10a+b=10b+a+x$$

$$\therefore x = 9(a-b)$$

　よって、この式をよむと○には９の倍数が入ることがわかる。

一般的な支援

　桁数を増やしてみたらどうだろう？

特殊な支援

　３桁だったらどのように文字で表すか

活動Ｂ　：桁数を増やして考える。
価　値　：どんな桁でも９の倍数になることが予想できる。

活動Ｂ

△・□に入る数が３桁だとする。

△・□で使われる数字が a・b・c（a、b、c は定数）、○＝ x とすると、

$$100a+10b+c=100c+10a+b+x$$

$$\therefore x=9(10a+b-11c)$$

よってこの式をよむと、○には９の倍数が入ることがわかる。

また、同様にするとどのように並べ替えても○には９の倍数が入ることがわかる。

支援
色々な並び替え方でやってみよう

活動Ｂ２

△・□に入る数が４桁だとする。

△・□で使われる数字が a・b・c・d（a、b、c、d は定数）、○＝ x とすると、

$$1000a+100b+10c+d=1000b+100d+10a+c+x$$

$$\therefore x=9(110a-100b+c-11d)$$

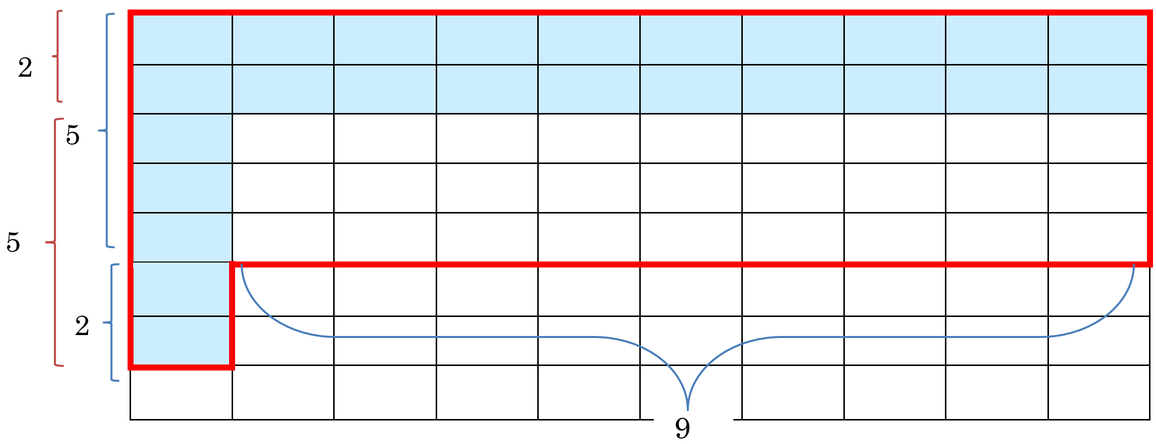
よってこの式をよむと、○には９の倍数が入ることがわかる。

また、同様にするとどのように並べ替えても○には９の倍数が入ることがわかる。

一般的な支援
どんな桁数でも９の倍数になることを表せないかな？
特殊な支援
図での説明を考えてみよう

活動Ｃ　：図で表現。
価　値　：９の倍数を図で表現できる。

活動Ｃ１
例 52 のとき



入れ替えると「25」なので、52 と 25 の差を図でかいた。一の位の値は同じであるから、差は 9 の倍数。

活動Ｃ２
例　４２１と２１４のとき

	百	十	一
４２１	●●○○	●○	●
２１４	●●	●	●○○○

（●は消去でき、○は残る。）

上と下の差は 99×2＋9×1、つまり 9（22＋1）となり 9 の倍数。

（練り上げ）

文字式で表すと何がよかったかな？

・「関係が見やすくなった。」

2 桁の場合を解いたら何が分かったかな？

・「2 つの数の差が重要。」

・「９の倍数になった。」

文字式を使うと関係が見やすくなったね。

2 桁の場合では 9 の倍数になったけど、桁数を増やしてみるとどんなことが予想できるだろう？

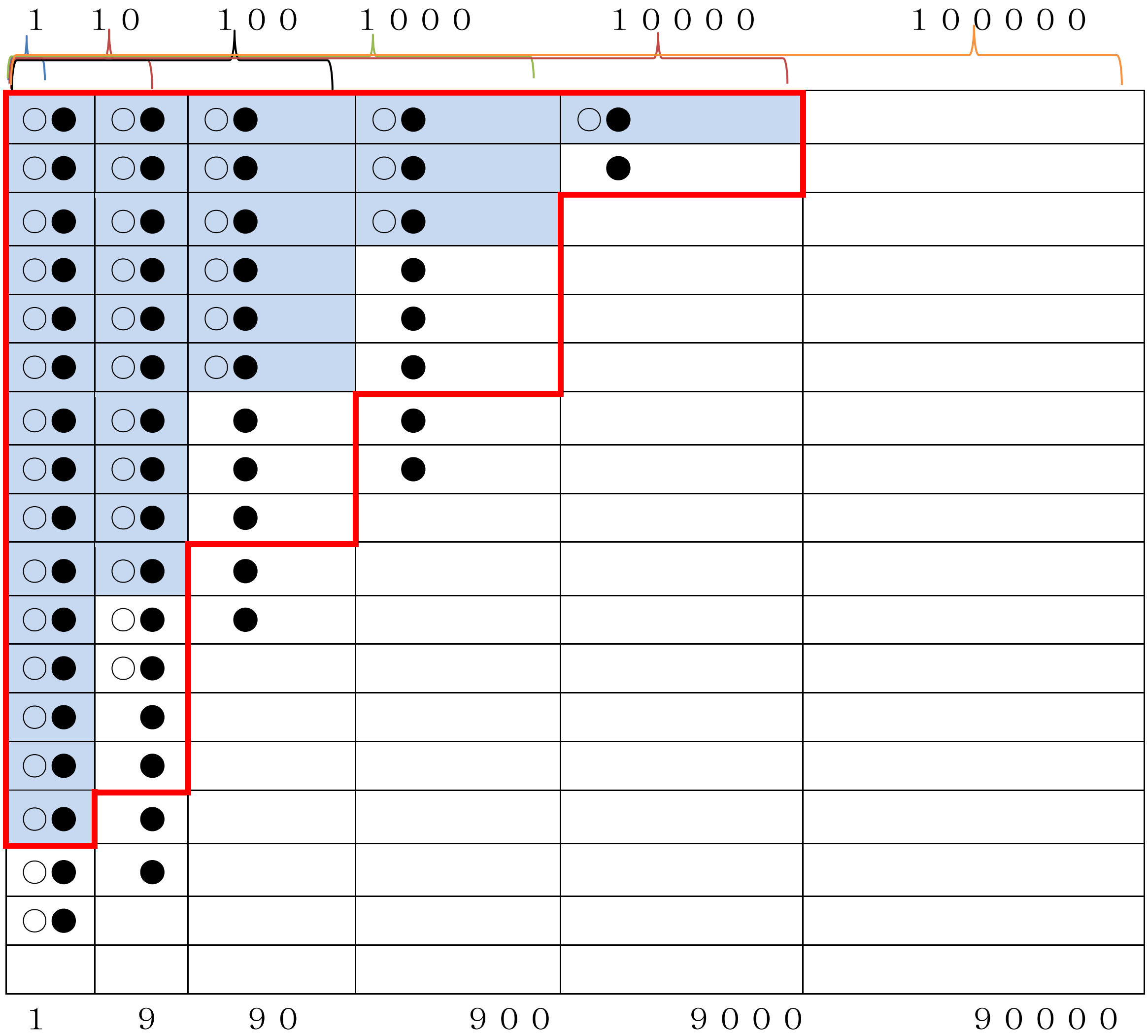
・「桁数を増やしても９の倍数になると思う。」

文字式で表すことで桁数を増やした場合でも考えることができるよね。

どんな桁数でも 9 の倍数になることを図で表せないかな？

１２３４５と、２４３５１の場合（板書）

①



差は必ず９の倍数の枠だけでる。これは桁を増やしても差は９の倍数になる。また、４を６とすると、１２３６５（○）と、２４３５１（●）となるが、このときも差は必ず９の倍数の枠だけである。

この図のよい点、悪い点はどこかな？

①

よい点

・「９の倍数の枠があって、パッと見で９の倍数だとわかる。」

悪い点

・「数が大きいとマスを描くことがたいへんになる」

・「数字の変更がしづらい」

①の図の悪い点を補うには他にどんな図が考えられる？

②

	十万の位	万の位	千の位	百の位	十の位	一の位
12345		●	●●	●●●	●●●● 《【 】》【 】	●○○○○
24531		●○	●●○○ 【 】【 】	●●●	●●●● 《○》	●

●は消去でき、○は残る。
差は、9999×1＋999×2＋9×1、つまり 9(1111＋222＋1)と表せ 9 の倍数である。
4 を 6 とすると【 】が増えて、《 》が消去される。
差は、9990×1＋999×4、つまり 9(1110＋444) と表せ 9 の倍数である。

この図のよい点、悪い点はどこかな？

②

よい点

・「各位の数字が比較しやすい。」

・「位の数字を変えやすい。」

悪い点

・「計算しないとわかりづらい」

②の図の悪い点は①の図が補えているよね。

それぞれの図にはいい点、悪い点があるけど、どちらの図もしっかり確認できているよね。

文字式から 9 の倍数になるという予測がたったよね。
そして、いかなる場合でも 9 の倍数となることが分かるよね。

参考・引用文献

中学校学習指導要領解説　数学編　平成 20 年 9 月　文部科学省
学習指導要領データーベース(http://www.nier.go.jp/guideline/)
数学 1　（昭和 56 年度中学校第 1 学年数学教科書）　啓林館
数学 1 年　（平成 5 年度中学校第 1 学年数学教科書）　啓林館
未来へ広がる数学 1　（平成 24 年度中学校第 1 学年数学教科書）　啓林館

感想

まず、学習指導要領解説数学編の変遷を見てから、過去の教科書と現在の教科書を見比べることができた。そこで、現在の教科書が思ったよりよいものではなく驚いた。

また、僕たちの班が当初考えていた活用や多様が全く違っていて、日常生活の事象から考えること、日常生活で使えることだけが活用ではないこと、雑多ではないことを知った。今回の問題では、最終的に図を用いて考える活動場面があり、受講前に思っていなかった、一元一次方程式の問題から発展した活動を考えることができた。

数学指導設計の講義は今回 2 回目で、おおよその流れは把握しているつもりだった。しかし当たり前ながら、単元が違えば活動や支援、目標も変わってきて、昨年 1 時間の授業で満足していたことが、今年も受講したことで改めることができた。今後、僕が受けていたわかりやすく説明する授業ではなく、子どもが自力解決できる授業を考えていきたい。

横田真照

私は指導案を作るということを、単に教科書の内容に沿って作ればいいと思っていました。しかし実際に作り始めると難しく、自分の考えが間違っているということを知りました。

指導案を作るにあたり、生徒の活動を促す支援が大切だと知り、自分が今まで受けてきた授業とは全く違う形で、衝撃的でした。自分が受けてきた授業と違う形の授業を作るということに最初は戸惑いましたが、講義を重ねていくうちに問題提起の仕方など、指導案を作る上で重要な点を理解したように思います。

今回の講義で学んだことを活かし、生徒にわかりやすい授業を作ることがで

きる教師になりたいと思います。

中林 輝一

３人で半年間もかけてようやく１時間分の授業の指導案ができて、これを１人で１年分もつくるのはとても大変で、教師になったら早く指導案をつくることに慣れなければいけないと思う。また、このような問題を解いた後もそれ以上の発見ができるような授業をされると、数学が楽しくなり積極的に授業に参加できるようになるだろうと思った。

ただ、自分の中学校のころを思い出すと、指導案通りに進むことが期待できないクラスや生徒がたくさんあり、そのようなときにどうするかも考えておかないといけないと思う。

堺谷 翔太