

1 次関数の利用

—文章を式で表現する—

J3 小西健司
森智哉
松岡涼

★本レポートの構成

1. 単元設定
2. 指導案の歴史
 - 2-1. 小学校
 - 2-2. 中学校
 - 2-3. 高等学校
3. 教科書分析
4. 教材研究
 - 4-1. au カタログ
 - 4-2. docomo カタログ
5. 問題開発
6. 指導案
7. 参考図書
8. 感想

1. 単元

まず、私たちは自分たちの作りたい部分の授業単元を考えてみることにした。

単元：1次関数 → 中学校第2学年の内容

単元設定の理由

私たちの経験上から、式の形になっていると解くことができるが、長い文章題になって自分で式をたてないといけなくなると、とたんに分からなくなってできなくなる。

それは「計算して終わり」という形になっていて自分の頭で考えなくなる(与えられたものを解いて終わり)なので、文章題を解くときの手助けにならないから解くことができない。

今の子どもたちも上記のようにつまづいてしまうのではないかと思った。だから私たちは「1次関数の利用」の指導案を作りたいと考えた。

ここから、

- ・1次関数の指導はどうあるべきか
- ・どのような根拠で授業を作っていくのか
- ・中学校第3学年で習う“2次関数”とはどう違うのか

ということを検討していこうと考え、それにはまず、指導案がどのように変遷されてきたのかを調べ、自分たちの“1次関数”の定義を考えてみることにした。

2. 指導案の歴史

私たちは、自分たちの“1次関数”を考えるため、“関数”に関する指導案の歴史を探ってみることにした。

2-1. 小学校

・昭和26年度

「日常生活をおくるのを便利するために算数を学ぶ」

という立場に立って数学教育を行う。

→算数を学ぶことによって、数量関係から経済的な生活に結びつけることができ、さらに日常生活で使われていくのが理想。

比例・反比例もその立場に立って、指導を行う。

・昭和33年度

第5・6学年は小学校でのまとめの学習という位置づけ

→実際に使う場面で適切に使うことができるよう目標を立てる。

初めて“比例・反比例”という文言が登場。

・昭和43年度

目標：日常的な事象を数理的にとらえること。

比例についての定義が記載 → 本格的に比を取り入れる傾向。

「比例・反比例のグラフ」から「数の連続性」について捉える。

・昭和52年度

目標：日常の事象を数理的にとらえて筋道を立てて考え、

処理する能力を育てること。

関数的な見方を育てようとする傾向が強い。

「態度を育てる」という文言が登場

→数値で表すことができない関心・意欲・態度などを見始めた。

「歩合」 → 触るだけ。

・平成元年

目標：数学の処理の良さが分かったうえで日常生活に活かす

→ { 第5学年：関数（伴って変わる関係）はほとんど扱われない。
第6学年：抽象的に関数を学ぶ（伴って変わる関係）

- ・平成 10 年度

目標：数学活動の楽しさに重点を置く。

→単独の領域で考えるのではなく、相互に関連しあうという考え方。
具体的な場面を通して数量関係を見ていく → 「平均」の概念の追加。
反比例についての記載なし → 学習の重点を置かない。

- ・平成 20 年度

目標：表現する能力 → 自分の考えを人に伝える。

2-2. 中学校

①第1学年

昭和33年度：比についての内容

昭和44年度：集合、定義域、値域の内容

昭和52年度以降 → 数量関係として内容を1つにまとめられていった。
比例、座標が関数関係として1つの内容に。

②第2学年

どの年度にもグラフ、1次関数の内容がある。

昭和44年度以降 → 二元一次方程式の内容も含む。

平成元年：資料活用についての内容が追加。

平成10年度・15年度：確率の内容。

③第3学年

$y = ax^2$ の関数の理解を含む

昭和33年度：二元一次方程式、資料活用の内容が項目としてできる。

昭和44年度：逆関数の内容。

昭和52年度：集合の内容。

平成元年：確率、母集合の内容。

平成10年度以降 → その内容に絞る。

2-3. 高等学校

(ただし、平成 10 年度、平成 15 年度、平成 20 年度のみ)

①数学 I

関数の領域：「二次関数」が該当。

→平成 10 年度、平成 15 年度：内容が同じ。

平成 20 年度と比べると、関数のグラフについて同時に考えている。

平成 20 年度：「二次方程式・二次不等式」になっている。

②数学 II

関数の領域：「指数・対数・三角関数」と「微分・積分」が該当。

平成 10 年度、平成 15 年度：項目の変化なし

→平成 15 年度と平成 20 年度では変化。

・平成 15 年度で「いろいろな関数」となっていたところ

→平成 20 年度では「指数関数・対数関数」と「三角関数」に分割。

[理由] 「いろいろな関数」＝ひとつの項目にまとめてしまう

→一つ一つを項目で分けてしまう方が生徒への関数への区分をさせ用途しているのではないか。

3. 教科書分析

指導案の歴史を調べ、私たちは「文章を式で表現する」というテーマのもとに、授業設計を行うことに決めた。そしてこのテーマに合う 1 次関数のテーマは「1 次関数の利用」であると考えた。

なのでこのテーマを軸に、現行の中学校 2 年生の教科書「楽しい数学」(啓林館)を用いて具体的な分析を行ってみた。

具体例・・・電話料金の問題 (参考：啓林館 P75)

問題

ある電話会社には、次のような料金プランがあります。

	月額基本使用料金	1 分ごとの通話料金
A プラン	3500 円	30 円
B プラン	2000 円	40 円

$$\boxed{\text{1ヶ月の使用料金}} = \boxed{\text{月額基本使用料}} + \boxed{\text{1分ごとの通話料}} \times \boxed{\text{通話時間(分)}}$$

1ヶ月に何分通話すると、

A プランの方が B プランより使用料が安くなりますか

→この問題から考えること

・この問題を解くには、交点を求めないといけない。

1 次関数の利用に入る前までの単元だと、「交点を求めよ」と問われていたが、この問題では、「1ヶ月に何分通話すると、A プランの方が B プランより使用料が安くなりますか」と問われており、答えにいたるまでの道のりはどちらも同じなのだが、文章で交点がさしているものがかめていないので同じだとは思えない。

・この問題が表でなく文章の問題だった場合を考えてみると・・・

ある電話会社には、A プランと B プランの料金プランがあります。A プランは月額基本使用料金が 3500 円で、1 分ごとの通話料金が 30 円である。B プランは月額基本使用料金が 2000 円で 1 分ごとの通話料金が 40 円である。1 ヶ月の使用料金は 1 分ごとの通話料と通話時間をかけたものを月額基本使用料で足したら、求めることができます。

→文章から 1 つの式の関連性を見つけるのが難しい。

式を立てるのに必要な情報を文章から見つけることはできるけど、比例などの数字の関連性を利用することができない。

しかし、現行の教科書では「日常生活ではこのような問題は発生しない」ものが問題文として作られているので、本当の意味で数学を利用しているとはいえない、ということが分かった。

4. 教材研究

教科書分析を受けて、私たちは「問題として定式化されていないもの」を考えることによって、日常生活でも利用されるような数学的な問題を開発しようと考えた。

その教材として選んだものが、au、docomo、softbank3社の携帯電話の通話料金である。

4-1. au カタログ

通話

式： $\bigcirc x$ + $\square\square\square$ - $\triangle\triangle\triangle$
通話料金(時間は秒) 基本料金 無料通話

● 「誰でも割」

→au の基本使用料割引サービス、定額料は不要
(2年契約で基本使用料半額になる)

・ 誰でも割 適応時

①プラン Z シンプル $f(x) = \frac{21}{30}x + 980$

→au スマホ/au ケータイ宛の通話&SMS (Cメール) がお得なプラン

無料通話つきプラン

②プラン SS シンプル

→無料通話時間：約 1500 秒 = 約 25 分

$$\begin{cases} i(x) = 980 (x < 1500) \\ i(x) = \frac{21}{30}(x - 1500) + 980 (x \geq 1500) \end{cases}$$

③プラン S シンプル

→無料通話時間：約 3750 秒 = 約 62 分

$$\begin{cases} j(x) = 1627 (x < 3750) \\ j(x) = \frac{16.8}{30}(x - 3750) + 1627 (x \geq 3750) \end{cases}$$

④プラン M シンプル

→無料通話時間：約 8678 秒 = 約 145 分

$$\begin{cases} k(x) = 2625 (x < 8678) \\ k(x) = \frac{14.7}{30}(x - 8678) + 2625 (x \geq 8678) \end{cases}$$

⑤プラン L シンプル

→無料通話時間：約 15750 秒 = 約 262 分

$$\begin{cases} l(x)=4147(x < 15750) \\ l(x)=\frac{12.6}{30}(x-15750)+4147 (x \geq 15750) \end{cases}$$

⑥プラン LL シンプル

→無料通話時間：約 48000 秒 = 約 800 分

$$\begin{cases} m(x)=7035(x < 48000) \\ m(x)=\frac{15.75}{60}(x-48000)+7035(x \geq 48000) \end{cases}$$

⑦プラン W シンプル

→無料国際通話つき料金プラン

(無料国際通話時間：約 3543 秒 = 約 59 分)

(国内も au 宛なら 1 時～21 時まで無料、国内 SMS は送受信 24 時間無料)

$$\begin{cases} h(x)= 2480(x < 3543) \\ h(x)=\frac{21}{30}(x-3543)+2480(x \geq 3453) \end{cases}$$

⑧プラン E シンプル

→ダブル定額スーパーライトの上限と同等のポケット定額が自動適用

→au ケータイのポケット通話料定額プラン 3 種類の中で
一番低いもの

$$g(x)=\frac{21}{30}x+780$$

⑨プラン F (IS) シンプル

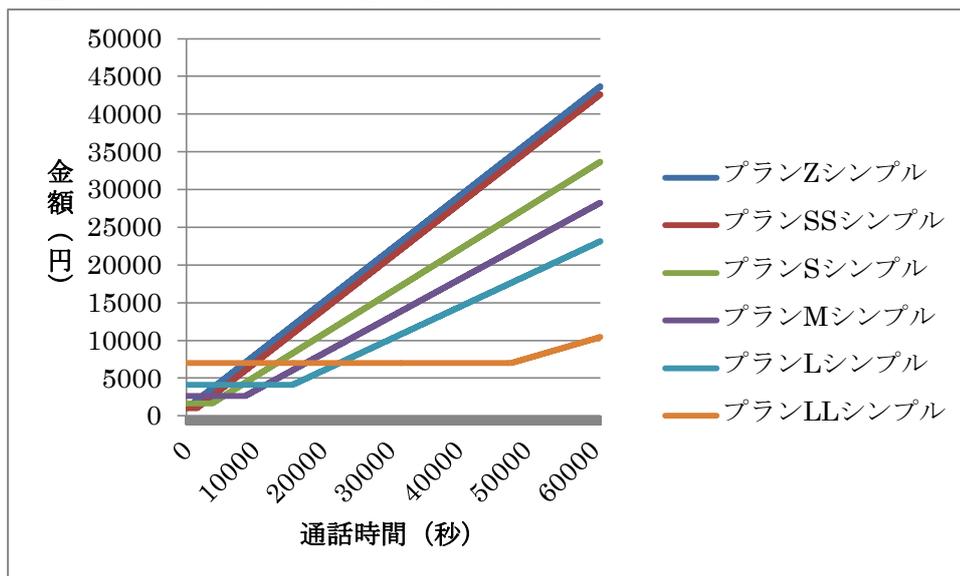
→ポケット通信料定額プランの「IS フラット」自動適用される

→au スマホでの定額プラン

(au ケータイの定額プランも利用可能)

$$n(x)=\frac{21}{30}x+6240$$

通話プランのグラフ (①～⑥のみ)



・ 誰でも割 適応前

①プラン Z シンプル

$$f(x) = \frac{21}{30}x + 1961$$

無料つきプラン

②プラン SS シンプル

$$\begin{cases} i(x) = 1961 (x < 1500) \\ i(x) = \frac{21}{30}(x - 1500) + 1961 (x \geq 1500) \end{cases}$$

③プラン S シンプル

$$\begin{cases} j(x) = 3255 (x < 3750) \\ j(x) = \frac{16.8}{30}(x - 3750) + 3255 (x \geq 3750) \end{cases}$$

④プラン M シンプル

$$\begin{cases} k(x) = 5250 (x < 8678) \\ k(x) = \frac{14.7}{30}(x - 8678) + 5250 (x \geq 8678) \end{cases}$$

⑤プラン L シンプル

$$\begin{cases} l(x) = 8295 (x < 15750) \\ l(x) = \frac{12.6}{30}(x - 15750) + 8295 (x \geq 15750) \end{cases}$$

⑥プラン LL シンプル

$$\begin{cases} m(x) = 14070 (x < 48000) \\ m(x) = \frac{15.75}{60}(x - 48000) + 14070 (x \geq 48000) \end{cases}$$

⑦プラン W シンプル

$$\begin{cases} h(x) = 4960 (x < 3543) \\ h(x) = \frac{21}{30}(x - 3543) + 4960 - 2480 (x \geq 3543) \end{cases}$$

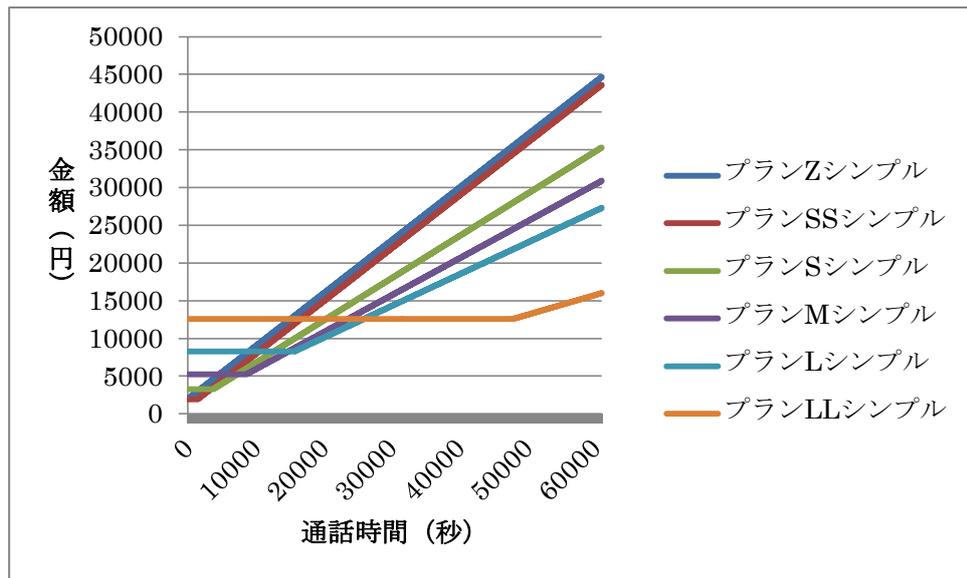
⑧プラン E シンプル

$$g(x) = \frac{21}{30}x + 1560$$

⑨プラン F (IS) シンプル

$$n(x) = \frac{21}{30}x + 7020$$

通話プランのグラフ (①～⑥のみ)



4G LTEスマートフォン、iPhone5対象

…このほかに、

- LTE プラン (Z シンプルと同じ。)→au スマホ/au ケータイ宛の通話&SMS (C メール) がお得なプラン
- au 通話定額 24 (定額料: 500 円/月)→au スマホ/au ケータイ宛の国内通話 24 時間無料 (ただし、LTE プラン契約者のみ)
- 通話ワイド 24 (定額料 980 円/月)→au 以外の相手にかけても、国内通話 24 時間半額 (ただし、LTE プラン契約者のみ)
- 誰でも割→上記の通り
- 家族割 (定額料: 不要)→家族間で au スマホ/au ケータイの場合、家族間の国内通話料 24 時間無料 (ただし、誰でも割にも加入)
- 年割 (定額料: 不要、1 年契約)→加入した月から基本使用料を割引。更新し続けると、割引額が徐々に大きくなる。
- スマイルハート割 (定額料: 不要、1 年契約)→基本使用料、au 携帯電話/一般電話への国内通話料、テレビ電話通話料、au 携帯電話への SMS 送信料が半額。
- 毎月割 (定額料: 不要)→各種割引サービス適用後の月額基本使用料の合計額から割引。(ただし、スマホパッケージ定額料金プラン「LTE フラット」or「IS フラット」のどちらかにも加入)
- 指定割通話定額 (定額料: 390 円/月)→指定した 3 件までの au スマホ/au ケータイ宛の国内通話料 24 時間無料
- 指定割 (定額料: 315 円/月)→指定した 3 件までの au 携帯電話、一般電話、IP 電話への国内通話料・テレビ電話通話料が半額
- 無制限くりこし (定額料: 不要)→無料通話つきプランの場合、余った無料通話が上限額まで無制限でくりこし。
- カーナビ料金オプション (定額料: 210 円/月)→対象カーナビ利用時の通信料がパッケージ通信料定額/割引サービスの上限額対象でお得。

インターネットプラン

式： $\bigcirc x$ + $\square\square\square$
 パケット料金 基本料金

①EZ WIN コース $f(x) = 0.21x + 315$

②ダブル定額シリーズ

(Ezweb・E メール上限額：4410 円/月、

PC サイトビューア利用時の上限額：5985 円/月)

①'ダブル定額スーパーライト $g(x) = 0.105x + 390$

②'ダブル定額ライト $i(x) = 0.084x + 1050$

③'ダブル定額 $j(x) = 0.0525x + 2100$

③LTE NET (EZ WIN コースと同じ) $i(x) = 0.63x + 315$
 (ただし、単位は円/KB)

④LTE フラット (定額サービス) $j(x) = 5985$

⑤IS NET コース (EZ WIN コースと同じ) $k(x) = 0.21x + 315$

⑥IS フラット (定額サービス) $l(x) = 5460$

(ダブル定額シリーズも利用可)

4G LTE スマート
 フォン、iPhone5
 対象

+WiMAX 搭載ス
 マートフォン、
 3G スマートフォ
 ン、iPhone 4S 対
 象

このほかに・・・

●4G LTE スマートフォン、iPhone5 対象

・デザイリングオプション (利用料：525 円/月)

→スマートフォンを Wi-Fi ルーターとして使用できるプラン。

(ただし、「LTE フラット」契約の場合のみ可能)

●+WiMAX 搭載スマートフォン、3G スマートフォン、iPhone 4S 対象

・+WiMAX (高速通信サービス) (利用料：525 円/月)

→スマートフォンを Wi-Fi ルーターとして利用する。

使った月だけの支払い。

・au スマートバリュー (定額料：不要)

→家のブロードバンドとセットにするとスマホが得するプラン。

(ただし、「LTE フラット」 or 「IS フラット」 or 「プラン F (IS) シンプル」を利用+固定通話サービスで「ネット」+「電話」を利用して利用している場合のみ)

4-2. Docomo カタログ

・バリュープラン (割引適応前)

タイプ SS バリュー $a(x) = \frac{21}{30}x + 1957 - 1050$

タイプ S バリュー $b(x) = \frac{18.9}{30}x + 3150 - 2100$

タイプ M バリュー $c(x) = \frac{14.7}{30}x + 5250 - 4200$

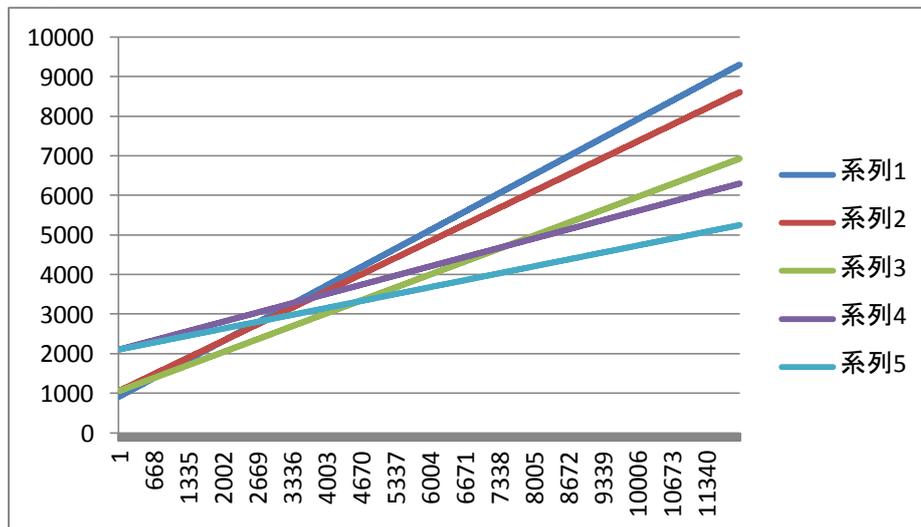
タイプ L バリュー $d(x) = \frac{10.5}{30}x + 8400 - 6300$

タイプ LL バリュー $e(x) = \frac{7.875}{30}x + 13650 - 11550$

タイプリミットバリュー $f(x) = \frac{21}{30}x + 2730 - 2310$

タイプシンプルバリュー $g(x) = \frac{21}{30}x + 1557$

料金グラフ



・バリュープラン(ファミ割 or ひとりでも割)

タイプ SS バリュー $a(x) = \frac{21}{30}x + 980 - 1050$

タイプ S バリュー $b(x) = \frac{18.9}{30}x + 1575 - 2100$

タイプ M バリュー $c(x) = \frac{14.7}{30}x + 2625 - 4200$

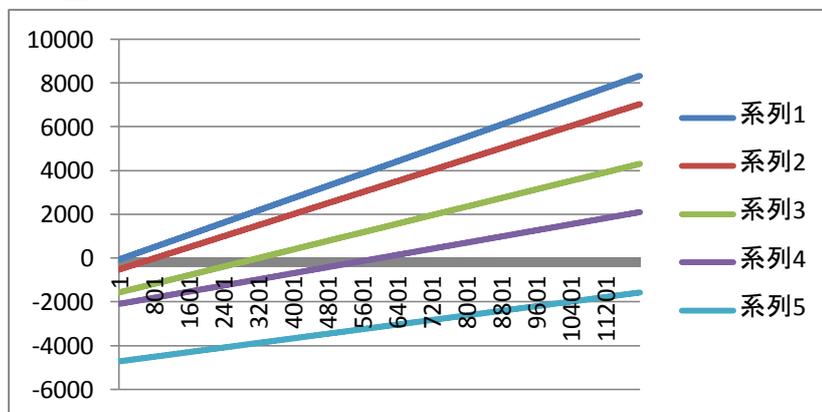
タイプ L バリュー $d(x) = \frac{10.5}{30}x + 4200 - 6300$

タイプ LL バリュー $e(x) = \frac{7.875}{30}x + 6825 - 11550$

タイプリミットバリュー $f(x) = \frac{21}{30}x + 1365 - 2310$

タイプシンプルバリュー $g(x) = \frac{21}{30}x + 780$

料金のグラフ



・ベーシックプラン (割引適応前)

タイプ SS バリュー $a(x) = \frac{21}{30}x + 3780 - 1050$

タイプ S バリュー $b(x) = \frac{18.9}{30}x + 4830 - 2100$

タイプ M バリュー $c(x) = \frac{14.7}{30}x + 6930 - 4200$

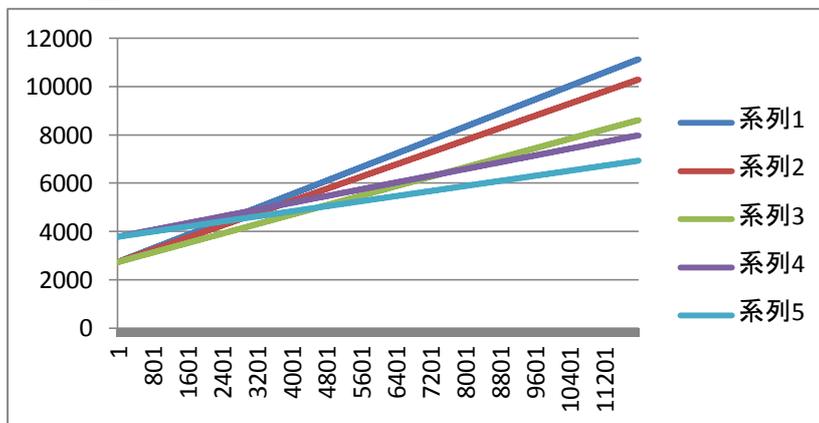
タイプ L バリュー $d(x) = \frac{10.5}{30}x + 10080 - 6300$

タイプ LL バリュー $e(x) = \frac{7.875}{30}x + 15330 - 11550$

タイプリミットバリュー $f(x) = \frac{21}{30}x + 4410 - 2310$

タイプシンプルバリュー $g(x) = \frac{21}{30}x + 3237$

料金のグラフ



・ベーシックプラン (ファミ割 or ひとりでも割)

タイプ SS バリュー $a(x) = \frac{21}{30}x + 1890 - 1050$

タイプ S バリュー $b(x) = \frac{18.9}{30}x + 2415 - 2100$

タイプ M バリュー $c(x) = \frac{14.7}{30}x + 3465 - 4200$

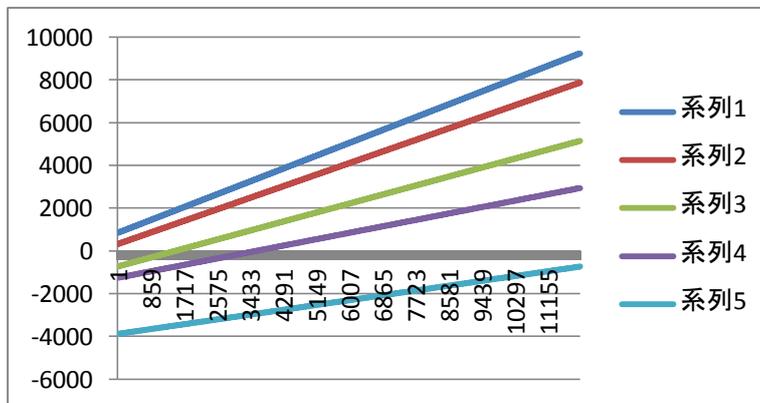
タイプ L バリュー $d(x) = \frac{10.5}{30}x + 5040 - 6300$

タイプ LL バリュー $e(x) = \frac{7.875}{30}x + 7665 - 11550$

タイプリミットバリュー $f(x) = \frac{21}{30}x + 2205 - 2310$

タイプシンプルバリュー $g(x) = \frac{21}{30}x + 1620$

料金のグラフ



・インターネットプラン

①フラット型パケット定額サービス

・パケ・ホーダイフラット $a(x)=5460$

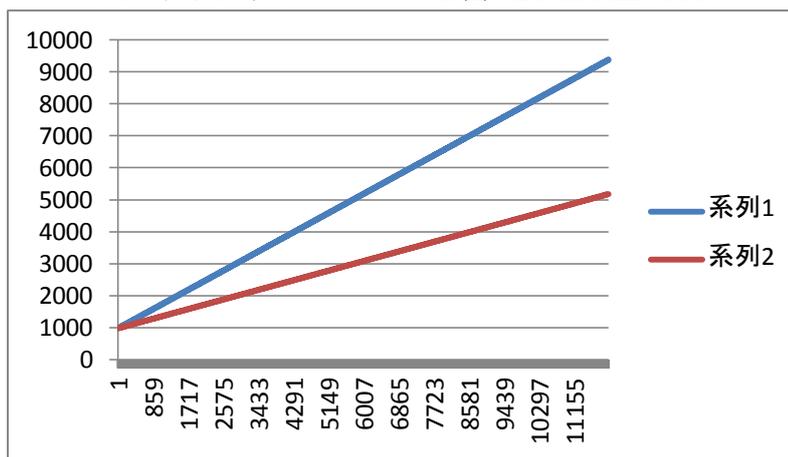
②2段階型パケット定額サービス

・パケ・ホーダイダブル2 $b(x)=0.0525x+2100$

・パケ・ホーダイダブル $c(x)=0.084x+390$

・ホワイトプラン $a(x)=21/30x+980$

・W ホワイトプラン $b(x)=10.5/30x+980$



・オレンジプラン

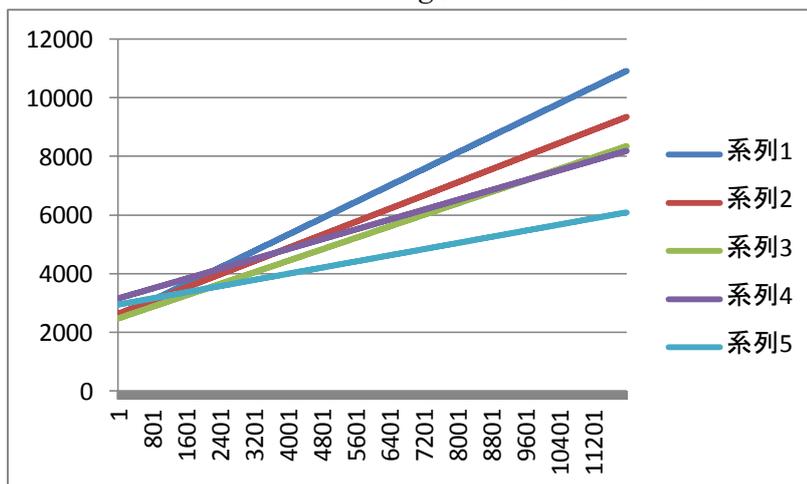
SS プラン $c(x)=21/30x+3570-1050$

S プラン $d(x)=16.8/30x+4725-2100$

M プラン $e(x)=14.7/30x+6720-4252$

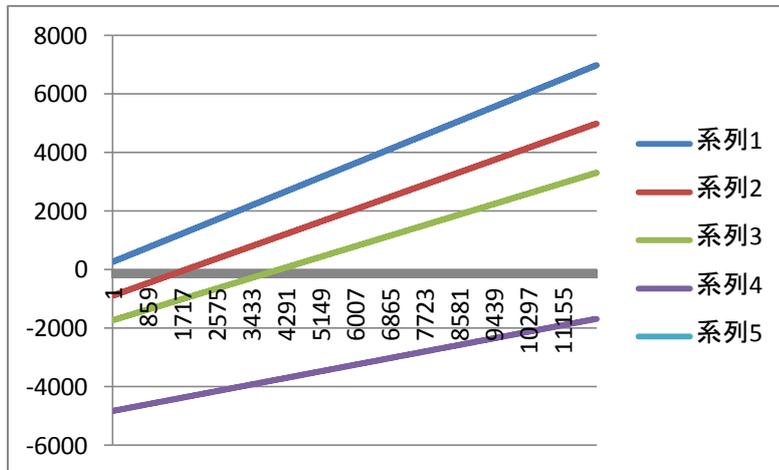
L プラン $f(x)=12.6/30x+9765-6615$

LL プラン $g(x)=15.75/60x+15540-12600$



・オレンジプラン(自分割引適用)

SS プラン	$C(x)=21/30x+1785-1050$
S プラン	$D(x)=16.8/30x+2362-2100$
M プラン	$E(x)=14.7/30x+3360-4252$
L プラン	$F(x)=12.6/30x+4882-6615$
LL プラン	$G(x)=15.75/60x+7770-12600$

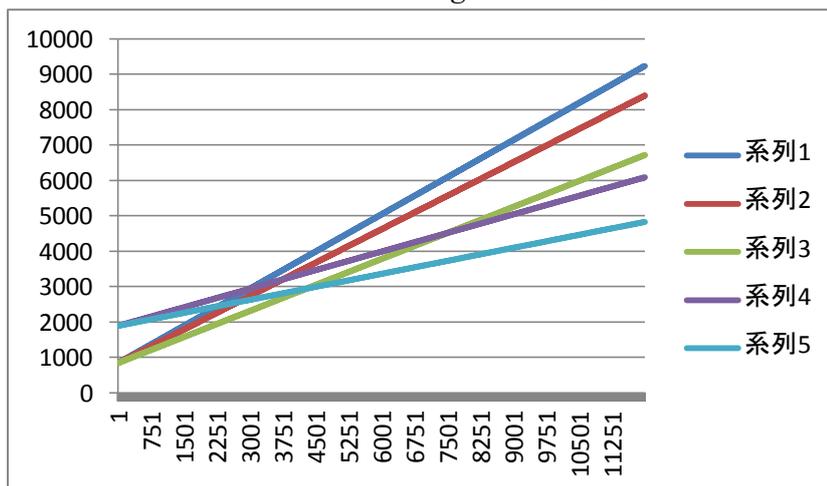


・ブループラン

SS プランバリュー	$c(x)=21/30x+1890-1050$
S プランバリュー	$d(x)=18.9/30x+2940-2100$
M プランバリュー	$e(x)=14.7/30x+5040-4200$
L プランバリュー	$f(x)=10.5/30x+8190-6300$
LL プランバリュー	$g(x)=7.35/30x+13440-11550$

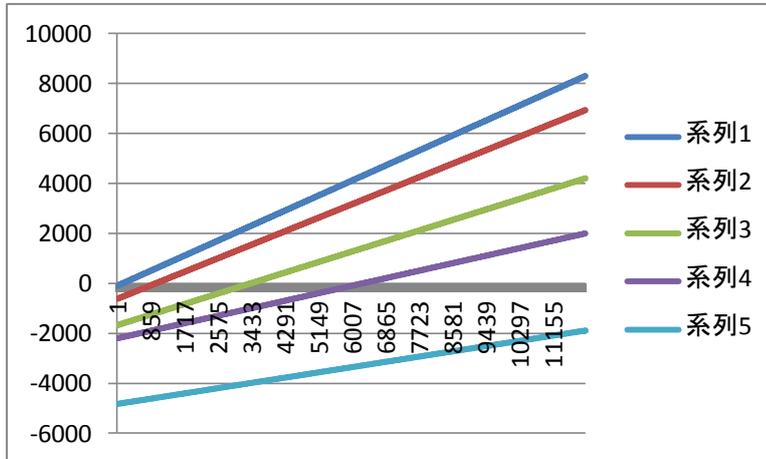
・ブループラン(自分割引 50)

SS プランバリュー	$c(x)=21/30x+945-1050$
S プランバリュー	$d(x)=18.9/30x+1470-2100$
M プランバリュー	$e(x)=14.7/30x+2520-4200$
L プランバリュー	$f(x)=10.5/30x+4095-6300$
LL プランバリュー	$g(x)=7.35/30x+6720-11550$



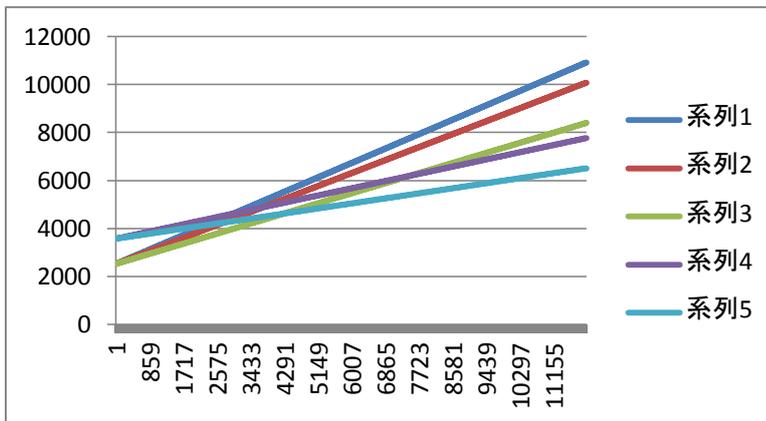
・ブループラン

SSプラン	$c(x)=21/30x+3570-1050$
Sプラン	$d(x)=18.9/30x+4620-2100$
Mプラン	$e(x)=14.7/30x+6720-4200$
Lプラン	$f(x)=10.5/30x+9870-6300$
LLプラン	$g(x)=7.35/30x+15120-11550$



・ブループラン(自分割引適用)

SSプラン	$C(x)=21/30x+1785-1050$
Sプラン	$D(x)=18.9/30x+2310-2100$
Mプラン	$E(x)=14.7/30x+3360-4200$
Lプラン	$F(x)=10.5/30x+4935-6300$
LLプラン	$G(x)=7.35/30x+7560-11550$



5. 問題開発

教材開発を行った結果、私たちはそれらを用いて「文章を式で表現する」というテーマにあった問題を作成するため、問題開発に取り組んだ。

①問題開発 1

高校生になった貴くんは、携帯電話を買ってもらうことになりました。電話会社は3種類ありましたが、親が入っていた電話会社と契約することになりました。

- (1) 貴文くんの契約したプラン A は、月額基本料金が 1961 円で 10 秒電話すると 7 円かかるプランでした。携帯電話を貴文くんが持って 1 ヶ月が経ち、貴文くんの元に先月の明細が届きました。その明細によると、貴文くんは 3221 円支払うことになっていました。貴文くんは先月何分電話したのでしょうか。
- (2) 明細を見ていると、貴文くんは月額基本料金が半額になる基本使用料割引サービスの「割引 S」があることを発見しました。「割引 S」には定額料がなく、貴文くんのプランだと月額使用料金が 980 円になるので、貴文くんはさっそくそのプランに入り、今月は先月のことを踏まえて電話した時間が先月のちょうど半分になりました。貴文くんは今月の携帯電話料金は何円支払う予定でしょう。
- (3) もし、貴文くんが「割引 S」を見つけていなかったら、今月は「割引 S」適用時より何円多く支払う予定になっていたでしょう。
- (4) 貴文くんが携帯を持って半年が経ちました。貴文くんはよく友達と電話をしており、1 回につき 20 分以上の電話が今月は 5 回ありました。貴文くんは携帯電話のプランには自分が入っているプラン A のほかにも 3 種類あることを知った。その他のプランには無料通話できるサービスもついており、それは以下の通りであった。

	月額使用料金	30 秒通話してかかる代金	無料通話
S プラン	1627 円	16.8 円	2100 円分
M プラン	2625 円	14.7 円	4252 円分
L プラン	4147 円	12.6 円	6615 円分

このままのプランでは支払い金額がとて多くなることに焦りを覚えた貴文くんは、プランを変更をすることにしました。来月も今月と同じぐらい通話すると仮定すると、どのプランが一番最適でしょうか。

[解答例]

(1) 考え方①

3221 円の中には月額基本料金が入っているので、 $3221 - 1961 = 1260$
電話して実際に払った代金は 1260 円なので、電話した時間を x とす
ると、比の関係より $10 : 7 = x : 1260$ (秒 : かかる料金)

$$7x = 12600 \quad x = 1800$$

よって 1800 秒電話したので、求める時間は $1800 \div 60 = 30$

A.30 分

考え方②

y を支払う代金、 x を通話した時間 (秒) とすると、

$$y = \frac{7}{10}x + 1961 \quad (\text{代金} = \text{通話料金} + \text{基本料金})$$

と表せるので、 y に 3221 を代入すると、

$$3221 = \frac{7}{10}x + 1961 \quad 1260 = \frac{7}{10}x \quad x = \frac{10}{7} \times 1260 = 10 \times 180 = 1800$$

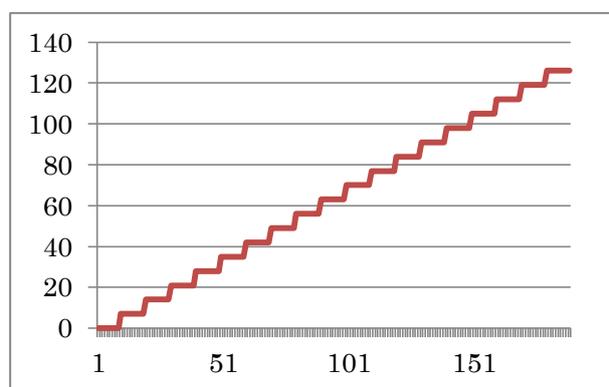
$$1800 \div 60 = 30$$

A.30 分

考え方③

3221 円の中には月額基本料金が入っているので、 $3221 - 1961 = 1260$
電話して実際に払った代金は 1260 円なのでグラフにすると、下図
のようになる。これで確かめると、料金が 2160 になるのは 1800 秒
の時なので、 $1800 \div 60 = 30$

A.30 分



(2)考え方①

電話時間が半分になったので、 $30 \div 2 = 15$ 分 $15 \times 60 = 900$

電話して発生した代金を x とすると、比の関係より

$$10 : 7 = 900 : x \text{ (秒 : かかる料金)} \quad 10x = 6300 \quad x = 630$$

よって、 $630 + 980 = 1610$

A.1610 円

考え方②

電話時間が半分になったので、 $30 \div 2 = 15$ 分 $15 \times 60 = 900$

y を支払う代金、 x を通話した時間 (秒) とすると、

$$y = \frac{7}{10}x + 980 \text{ (代金 = 通話料金 + 基本料金)}$$

と表せるので、 x に 900 を代入すると、

$$y = \frac{7}{10} \times 900 + 980 \quad y = 7 \times 90 + 980 = 630 + 980 = 1610$$

A.1610 円

(3)考え方①

割引 S 適用時は(2)より 1610 円

割引 S 適用外だったら、比の関係より $10 : 7 = 900 : x$ (秒 : かかる料金)

$$10x = 6300 \quad x = 630$$

よって、 $630 + 1961 = 2591$

これから、 $2591 - 1610 = 881$

A.881 円多い

考え方②

(1)や(2)より

$$\text{割引 S 適用時 : } y = \frac{7}{10}x + 980$$

$$\text{割引 S 適用外 : } y = \frac{7}{10}x + 1961$$

これをグラフにすると・・・

このグラフから、

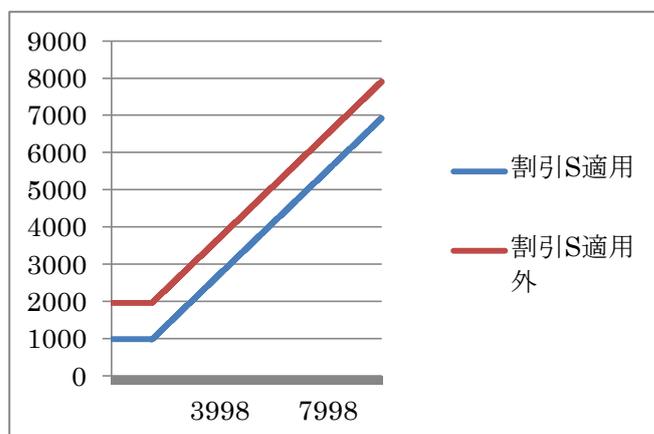
900 秒の時は

割引 S 適用時 : 1610 円

割引 S 適用外 : 2591 円

ゆえに $2591 - 1610 = 881$

A.881 円多い



考え方③

考え方②のやりかたから、グラフを見ると、切片が違うだけで、関数自体は同じである。よって、料金の差は切片の差であるから、

$$1961 - 980 = 881$$

A.881 円多い

しかし、これでは私たちのテーマである「文章を式で表現する」ということが見えてこず、今までの教科書と同じになってしまった。これは、「1次関数を利用することにどんなよさを求めるのか」という部分を明確にしていなかったためであると考えられる。そのため私たちはその部分を考えることにした。

②1次関数のよさ1

関数を利用することで結果を予測できるというよさがある

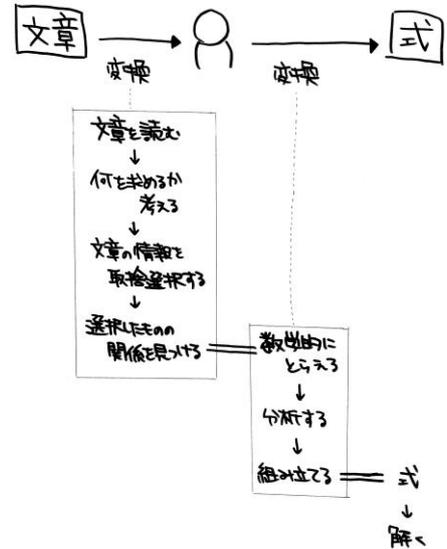
- → {
 - 1次関数を利用するとき全体の関係が見えてくる。
(比例式だけだと1つの関係しか分からない)
 - 発展した問題まで考えることができる。
=1次関数の式をつくりグラフをかくと1点だけでなく他の点の数値までわかる。

→しかし、これでは結局のところ何を言いたいのか伝わらない。私たちは物事を抽象的に捉えすぎていて、具体性にかけていることがわかった。

そこで、具体的な問題を作成するために「テーマの深堀」を行った。

③テーマ「文章を式で表現する」の深堀

「式で文章を表現する」というテーマ設定は、今までの経験から文章題になっていると式が立てられず、その原因は文章を数字や数式のみで表現できないからと考えた。しかし、その文章題自体が、現実ではありえないような場面設定になっており、現実味がないので、表現するのが難しいのではないかと考えを変えた。そこで私たちは現実に直面するような場面での数学を用いるような文章題を考え、その文章題なら文章を式で表現できるのではないかと考えた。もし、そうであれば、式を文章で表現することによって、自動に右図のような思考が行われているのではないかと推測した。右図のような思考が行われているのだとしたら、私たちが身につけさせたい「文章を式で表現する」というのは、「文章の情報を取捨選択する→選択したものの関係性を見つける＝数学的に捉える→分析する」までのことであるから、私たちは「文章から必要な情報を汲み取り、それぞれの関係性を組み立てる」ということを身につけさせたいと考え、それを以前作った問題で考えてみた。



④問題開発 2

高校生になった貴文くんは、携帯電話を買ってもらうことになりました。電話会社は3社ありましたが、親が入っていた電話会社Pと契約することになり、貴文くんは「プランA」に加入しました。「プランA」の内容は、月額基本使用料金が1961円で10秒電話すると7円かかるというものでした。しかし、この電話会社Pには無料で月額基本使用料金が半額になる基本使用料割引サービス「割引S」があり、貴文くんが「プランA」に入ったまま「割引S」を適用すると、月額基本使用料金が980円になることになります。このことがわかっているとき、貴文くんが今月20分電話するとしたら、ただの「プランA」と「割引S」に入っている「プランA」では、それぞれ何円かかることになるでしょう。また、そのときはどれだけ「割引S」に入っている「プランA」の方が安いでしょう。

[解答例 その1]

文章から、

$$\begin{aligned} \text{「支払い金額」} &= \text{（月額基本使用料金）} + \text{（電話をかけた時間）} \\ &\quad \times \text{（1分かけるときにかかる料金）} \cdots \text{①} \end{aligned}$$

ただの「プランA」で20分電話をかけるとき、求める支払い金額を x とおくと、

$$\begin{aligned} x &= 1961 + 7 \times \frac{60}{10} \times 20 \\ &= 1961 + 7 \times 60 \times 2 \\ &= 1961 + 840 \\ &= 2801 \text{ (円)} \end{aligned}$$

「割引S」に入っている「プランA」で20分電話をかけるとき、求める支払い金額を y とおくと、

$$\begin{aligned} y &= 980 + 7 \times \frac{60}{10} \times 20 \\ &= 980 + 7 \times 60 \times 2 \\ &= 980 + 840 \\ &= 1820 \text{ (円)} \end{aligned}$$

また、ただの「プランA」と「割引S」に入っている「プランA」の金額の差は、 $2801 - 1820 = 981$ (円)

[解答例 その2]

1次関数で考えてみると、ただの「プランA」で20分電話をかけるとき、（支払い金額）を y_1 とおき、（1分かけるときにかかる料金）を x_1 とおくと、

$$y_1 = 1961 + 7 \times \frac{60}{10} \times x_1 \cdots \text{①}$$

x_1 に20(分)を代入すると、

$$\begin{aligned}y_1 &= 1961 + 7 \times \frac{60}{10} \times 20 \\ &= 1961 + 7 \times 60 \times 2 \\ &= 1961 + 840 \\ &= 2801 \text{ (円)}\end{aligned}$$

「割引 S」に入っている「プラン A」で20分電話をかけるとき、(支払い金額)を y_2 とおき、(1分かけるときにかかる料金)を x_2 とおくと、

$$y_2 = 980 + 7 \times \frac{60}{10} \times x_2 \cdots \textcircled{2}$$

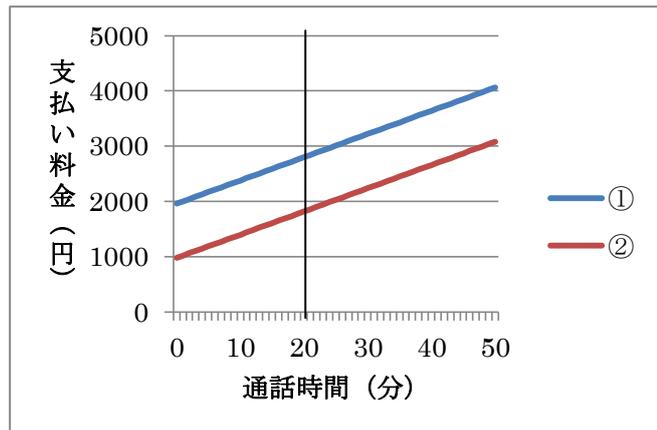
x_2 に20(分)を代入すると、

$$\begin{aligned}y_2 &= 980 + 7 \times \frac{60}{10} \times 20 \\ &= 980 + 7 \times 60 \times 2 \\ &= 980 + 840 \\ &= 1820 \text{ (円)}\end{aligned}$$

また、ただの「プラン A」と「割引 S」に入っている「プラン A」の金額の差は、 $2801 - 1820 = 981$ (円)

また、①と②のグラフがかけるので、下図のようになる。

20分の時点での①と②の値を比べると、①では2801円、②では1820円になるので、料金の差は981円になる。



→2度目の問題開発を行ったが、「問題に対する価値」の付与がきちんとなされていなかった。テーマに沿った問題にするために、さらに問題開発を行った。そしてさらに、期待する活動も考えてみることにした。

⑤問題開発 3

高校生になった貴文くんは、携帯電話を買ってもらうことになりました。電話会社は3社ありましたが、親が入っていた電話会社Pと契約することになり、貴文くんは「プランA」に加入しました。「プランA」の内容は次の表の通りでした。しかし、この電話会社Pには無料で月額基本使用料金が半額になる基本使用料割引サービス「割引S」があり、貴文くんが「プランA」に入ったまま「割引S」を適用すると、次の表の通りでした。

		月額基本使用料金	通話料金
プランA	割引S適用外	1961円	10秒で7円
	割引S適用	980円	10秒で7円

このことがわかっているとき、貴文くんが今月20分電話するとしたら、ただの「プランA」と「割引S」に入っている「プランA」では、それぞれ何円かかることになるでしょう。また、そのときはどれだけ「割引S」に入っている「プランA」の方が安いでしょう。

[活動]

・期待する活動A → 1次方程式で解く（前回参照）

文章から、

「(支払い金額)

= (月額基本使用料金) + (電話をかけた時間)

× (1分かけるときにかかる料金) …①

ただの「プランA」で20分電話をかけるとき、求める支払い金額を y_1 とおくと、

$$\begin{aligned}
 y_1 &= 1961 + 7 \times \frac{60}{10} \times 20 \cdots \textcircled{1} \\
 &= 1961 + 7 \times 60 \times 2 \\
 &= 1961 + 840 \\
 &= 2801 \text{ (円)}
 \end{aligned}$$

「割引S」に入っている「プランA」で20分電話をかけるとき、求める支払い金額を y_2 とおくと、

$$\begin{aligned}
 y_2 &= 980 + 7 \times \frac{60}{10} \times 20 \cdots \textcircled{2} \\
 &= 980 + 7 \times 60 \times 2 \\
 &= 980 + 840 \\
 &= 1820 \text{ (円)}
 \end{aligned}$$

また、ただの「プランA」と「割引S」に入っている「プランA」の金額の差は、 $2801 - 1820 = 981$ (円)

・期待する活動 B → 1次関数で解く

①は1次方程式だが、20(分)のところを、(1分かけるときにかかる料金)の x_1 の値をすでに代入したと見ると、①の式は1次関数の式と読み直すことができる。

よって、①の式を書き直すと、

$$y_1 = 1961 + 7 \times \frac{60}{10} \times x_1 \cdots \textcircled{1}'$$

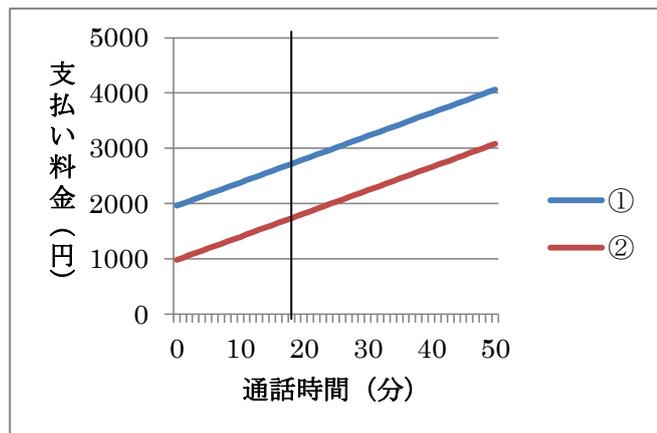
②も同様に考えると、

$$y_2 = 980 + 7 \times \frac{60}{10} \times x_2 \cdots \textcircled{2}'$$

①'と②'のそれぞれのグラフを書いてみると、右図のようになる。

↓

20分の時点でもなくとも、①'と②'の式に時間を代入すれば、その時間の料金を出すことができる。



・期待する活動 C → グラフで解く

上図で20分の時点での①と②の値を比べると、①'では2801円、②'では1820円になるので、料金の差は981円になる。これは上図を見れば分かるように、傾きが同じで、切片が異なるだけだから、どこの時間でも料金の差は変わらない。つまり、どの時間でも料金の差は影響されない。

→問題開発を行ったが、期待する活動 B と期待する活動 C の内容が同じになってしまっており、最後は何をしたいのか分からなくなってしまった。また、教師主導の授業設計になっており、子どもたちから出てくるような活動になっていなかった。そこで私たちはさらに問題開発を行った。

⑥問題開発 4

口頭

高校生になった貴文くんは携帯電話を買ってもらうことになりました。電話会社は3つありましたが、親が入っていた電話会社 P に、貴文くんも入ることになりました。電話会社 P の携帯電話料金プランは表の通りです。貴文くんは、携帯を買ってもらうまで、3日間平均4分のペースで電話していました。

どちらのプランを選んだほうがお得でしょうか？

また、通話時間が何分増えたらプランを変更したほうが良いでしょうか？

配るパンフレット

	月額基本料金	通話料金
プラン S	980 円	1 分で 28 円
プラン L	980 円	1 分で 42 円

[解答例]

期待する活動 A…比で解く

プラン S について、

1 分で 28 円だから、55 分で x 円かかるとすると

$$1 : 28 = 55 : x \quad x = 1540$$

だから月額基本料金を足して、 $1540 + 980 = 2520$

プラン L について、

1 分で 42 円だから、55 分で x 円かかるとすると、

$$1 : 42 = 55 : x \quad x = 2310$$

だから月額基本料金を足して無料通話を引くと、

$$2310 + 980 - 25 \times 42 = 2180$$

これから 55 分のときはプラン L の方が安い。

また表を書くと、

分	..	55	56	..	74	75	76	..
プラン S	..	2520	2542	..	3052	3080	3108	..
プラン L	..	2180	2222	..	3038	3080	3122	..

これから、75 分以降はプラン S の方が安くなる。 $75 - 55 = 20$

よって、20 分増えるとプラン S を変更したほうが良い

期待する活動 B…1 次方程式

文章から、

$$\begin{aligned} \text{「(支払い料金) =} \\ \text{(月額基本使用料金) + (電話をかけた時間)} \\ \text{× (1分かけるときにかかる料金)」} \end{aligned}$$

なので、「プラン S」で 55 分電話をかけるとき、求める支払い料金を y とおくと、

$$\begin{aligned} y &= 980 + 28 \times 55 \cdots \textcircled{1} \\ &= 2520 \end{aligned}$$

同様に、「プラン L」で 55 分電話をかけるとき、求める支払い料金を y とおくと、

$$\begin{aligned} y &= 980 + 42 \times (55 - 25) \cdots \textcircled{2} \\ &= 2180 \end{aligned}$$

これから 55 分のときはプラン L の方が安い。

また、プラン S とプラン L の料金が等しくなれば、そこからプラン A の方が安くなるはずなので、求める時間を x とすると、

$$\begin{aligned} 980 + 28 \times x &= 980 + 42(55 - x) & x &= 75 \\ 75 - 55 &= 20 \end{aligned}$$

よって、20 分増えるとプラン S を変更したほうが良い。

期待する活動 C…1 次関数

①は 1 次方程式だが、55 (分) のところを、(1 分かけるときにかかる料金) の x の値をすでに代入したと見ると、①の式は 1 次関数の式と読み直すことができる。

よって、①の式を書き直すと、 $y = 980 + 28 \times x \cdots \textcircled{1}$

②も同様に考えると、

$$y = 980 \quad (x \leq 25) \cdots \textcircled{2}$$

$$y = 980 + 42 \times (x - 25) \quad (x > 25) \cdots \textcircled{2}$$

これでグラフを書くと、

右図のようになる。

$x=55$ を①、②に代入すると

$$y = 980 + 28 \times 55 = 2520$$

$$y = 980 + 42 \times (x - 25) = 2180$$

よって、プラン B の方が安い

①と②の交点を求めればよい

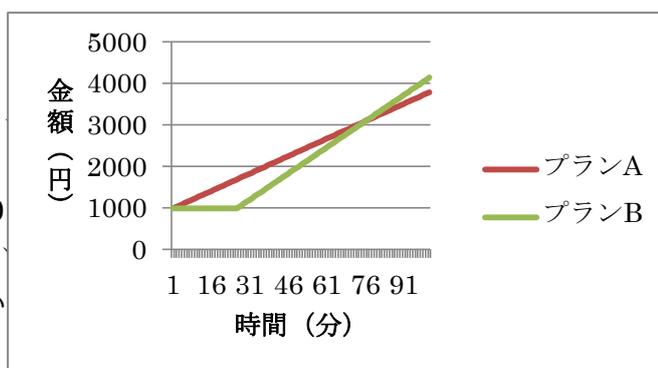
ので、

$$980 + 28 \times x = 980 + 42(55 - x)$$

$$x = 75$$

$$75 - 55 = 20$$

よって、20 分増えるとプラン S を変更したほうが良い。



6. 指導案

以上の過程を全て踏まえ、さらに支援も作成し、私たちは指導案を完成させた。

学習活動	活動への支援・指導上の工夫	評価・備考									
1. 導入	電話料金の話をして、本日の学習内容に興味を持たせる										
2. 学習課題を把握する	学習課題を提示し、今日は1次関数の活										
冒頭 高校生になった貴文くんは携帯電話を買ってもらうことになりました。電話会社は3つありましたが、親が入っていた電話会社Pに、貴文くんも入ることになりました。電話会社Pの携帯電話料金プランは表の通りです。貴文くんは、携帯を買ってもらうまで、3日間平均4分のペースで電話していました。											
問題 どちらのプランを選んだほうがお得でしょうか？ また、通話時間が何分増えたらプランを変更したほうが良いでしょうか？											
	携帯電話のパンフレットを全員に配って、そこから考えさせる。										
配るパンフレット <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th></th> <th>月額基本料金</th> <th>通話料金</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>プランS</td> <td>980円</td> <td>1分で28円</td> </tr> <tr> <td>プランL</td> <td>980円</td> <td>1分で42円</td> </tr> </tbody> </table>				月額基本料金	通話料金	プランS	980円	1分で28円	プランL	980円	1分で42円
	月額基本料金	通話料金									
プランS	980円	1分で28円									
プランL	980円	1分で42円									
3. 自力解決をする											
特殊な支援 55分の時点の料金を出してみよう。											
	期待する活動A…比で解く プランSについて、 1分で28円だから、40分でx円かかるとすると $1:28=40:x$ $x=1120$ だから月額基本料金を足して、 $1120+980=2100$ プランLについて、 1分で42円だから、40分でx円かかるとすると、										

$1 : 42 = 40 : x \quad x = 1680$
 だから月額基本料金を足して無料通話を引くと、
 $1680 + 980 - 25 \times 42 = 1610$
 これから 40 分のときはプラン L の方が安い。
 また表を書くと、

分	・・・	40	41	・・・	74	75	76	・・・
プラン S	・・・	2100	2128	・・・	3052	3080	3108	・・・
プラン L	・・・	1610	1652	・・・	3038	3080	3122	・・・

これから、75 分以降はプラン S の方が安くなる。
 $75 - 55 = 20$
 よって、20 分増えるとプラン S を変更したほうが良い

一般的な支援

この表を使って式を立てることはできないかな？

特殊な支援

支払い金額と実際の使用時間の関係性を考えてみよう。

期待する活動 B…1 次方程式

文章から、

「(支払い料金)

= (月額基本使用料金) + (電話をかけた時間) × (1 分かけるときにかかる料金)」

なので、「プラン S」で 55 分電話をかけるとき、求める支払い料金を y とおくと、

$$\begin{aligned}
 y &= 980 + 28 \times 40 \quad \dots \textcircled{1} \\
 &= 2100
 \end{aligned}$$

同様に、「プラン L」で 40 分電話をかけるとき、求める支払い料金を y とおくと、

$$\begin{aligned}
 y &= 980 + 42 \times (40 - 25) \quad \dots \textcircled{2} \\
 &= 1610
 \end{aligned}$$

これから 40 分のときはプラン L の方が安い。

また、プラン S とプラン L の料金が等しくなれば、そこからプラン A の方が安くなるはずなので、求める時間を x とすると、

$$980 + 28 \times x = 980 + 42(x - 25) \quad x = 75$$

$$75 - 55 = 20$$

よって、20 分増えるとプラン S を変更したほうが良い。

一般的な支援

グラフを描くにはどうしたらいいかな？

特殊な支援

2つの1次関数の式を書いてみて、グラフを描いてみよう。



期待する活動 C…1次関数

①は1次方程式だが、40(分)のところを、(1分かけるときにかかる料金)のxの値をすでに代入したと見ると、①の式は1次関数の式と読み直すことができる。よって、①の式を書き直すと、

$$y = 980 + 28 \times x \dots \textcircled{1}$$

②も同様に考えると、

$$y = 980 \quad (x \leq 25) \dots \textcircled{2}$$

$$y = 980 + 42 \times (x - 25) \quad (x > 25) \dots \textcircled{2}$$

これでグラフを書くと、右図のようになる。

x=55を①、②に代入すると、

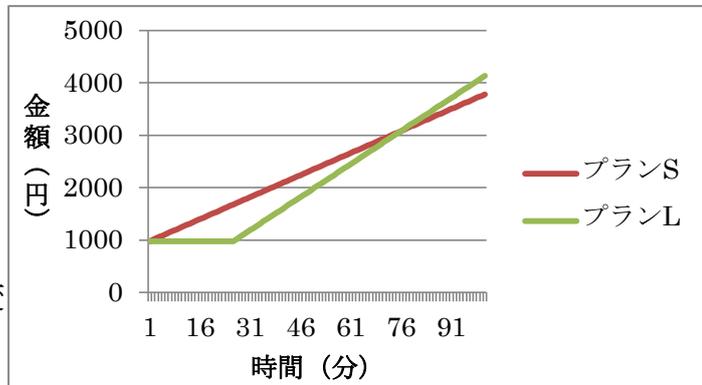
$$y = 980 + 28 \times 40 = 2100$$

$$y = 980 + 42 \times (40 - 25) = 1610$$

よって、プランLの方が安い。また、プランSとプランLが変わる点は①と②の交点を求めればよいので、

$$980 + 28 \times x = 980 + 42(55 - x) \quad x = 75 \quad 75 - 55 = 20$$

よって、20分増えるとプランSを変更したほうが良い。



4. 練り上げ

全員で期待する活動 Bについて考える。

支払い料金は

(月額基本使用料金)+(電話をかけた時間)×(1分かけるときにかかる料金)

なので、「プランS」で55分電話をかけるとき、求める支払い料金をyとおくと、

$$y = 980 + 28 \times 40 \dots \textcircled{1}$$
$$= 2100$$

同様に、「プランL」で40分電話をかけるとき、求める支払い料金をyとおくと、

$$y = 980 + 42 \times (40 - 25) \dots \textcircled{2}$$
$$= 1610$$

これから40分のときはプランLの方が安い。

	<p>→初めの問いの答えと、1 次関数を使 っての解法を考える。 その後で、2 番目の問いについて考 えてみる。</p>	
<p>また、プラン S とプラン L の料金が等しくなれば、求める時間を x とすると、 $980 + 28 \times x = 980 + 42(x - 25)$ $x = 75$ $75 - 55 = 20$ よって、20 分増えるとプラン S を変更したほうが良い。</p>		
	<p>→答えが求められることを確認する。 しかし、もっと手際よく答えを導く 方法がないか全員で考えてみる。</p> <p>期待する活動 C を考えてみる。</p>	
<p>2 つの 1 次関数の式を書いてみて、グラフを書いてみてグラフを描いてみよう。 $y = 980 + 28 \times 40$ の式が、 $y = 980 + 28x$ とかけると分かる。 同様に、$y = 980 + 42 \times (40 - 25)$ の式が、 $y = 980$ ($x \leq 25$) $y = 980 + 42 \times (x - 25)$ ($x > 25$) とかけると分かる。</p> <p style="text-align: center;">実際にグラフを描くと期待する活動 Cのグラフのようになる。</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;">どちらが高くなるかわかる。</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;">交点を求めれば良いとわかる。</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;">交点を求めたら 20 分の時でどちらのプランが適しているか分かる。</p>		
<p>5. まとめ</p>	<p>今日のまとめを行う。</p>	
<p>よって、日常の場面でも応用して使うことができる。 今後このような考え方は必要となってくる場面が増えてくるので大事にしてい きましょう。</p>		

7. 参考図書

- ・啓林館 「楽しい数学 2年」
- ・au カタログ
- ・docomo カタログ

8. 感想

●小西健司

今回、後期の間を通して1つの指導案を作るにあたって、指導案を作るにはかなりの時間を費やす必要があることに気づくことができました。班を組むことになった人と一緒に持っている案をまとめながら良い点を抜き出し、整理して、先生より提案してもらったことをすぐに活かして作り直す、その整理の仕方さえも自分には勉強でした。

自分が先生になれたとき、こんなに時間をかけて授業案を作ることはできないと思います。また、作れたとしても、その指導案を自分で使えないとそれこそ意味がなくなってしまいます。その上、自分が作った指導案を使って他人が授業をすることだってあると思います。今回学んだことを教育実習や実際に先生になれたときに活用できるようにしようと思います。

●森智哉

授業をつくるのがとても大変なことだと分かりました。

これまでに授業をつくったことはないので毎回グループで集まってまとめるのに時間がかかりました。

生徒にとっていい問題をつくっていく中で自分たちが受けてきた授業の形式になったり、いい案が出てくるまでに長い時間がかかってしまいました。

しかし、生徒のためにいい授業をつくるのが大事なことであると認識できました。数学指導設計Ⅰの授業がこれから指導案をつくる時に活かしていけるように感じました。

だから、自分にとっていいきっかけになりました。

●松岡涼

問題を作成する部分がとても苦労した。

自分たちのテーマを子どもたちにしてもらうために、どのような問題にしたらいいのか、というところが難しかった。ほんの少しの言い回しで、式が立てにくくなったり、理解が難しかったりと、文章題を作成するのは、大変なのだということが分かった。しかし、授業は“生徒”のためにあるのだから、妥協は許されないのだなと思った。

次の教育実習でも活かしていきたい。