

数学学習心理学

最終課題レポート

縮図と拡大図

～「相似の中心」を重視した作図の学習～

メンバー

吾郷将樹

岡田郁美

川西翔太

古林知佳

山口諒

山本幸子

目 次

- 1 単元設定の理由
- 2 学習指導要領
- 3 教科書分析
 - 【1】教科書の比較(6社を比較して)
 - 【2】教科書の分析
- 4 数学的観点からの考察
 - 【1】流れの順序の検討
 - 【2】相似の中心の扱い方
 - 【3】問題開発
 - 【4】指導計画の順序についての検討
- 5 単元の指導計画案
 - 【1】最初に設定した指導計画案
 - 【2】完成した指導計画案
- 6 指導案の作成
 - 【1】第1次の第3時
 - (1)第1回目
 - (2)第2回目
 - (3)第3回目
 - (4)第4回目
 - (5)第5回目
 - (6)完成した指導案
 - 【2】第2次の第1時
 - (1)第1回目
 - (2)第2回目
 - (3)第3回目
 - (4)第4回目
 - (5)第5回目
 - (6)完成した指導案
- 7 感想

1 単元設定の理由

最初、私たちはどこか図形の単元をやろうと漠然と考えていた。すると、現職の中学校の先生から縮図と拡大図は中学校で学習する相似な図形の概念の基礎となるものであり、相似な図形の学習の際にこの単元の理解が不十分な生徒を見受けることがあると聞いた。

また、「拡大と縮小」の単元は、昨年度までは中学3年生の学習内容だったが、学習指導要領の改正に伴い今年度から小学6年生に移行した。さらに、これまで小学校では学ばなかった「相似の中心」の考え方が新たに加わった。しかし、教科書を見ると確かに「相似の中心」の描き方も書かれているが、この描き方を加えた意味であったり、「相似の中心」の必要性については不明確ではないかと感じた。

そこで、私たちは小学校での縮図と拡大図の単元についての授業を考えてみたいと思った。拡大や縮小は普段の私たちの身の周りにおいても地図や写真などいろいろと関わりを見つけることができるが、日常生活の中では何気なく感覚でとらえていることが多いと思う。なので、縮図や拡大図をどうして描くことができるのか、「相似の中心」とはどういう意味があるのかなどを考えることが重要だと思いこの単元を選んだ。

2 学習指導要領

第3回目の授業では、縮図と拡大図の単元の学習指導要領解説を見た。

数学学習心理学

平成23年4月28日

第3回目

小学校学習指導要領解説（算数編）を読んだ分析、批判、今後の課題

- 日常生活で生かしているか？（学習指導要領解説 p18 参照）
[意見] →日常生活で使える力を育む（＝生きる力）
計算は使うけど、図形はどうか？
拡大・縮小はそんなに使わないのでは…（コピーも機械がやってくれるし）

- 第6学年では、図形を(略)を指導する。このような観点から図形の理解を深め、図形に対する感覚を豊かにする。（学習指導要領解説 p173 引用）
[意見] →図形に対する感覚を豊かにするとは？

- 第6学年では、縮図や拡大図を指導し、相似の理解の基礎となる経験を豊かにし、（以下略）。（学習指導要領解説 p173 引用）
[意見] →相似の理解の基礎となる経験を豊かにするとは？
縮図と拡大図は相似の理解の基礎となる。

- 縮図や拡大図は、大きさを問題にしないで、形が同じであるかどうかの観点から図形をとらえたものである。（学習指導要領解説 p173 引用）
[意見] →大きさなしでは、縮図や拡大図は成り立たないのでは？

- 作図から得られる縮図や拡大図の意味とは？（学習指導要領解説 p174 参照）
[意見] →実物でなくとも、縮図を元に考えることができる。
応用できる（例：顕微鏡による像、写真、映画など）

- 1:100 と表記して、それを説明するのならば、比を先に勉強するべきでは？（学習指導要領解説 p175 参照）
[意見] →これから先、教科書を検討しながら考える。

- [算数的活動] (1)ウ身の回りから、縮図や拡大図、対称な図形を見付ける活動（学習指導要領解説 p175 引用）

[意見] →見付けるだけで、深い理解は必要ないのか？

作図は？

●対称な図形に動物や植物はありか？（学習指導要領解説 p175 参照）

[意見] →なし

[授業を通して]

日常生活では、拡大や縮小は無意識のうちでみなすという働きが行われる。それは、小さい頃からの経験によって脳がみなしているからである。なので、意識的にはとらえることは難しい。日常生活で役立つということを考えるには、メカニズムを理解する必要がある。また、感覚とは、言葉では説明できない私たちが共有するものである。逆に、感覚が豊かでないとどうなるのかを考えてみてはどうか。比を先に勉強すべきでは？については、たいていの教科書は比が前にある。見付けるについては、作図は英語で **construction**=構成する。小・中学校の算数・数学では形式主義よりも構成主義の方がよい。ただ、見付けるだけではいけない。作図などを通して、算数的活動をするのが大事である。

次回は教科書分析をして、縮図と拡大図の単元の前後を見たり、内容を比較したりする。

3 教科書分析

【1】教科書の比較

教科書各社によって、縮図と拡大図の単元での内容の流れに違いはあるのか、何を重視しているのか、相似の中心の描き方は載っているのか、相似の中心以外にどんな描き方があるのか、などを見ていくために教科書6社（啓林館、学校図書、東京書籍、日本文教出版、大日本図書、大阪書籍）の比較をした。

数学学習心理学

平成23年5月12日

第4回目

啓林館

吾郷将樹

教科書の流れ

①形が同じで大きさが異なる図形の比較

- ・方眼の上に図形が描かれていて、形は同じだとわかる。
- ・対応する直線の長さの比、角の大きさはすべて等しい。

②縮図と拡大図の書き方

- ・方眼を使う書き方。
- ・線の長さや角の大きさを使う書き方。
- ・相似の中心 一つの点を中心として。

③縮図の利用

地図や建物の実際の距離を求めたりする。

④学びを活かそう

木の高さ、紙の大きさ、くもの巣などを求める。

⑤確かめ

縮図と拡大の単元の前

前…比とその利用 後…速さ

気づいたこと

- ・作図の内容、練習問題が思っていたより多かったと思う。
- ・縮図と拡大図の前の単元である比を含んだ練習問題がある。
- ・中学では図形の縮図と拡大をもっと詳しくやるとあったが、どんな感じなのか？
- ・3つの作図パターンがあったが、教科書に載っていたページ数は同じくらいだった。

○相似の中心があるかないか→ある (2 ページ)

○流れ

図形の比較→作図→縮図の利用

○相似の中心以外の作図

- ・方眼紙を使った描き方
- ・3通りの作図のしかた(合同条件を使った描き方)
- ・相似の中心を利用した描き方

○何を重視しているか

作図…作図が単元の半分くらいを占めている

○前後の単元

前：比とその応用

後：比例と反比例

○気づいたところ

作図の方法がたくさん紹介されていて、作図が重視されているように感じた。

相似の中心を利用するところでは、この点のことを「中心」と太字で示されていた。

●前後の流れ

(5 年 割合)→対称な形→比と比の値→縮図と拡大図→速さ→・・・→(6 下 比例と反比例)

●比と比の値(p61～p70)

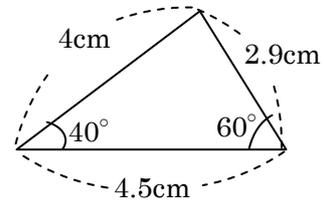
- ・「2 : 3」 このように表された割合を比という。

- ・「 $a : b$ 」 → 「 $a \div b = a/b$ 」 … a/b は比の値という。
- ・「 $a : b$ 」 ① $a \times \square$, $b \times \square$ → 比はみな等しくなります。
② $a \div \square$, $b \div \square$ → 比はみな等しくなります。

● 合同の復習(じゅんび)(p71)

「右の三角形と合同な三角形をノートに描きましょう。」

「3通りの描き方があるよ。」



● 流れ

合同、相似な図形を見つける → 方眼用紙を使った作図 → 合同条件を使った作図 → 一点を中心にした作図 → 縮図の利用

● 重視しているところ・・・作図

● 縮図と拡大図(p72~81)形が同じで大きさがちがう図形を調べよう

・「もとの形㊦と、㊧の形について、対応する辺の長さの比を調べましょう。」(p72)

→はじめに、対応する辺の長さの比に関する問題

対応する角の大きさがそれぞれ等しく、対応する辺の長さの比が等しくなるようにもとの図を大きくした図を拡大図といいます。小さくした図を縮図といいます。(p74)

- ・作図 ① 合同条件を利用した描き方。
- ② 一つの点を中心にした拡大図の描き方を考えよう。
(頂点を中心とした三角形と四角形の縮図, 拡大図)

・縮図の利用

- ① 縮図を使って、実際の長さを求めよう。(地図等利用)
- ② 直接はかることのできない長さを、縮図をかいて求める方法を考えよう。

・仕上げのもんだい(p81) → 一点を中心にした作図はない。

・おもしろ問題にチャレンジ(p118)・・・発展問題

→長さが 2 : 3 の長方形の拡大図、面積が何倍になっているか。

・図形の内部に点を取り、その点を中心とした作図はない。

・相似の中心から広げる図

→P9「点 B や点 C をもとにして描くこともできるかな。」

P10「上のような描き方を、1つの点を中心にして、2倍に拡大する、1/2に縮小する
といます。」

図形の内部の点からの作図はなし

・重視しているもの

→作図

児童に考えさせること（コンパスなど具体的な作図法が書かれていない、ヒントが穴埋め式）

・単元の流れ

→合同・比の確認 (P3) →拡大・縮小とは (P5) →対応する辺・角はどうなっているか(P6)

→拡大図・縮図をみつける (P6) →拡大図・縮図を描く (P7 方眼紙あり,P8 方眼紙なし)

→相似の中心を使って描く拡大図・縮図 (P9.10) →縮図と縮尺(P11,12) →まとめ

(P13~16)

・相似の中心を用いないその他の作図

→3辺の長さ、2辺の長さとその間の角、1辺の長さとその両端の角 (P8 欄外)

・前後の単元

→前：比 後：比例と反比例

数学学習心理学

平成 23 年 5 月 12 日

第 4 回目

大日本図書「楽しい算数 6 年上」

山本幸子

○流れ

1 図形の比較

→図形②は図形①の縦、横の長さを何倍にして描いてあるか、調べる

→図形①と図形②が同じ形に見えるわけをいう

2 方眼を使わずに図形①と図形②が同じ形に見えるわけを調べる

→対応する辺の長さの比を全部調べる

→対応する角の大きさを全部調べる

3 縮図と拡大図の描き方(方眼を使って)

→三角形 ABC を 2 倍に拡大した三角形を描こう

→三角形 ABC を 2 分の 1 に縮めた三角形を描こう

4 縮図と拡大図の描き方(方眼を使わず)

→三角形 ABC の 2 倍の拡大図を描こう

合 同 条 件 { ①3つの辺の長さをそれぞれ 2 倍にした長さを使って描く
②2つの辺の長さをそれぞれ 2 倍にした長さ、その間の角の大きさを使って描く
③1つの辺の長さを 2 倍にした長さとその両はしの 2 つの角の大きさを使って描く

5 三角形 ABC の辺 AB、AC をのばして、2 倍に拡大した三角形 ADE を描こう

→相似の中心(コンパス)

6 縮図を利用しよう

→サッカーコート縮図から実際の長さを調べよう

→実際の長さを縮めた割合を縮尺という(例 1 : 1000)

→木の高さを求めよう

7 身の回りの拡大図や縮図を探そう

→校庭のトラック

○前後の関係

前…割合の新しい表し方を調べよう(比)

後…文字を使った式の表し方を考えよう(X,Y)

○気づいたこと

- ・半分以上、作図がメインだった。
- ・おまけの「身の回りの拡大図や縮図を探そう」で校庭のトラックが採用されていたが、円の縮図・拡大図は発展的につながるのか。

数学学習心理学

平成 23 年 5 月 12 日

教育出版

第 4 回目

川西翔太

●相似の中心についての記述があるかないか→ある

●何を重視しているか→相似を現実に応用できる

- 大まかな流れ

拡大図と縮図を見付ける→拡大図と縮図の辺の長さや角の大きさを比較する→拡大図と縮図の定義を規定する→拡大図と縮図を描く→拡大図と縮図の描き方→縮図の利用→縮尺について→縮図の利用

- 相似の中心以外にどんなものがあるか

→3辺の長さ・2辺の長さとその間の角・1辺の長さとその両端の角度

- 比→比を学んだ直後に拡大図と縮図を学ぶ

- 気づいたところ→算数メモという形で発展的な内容がある

次にこれら6社の教科書の比較をもとに、教科書分析をした。

【2】教科書の分析

数学学習心理学

平成 23 年 5 月 12 日

第 4 回目

教科書分析

1 単元の流れ

比 → 拡大図・縮図 →

{ 速さ（啓林館、東京書籍）
場合の数（教育出版）
比例、反比例（日本文教出版、学校図書）
文字を使った式（大日本図書）

2 本単元の流れ

図形の比較

↓

方眼紙を使った作図

↓

合同条件に基づく作図 [描き方まで記載…啓林館、学校図書、大日本図書、教育出版

↓

ヒント…東京書籍、日本文教出版]

相似の中心を使った作図 [点が図形の内部にあるもの…学校図書、教育出版（メモ）

↓

啓林館、大日本図書（発展問題）]

縮図の利用（地図、木の高さ、プールの長さ等）

→ここで「縮尺」について学ぶ（啓林館を除く）

3 重視しているところ … 作図

なぜ重視しているのか→作図からどのような力がつくのか

- ・合同条件に基づく描き方、一点を中心とした描き方などいろいろな描き方をして図形に対する感覚を豊かにするのではないか。

4 気づいた点

- ・円を取り入れたほうがいいのか。
 - より実践的なことができるのではないか。（ポスター等）
 - 発展問題として取り入れたらいいのか。
 - 感覚が豊かになる、考え方が広がるのではないか。
（大日本図書では最後に陸上のトラックを使った問題で半円を使っている。）
- ・まとめの問題に一点を中心にした作図が必要ではないか。
 - 大切にされる考え方がまとめや仕上げの問題に使われてなくていいのか。

(教育出版のみ載っている。)

- ・作図で 1:2、1:3 や 2 倍、 $\frac{1}{2}$ 倍だけでなく、2:3、2:5 や $\frac{3}{2}$ 倍、 $\frac{1}{5}$ 倍などを取り入れると、

比や分数の復習にもつながるのではないか。

→発展問題で取り入れられている。(東京書籍、大日本図書)

→練習問題で取り入れられている。(学校図書、啓林館、日本文教出版、教育出版)

<疑問点>

作図のとき、拡大図では 1.5 倍、縮図では $\frac{1}{2}$ 倍、この表記の違いは何か。

[授業を通して]

どの教科書も縮図と拡大図の単元の前は比であった。直後の単元はバラバラだったので、そんなに重要ではないと思う。また、全体の流れとして方眼紙を使った作図→合同条件に基づく作図→相似の中心を使った作図となっていたがこの順番で本当に適切なのかと感じた。また、どの教科書も作図を重視していた。でも、相似の中心の描き方はそんなに問題になっていない。また相似の中心を使った問題として周上、内部はあるが、外部はない。これはどうしてなのかと思った。

今回は、この教科書分析で浮かび上がった流れの順序の検討、相似の中心の周上、内部、外部それぞれに中心をとる場合の分析、またどういう問題がいいのかについて考える。

4 数学的観点からの考察

【1】流れの順序の検討

数学学習心理学

平成 23 年 5 月 19 日

第 5 回目

山口・山本

合同条件をヒントにした作図→相似の中心からの作図の流れでよいのかの検討

○相似の中心からの作図法を先に学習するメリット（アイスクリームの絵を題材と仮定）

- ・子どもが単元に興味を持ちやすくなるのでは
- ・複雑な図形の拡大・縮小にも対応しやすくなるのでは
- ・数学的な見方として相似の中心という新しい見方が加わるのでは
(・合同条件についてふれられるのでは)

○相似の中心からの作図法を後で学習するデメリット

- ・先に拡大・縮小の説明をするとそれを鵜呑みにしてしまい、子どもが考える楽しみがないのでは

○相似の中心からの作図法を先に学習するデメリット

- ・初めに複雑なものをする、簡単になっていくとつまらなくなるのでは
- ・合同条件をヒントにした作図の有意性が薄れるのでは

【2】相似の中心の扱い方

数学学習心理学

平成 23 年 5 月 19 日

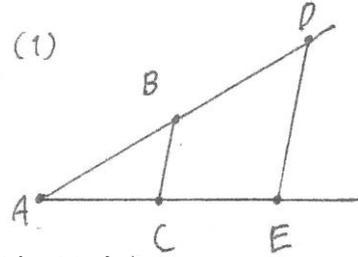
第 5 回目

岡田・古林

●相似の中心の扱い方（難易度の違い）

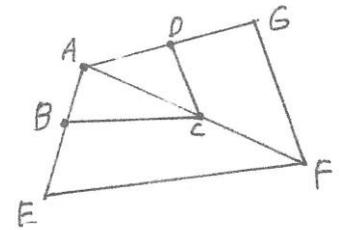
(1) 図形の頂点に相似の中心をとる場合

- ・補助線が少なくすむ。
- ・三角形の場合、ただ辺を伸ばせば作図ができてしまう。



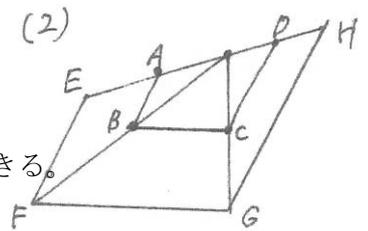
(2) 図形の辺上に相似の中心をとる場合

- ・相似の中心から頂点を通る直線を書くことが求められる。



(3) 図形の内部に相似の中心をとる場合

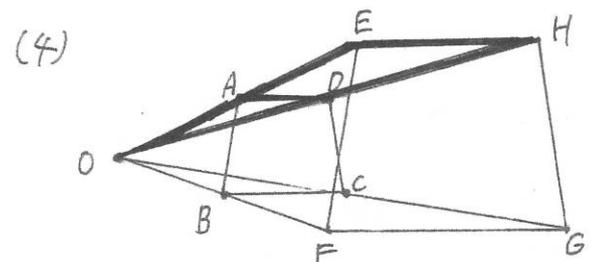
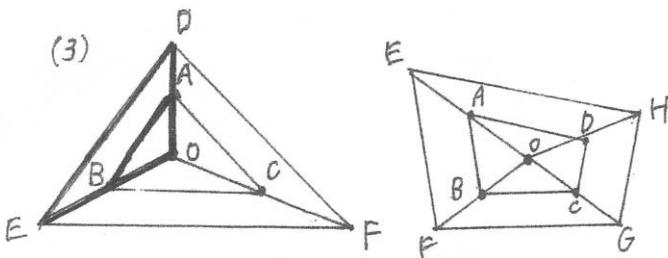
- ・円を使わない作図では (1) の図形をもとに考えられる。
- ・相似の中心から頂点を通る直線を描くことが求められる。
- ・円を使う作図では相似の中心を円の中心にとることで簡単に作図ができる。
→相似の中心の取り方の学習になる。



(4) 図形の外部に相似の中心をとる場合

- ・円を使わない作図では (1) の図形をもとに考えられる。
- ・相似の中心から頂点を通る直線を描くことが求められる。
- ・点を取る場所が重要である。
→図形から離れすぎた場所に点を取ると、その分図形が大きくなり、用紙に納まらなくなる。
- ・応用問題で扱いづらい。

※「任意の点から頂点を通る直線を描くと、図形の拡大図が描ける。」ということさえ理解できれば、難易度の差はないのではないかと。



【3】問題開発

数学学習心理学

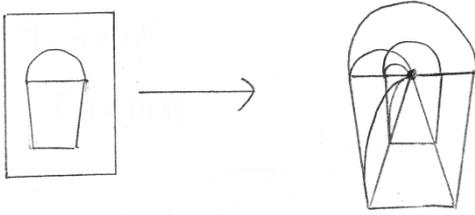
平成 23 年 5 月 19 日

第 5 回目

吾郷・川西

●相似の中心を使った問題

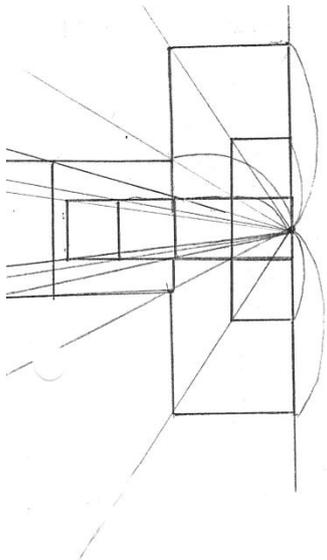
1 ポスター



2 展開図

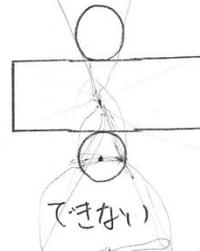
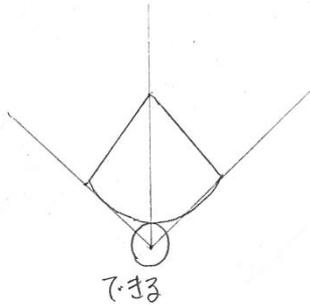
サイコロの展開図を相似
の中心を使って拡大する

拡大した展開図を組み立てるとで
きた図形も拡大することがわかる



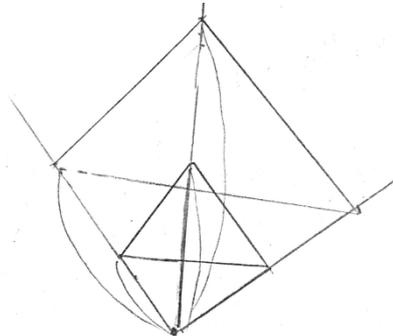
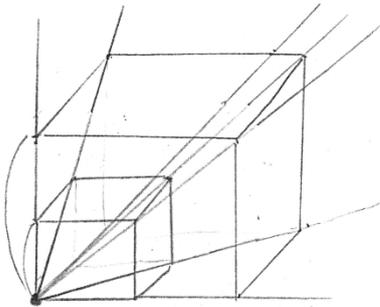
◦ 定規で長さを測ってやった方が簡単.

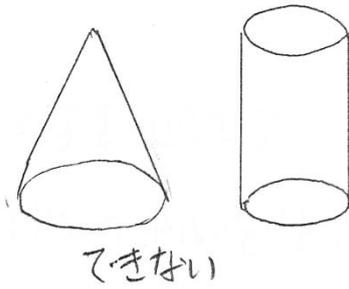
◦ 相似の中心を使った問題だけど、この問題のねらいは何なのか?
定規で長さを測らなくても、相似の中心を使えば拡大できること
を知ってもらうため? 手段の一つとして……



◦ 円が2つあるとできな
い。
◦ 三角柱や三角錐もで
きる!

3 立体的な図形



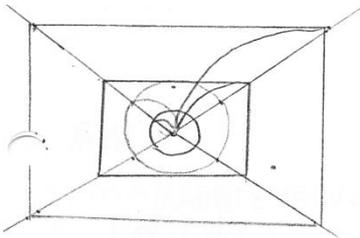


(意見)

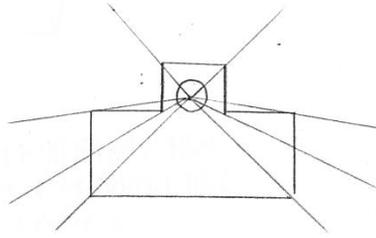
- ・楕円形はできない

4 その他

日本の国旗



学校



(意見)

- ・相似の中心を使ってできないことはない。
- ・具体的にどんな問題に入れることができるのか？(教科書にあったプールや地図、木の高さのような問題)

[授業を通して]

合同条件をヒントにした作図と相似の中心を使った作図のどちらを先に学習するとよいのかについて検討したが、まずはこの縮図と拡大図の単元で、何に重みを置いたのか、価値を置いたのかをはっきりさせないといけない。そこを具体的に考えることで、この2つのポジションをどういうふうにすればよいのかが見えてくるのではないと思う。

相似の中心をとる場所についての分析では、その拡大図、縮図をどこに、どんなふうに描きたいのかによっても中心をとる場所は変わってくると思う。

問題を考えることは、本当に難しかった。曲線図形だったら、相似の中心を使った描き方の方がいいと思った。

次回は、性質と作図の2つがどういうふうに関わっているのかを考えながら、自分たちならどういう順番にしたいのかについて考える。

【4】指導計画の順序についての検討(性質が先か？作図が先か？それとも融合か？)

数学学習心理学

平成 23 年 5 月 26 日

第 6 回目

○何に重みを置いたのか？価値を置いたのか？



作図と性質それぞれのやり方を学んで、そのときに適したやり方で問題を解くことができるようになる。感覚を養うこと。

(意見)

- ・ 具体的でない。
- ・ ここに価値を置くことはよいが、これだと作図と性質のどちらもしっかり学ぶことが大切だから性質が先か？作図が先か？融合がいいのか？に結びつかないように感じる。
- ・ もっと具体的でないと理屈が考えられない。



相似の中心に重点を置く。性質を使った作図よりも相似の中心を使った作図の方が子どもたちの考えの中では弱いのではないか…。

(1)融合について

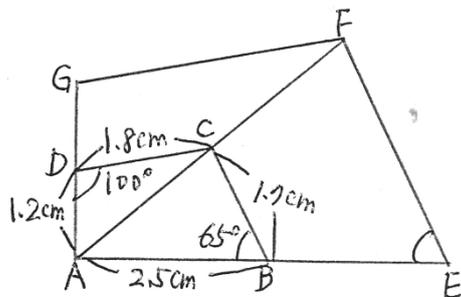
(意見)

- ・ どういうものが融合と言えるのかわからない。
- ・ 一つの問題の一つ図形の中で性質と作図を扱うことが融合なのか？
- ・ 一つの問題の中で性質を使うパターンと作図を使うパターンを入れることなのか？
- ・ もし一つの問題の一つ図形の中で性質と作図を扱うとしたら、片方は確かめ的な役割で終わってしまうのではないか…

下の図は四角形 ABCD を 2 倍に拡大して、四角形 AEFG をつくったものです。

⑦角 E、角 F、角 G の大きさはそれぞれ何度ですか？

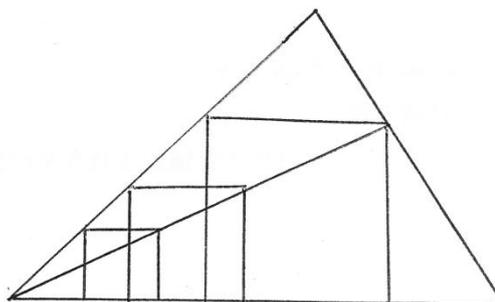
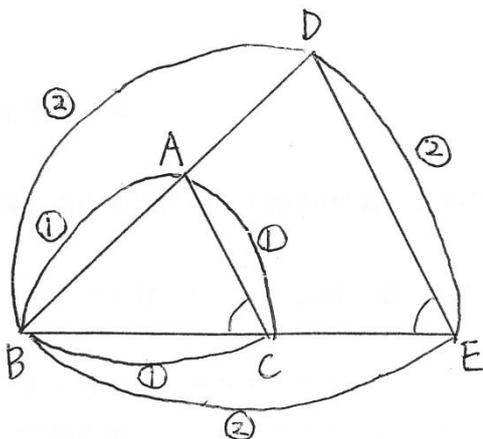
⑧辺 EF、辺 FG の長さはそれぞれ何 cm ですか？



(2)作図から性質

(意見)

- ・作図から性質へうまくつながらない。
- ・辺 AC と辺 DE はどうして① : ②なのかを子どもは理解できないのでは…
- ・ $\angle C$ と $\angle E$ の大きさが同じであることが理解できないのでは…



性質を使わないで相似の中心を使うことができるが、そのあとをどのようにつなげていいかわからない。

(3)性質から作図

(意見)

- ・性質から作図は流れとしてはうまくつながる。
- ・融合や作図から性質のやり方を考えることができなくて残りの性質から作図を選んだので消去法みたいな感じがする。
- ・相似の中心に重点を置く流れになっていると思う。

(話し合ってみて…)

- 全体的に具体的でない、薄い感じがする。
- 「これだ」という考えが出てこなかった。
- 感覚を養うためには確かめ問題などで、融合のような問題があったらいいかも。こういう問題は作図でやった方が簡単にできるというようなことを子どもに気付かせるため。

[授業を通して]

性質と作図を融合するとは、性質と作図を合体させるというよりも、行ったり来たりするようなイメージの思考である。

また、同じ大きさという形はどう定義されるのか、ここが定義されなければ、先に進まないのではないか。今の教科書は、最初に対応する角と辺が等しいと載せてあるが、別々にやった方がよいのではないか。児童は対応する角についてはわかるかもしれないが、辺の比についてはわかりにくいのではないか。相似の中心においても今の教科書では、後ろの方にただ載せただけのような感じがする。

今回はこの授業で指摘されたことを踏まえて、単元の指導計画を考えてくる。

5 単元の指導計画案

【1】最初に設定した指導計画案

数学学習心理学

平成23年6月9日

第7回目

学習指導計画（仮）

第一次 「同じ形」について定義しよう。

第一時 角の大きさについて考えよう。

第一時 辺の比について考えよう。（2）

第二次 拡大図、縮図を描いてみよう。

第一時 いろいろな方法で作図を試みよう。（2）

第二時 中心の点をつかって作図を試みよう。（2）

第三次 縮図の利用

学習指導内容

第一次「同じ形」について定義しよう

【第一時 角の大きさについて考えよう】

1、拡大と縮小の単元の初めに「同じ形」について考える。

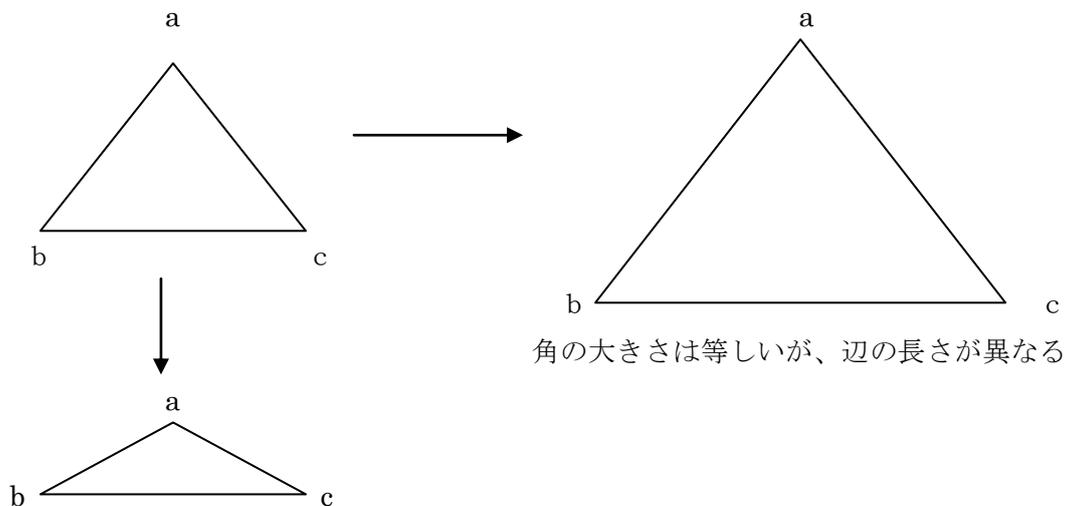
拡大すること、縮小すること→「同じ形」でないといけない。

（教材：プロジェクター、縦と横にのびるもの）

2、三角形を使って「同じ形」とは、角の大きさが等しいことを表す。

→どうやって？

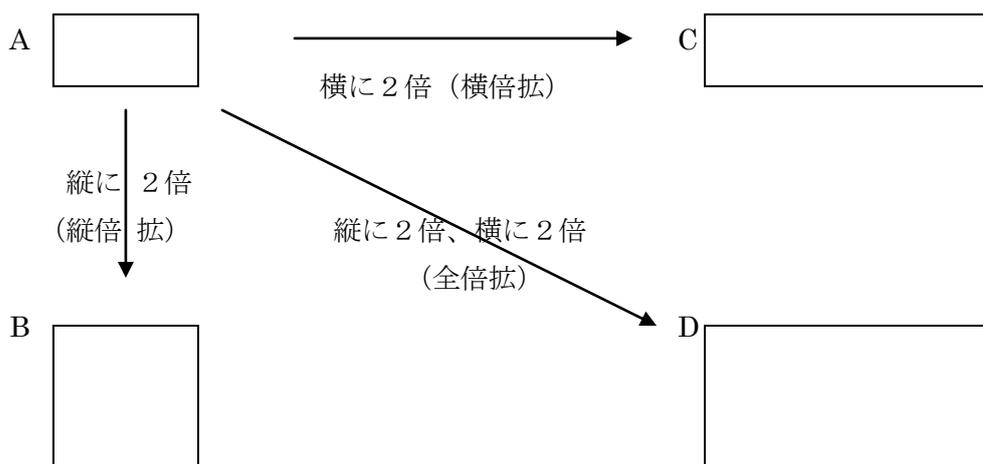
- ・模造紙で三角形をつくり、重ね合わせて角の大きさを比べる
- ・角の大きさが違うと「同じ形」はできないと児童自身が気づいてほしい



底辺は同じだが、角の大きさは違う
底辺以外の辺の長さも異なる

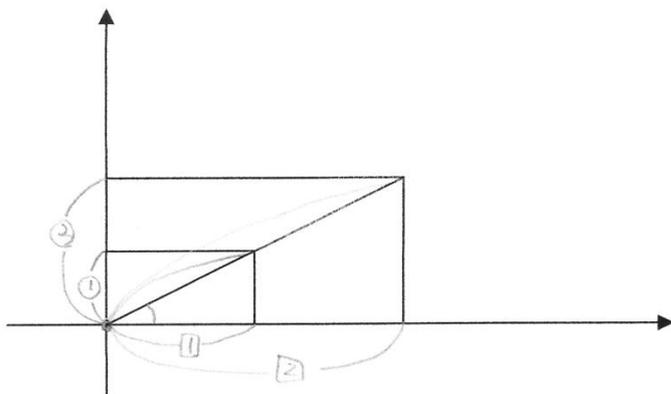
【第二時 辺の比について考えよう】

1、四角形で辺の比について考える。



- ・四角形 A と四角形 D は「同じ形」
→角の大きさが等しい、辺の比が等しい
→辺が等しいことは児童自身が発見するのか、教師が提示するのか検討
- ・四角形 A と四角形 B、C の違い
→模造紙を使って辺の比を比べる、相似の中心につなげる

2、相似の中心を使って辺の比について考える



- ・三角形をとりだして三角形についてみる
- ・作図をすることより、「同じ形」の定義にふれるための手段？
- ・「同じ形」についての定義を理解する

→「同じ形」を大きくしたもの、小さいものを拡大、縮小という

第二次 拡大図、縮小図をかいてみよう

【第一時 いろいろな方法で作図をしてみよう】

- ・合同条件を一般化した性質をつかった拡大図、縮小図の作図
- ・相似の中心をつかった作図

【第二時 中心の点をつかって作図をしよう】

- ・内部の点、外部の点

→性質をはさむことはできないだろうか。

<話し合い>

・指導計画の中に、合同条件を一般化した性質の内容をどこに入れるか。第一次の第一時か第二次の第一時に性質の内容をいれたい。このままだと性質→作図となり、融合でないと感じる。

・性質と作図それぞれのやり方を学んで、いろいろな問題を解くことで、そのときに適したやり方で問題を解くことができるようになる。そのため、どのような問題にするか検討する必要がある。また、まとめを工夫する必要がある。

[授業を通して]

第1次の第2時での模造紙を使って辺の比を比べるから相似の中心につなげるとあるが、どういうふうにつなげるのかを考えないといけない。また、第1次の第2時から第2次につなげるところでは、第1次の第2時の終りで相似の中心を出して、合同条件に触れれば自然な形で第2次につなげることができるのではないか。

【2】完成した指導計画案

単元の指導計画（6年 縮図や拡大図）

次	時	学習内容	本時目標	中心となる考え	問題	主たる算数的活動
1	1 2	○形の同じ図形の対応する角の大きさと辺の比について考える。	○対応する角の大きさが等しく、辺の比が同じであれば「同じ形」であるということが分かる。	○角の大きさと辺の比を使って同じ形について考える。	1 いくつかの三角形を使って、角の大きさを比べよう。 2 同じ形の三角形をかいてみよう。	A 分度器などを使って測定する。 B 既習の内容を使って、作図する。
	3	○対角線の長さの比について考える。	○相似な平行四辺形の対角線についても、他の対応する対角線と同じ比を持つことが分かる。	○対応する対角線の長さの比を求めにあたり、既習の事がらを使って考える。	2つの平行四辺形の対応する対角線の長さの比を求めよう。	A 実際にはかって調べている。 B-1 AとBを重ねて考えている。 B-2 三角形に着目して考えている。 C もう一方の対角線の長さの比も考えている。
2	4	○拡大・縮小の中心を使って拡大図・縮図を描く。	○拡大・縮小の中心を使うことの意味を理解し、問題を解くことができる。	○拡大図・縮図を描く方法の一つに拡大・縮小の中心を使った描き方がある。	※指導要領参照	※指導要領参照
	5	○曲線を含んだ図形の拡大図・縮図を描く。	○前時の考え方をういて拡大・縮小の中心を使って描くことができる。	○円の中心（ADの中点）が拡大・縮小の中心になる。 拡大・縮小の中心を使って描く。	アイスクリームの図の3倍の拡大図を描こう。	A 円周部分も直線部分と同じ比になっていることを理解する。 B 台形の頂点を拡大・縮小の中心として3倍の拡大図を描いている。 C 円の中心（ADの中点）を拡大・縮小の中心として3倍の拡大図を描いている。
3	6	○縮尺の意味とその表し方	○縮尺の意味とその表し方を理	○拡大・縮小の関係を用いて、地図	地図を用いて学	校から自分の家

		について考える。	解することができ	上の長さから実際の距離を求める。	までの距離を考えよう。	
--	--	----------	----------	------------------	-------------	--

6 指導案の作成

今回は、第1次の第3時とその次の授業である第2次の第1時とに分かれて、それぞれの指導案を考え、作成した。

【1】第1次の第3時

岡田郁美・古林知佳・山本幸子

(1)第1回目

数学学習心理学

平成23年6月16日(木)

第8回目

学習指導計画

第一次

第二時(前時)「辺の比について考えよう」

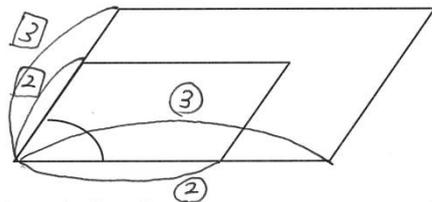
○平行四辺形を使って、辺の比の関係について気づき、角度とともに同じ形を再定義する。

1、いくつかの平行四辺形を提示

○角の大きさをみる。

→角の大きさが同じでも辺の比が違えば同じ形とはいえないことに気づく。

2、定義した同じ形を重ねて(1つの角を重ね合わせて)辺の比の確認



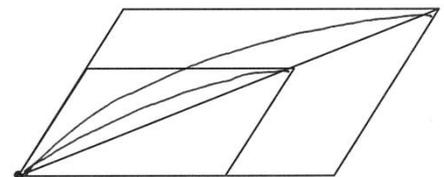
第三時「対角線の辺の比について考えよう」

○一点を中心にして、同じ形について考えよう。

1、対角線の比について考える

○実際に測って調べる。

→全ての平行四辺形にいえるのか、疑問をもつ。

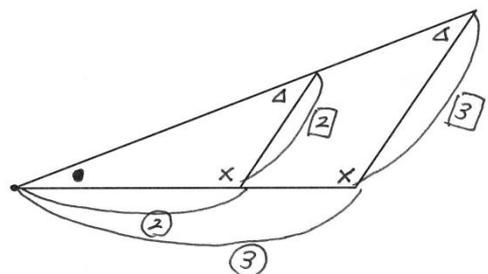


2、三角形に着目して考える(同じ形であるか調べる)

○×と●の二角は同じであることに気づく。

○三角形の内角の和を利用し、△の角も同じであることに気づく。

○二辺の比が同じであることに気づく。



→対角線の比も同じであることに気づく。

[授業を通して]

初めて指導案を考えてみたが、まず前時の部分から考えてみた。

指摘された点としては、平行四辺形からスタートするのか、基本形となる三角形を見つける活動が必要となること、また、問題を考え、それに対する活動とその支援を考えること、問題提示の仕方を考えることが必要であることなどがあった。

これらのことを踏まえて次回の指導案では、より具体的に、問題や期待する活動を考える。

(2)第 2 回目

数学学習心理学

平成 23 年 6 月 23 日 (木)
第 9 回目 岡田、古林、山本

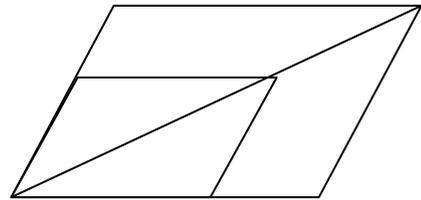
第三時「対角線の辺の比について考えよう」

本時のねらい

- ・一点を中心にして、形の同じ図形について考えよう。
- ・形の同じ図形の辺の比について考えよう。

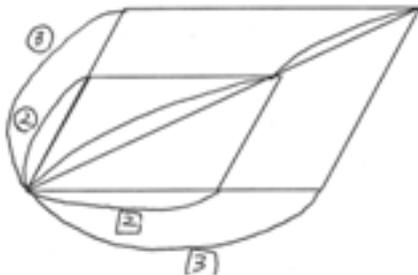
問題

- ・平行四辺形の対角線の辺の比について考えよう。



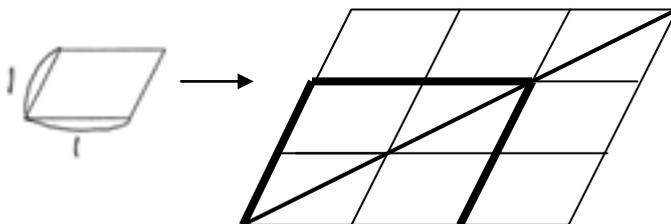
期待する算数的活動 A

- ・実際にはかってしらべる。(コンパス、定規)



期待する算数的活動 B

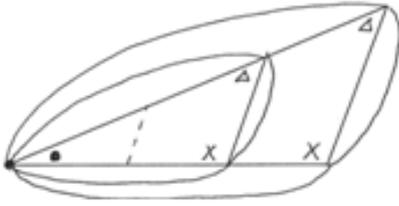
- ・ 1×1 の単位平行四辺形にわけて考える。



期待する算数的活動 C

○三角形に着目して考える。

- ・ \times と \bullet の二角は同じであることに気づく。
- ・ 三角形の内角の和を同じであることに気づく。
- ・ 二辺の比が同じであることに気づく。



*一点を中心にして考える。

○平行四辺形にした理由

- ・ 本時は、前時の学習内容をふまえる。
- ・ 台形等の図形も考えたが、複雑で難しかった。
- ・ 角の大きさのことも考えることができるのではないかと思った。

[授業を通して]

今回は第三時の問題提示と期待する算数的活動を考えた。期待する算数的活動は算数的活動Aで推測、算数的活動Bで立証、算数的活動Cで斜辺が等しいという流れになっている。

指摘された点は、問題提示の仕方である。考えた問題提示は「平行四辺形の対角線の辺の比について考えよう。」という問題文で、2つの平行四辺形を重ねた図を提示するという形である。まず問題文の「辺の比」という部分が漠然していると指摘を受け、「2つの平行四辺形の対角線の比を考えよう。」という問題文に改めた。図形の提示の仕方では、図形を重ねる活動が一点を中心にして考える活動につながるため、あらかじめ図形を重ねて提示するのではなく、別々に提示する。また別々に提示することで「同じ形」と推測する活動が期待できる。さらに具体的な角度をみせることで、拡大図・縮図と提示しなくても既習した内容を使うことで、提示された図形が拡大図・縮図の関係であることがわかる。

「一点を中心」とは、どんな形の図形があっても三角形に分解すればつかえる、すべての多角形でもつかえることがいえる。それを理解することが最終目標とする。

次回では問題提示の図形の辺の長さ、角度を考える。よりよくする活動の支援や練り上げを考えた具体的な指導案を考える。

(3)第3回目

数学学習心理学

平成23年6月30日(木)

第10回目 岡田、古林、山本

第一次

第三時「対角線の辺の比について考えよう。」

○本時の学習について

(1) 本時のねらい

- ・一点を中心にして、形の同じ図形について考えよう。
- ・形の同じ図形の辺の比について考えよう。

(2) 準備

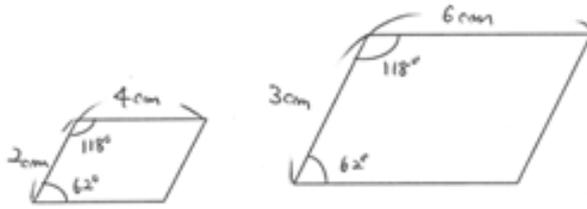
(3) 学習過程 支援 思考を示唆する支援 支援 行動を促す支援

学習活動 主な発問と期待される 児童の活動	指導上の留意点
-----------------------------	---------

1 学習課題を把握する。

1 2つの平行四辺形を提示し、今日は平行四辺形の対角線の辺の比について考えることをつかませる。

問 平行四辺形の対角線の辺の比を求めよう。



2 自己解決する。

2 平行四辺形の辺の比の求め方を考える。

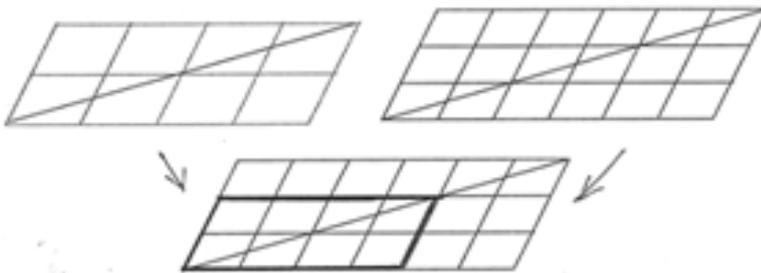
支援 実際には自分のノートに図をかいてみよう。

期待する活動 A 実際にはかって調べる。

支援 単位平行四辺形にわけてみよう。

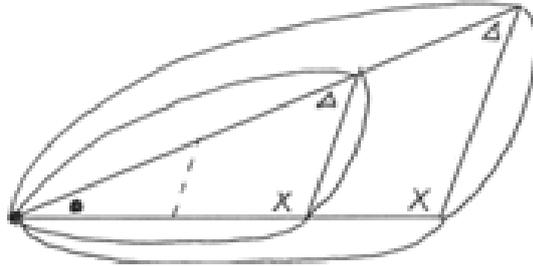
支援 2つの平行四辺形を重ねて考えてみよう。

期待する活動 B 1 cm × 1 cm の単位平行四辺形に分けて考える。



支援 三角形を抜き出してみよう。

期待する活動 C 三角形に着目して考える。



☆どんな多角形でも三角形に分割することで一点を中心にして考えられる。

[授業を受けて]

今回は問題提示と期待する算数的活動に加え、支援を考えた。

指摘された点は、課題がないことである。今回の算数的活動は問題解決だけのための活動となっている。また3つの活動をつなげる「何か」がない。しかし課題を提起することで、1つ1つの算数的活動において、問題の求め方、何を検討すればよいのか確認ができる。さらに算数的活動Aは算数的活動Bに対して何が不十分なのか、算数的活動Bは算数的活動Cに対して何が不十分なのか、つねに課題を確認することが必要である。また算数的活動Aが算数的活動Bに対して不十分な点を補うのが支援となる。

次回は課題を考え、算数的活動に対する支援を考える。

(4)第 4 回目

数学学習心理学

平成23年7月7日(木)

第 11 回目 岡田、古林、山本

第一次

第三時「対角線の辺の比について考えよう。」

○本時の学習について

(1) 本時のねらい

- ・一点を中心にして、形の同じ図形について考えよう。
- ・形の同じ図形の辺の比について考えよう。

(2) 準備

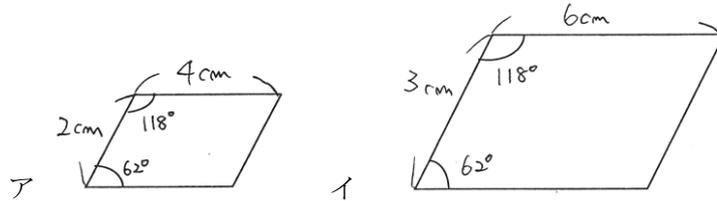
(3) 学習過程 支援 思考を示唆する支援 支援 行動を促す支援

学習活動 主な発問と期待される児童の 活動	指導上の留意点
-----------------------------	---------

1 学習課題を把握する。

1 2つの平行四辺形を提示し、本時は平行四辺形の対角線の辺の比について考えることをつかませる。

問 平行四辺形の対角線の辺の比を求めよう。



課題：対角線の辺の比の求め方をいろいろな方法で考えよう。

2 自己解決する。

2 平行四辺形の辺の比の求め方を考える。

支援 イはアを何倍大きくした図形かな。

支援 実際に自分のノートに図をかいてみよう。

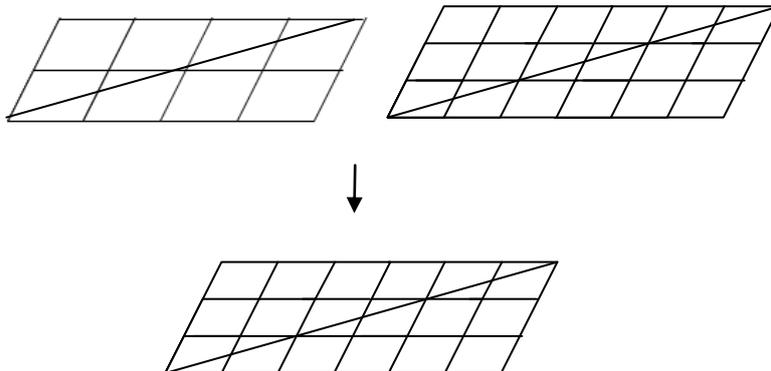
期待する活動 A 実際にはかって調べる。

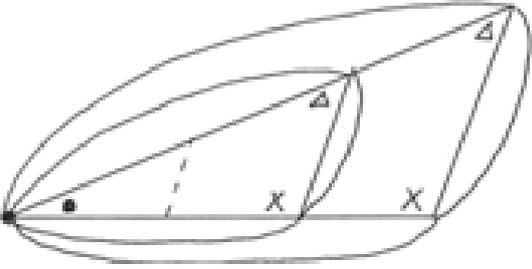
支援 もっと簡単な調べ方はないかな。

支援 2つの平行四辺形を重ねて考えてみよう。

期待する活動 B-1

1 cm × 1 cm の方眼紙を使って考える。



活動 B-1	支援 (B-1) 数える方法以外に求める方法はないかな。
<p>期待する活動 B-2 三角形に着目して考える。</p> 	
<p>活動 C</p>	<p>支援 (B-2) ア、イの図形に対角線を引いてできた2つの三角形は合同と考えたんだね。それはどうしてかな。</p>
<p>☆どんな多角形でも三角形に分割することで一点を中心にして考えられる。</p>	

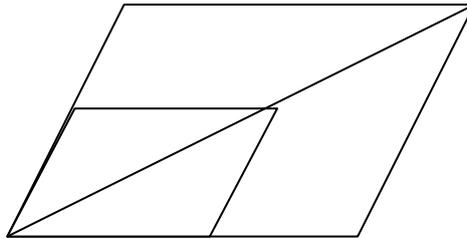
<考察>

- ・方眼紙を低度の子に与えるということで、活動 B-1 に位置付けたが、次へのつながりがわからない。
- ・活動 C で活動 B-2 の証明 (なぜ 2 : 3 になるのか) を入れようとしたが、難しい。方眼紙をつかって証明する方法も考えたが、それだと三角形の性質の証明を重視することになる。活動 B-1 が活動 C となってしまうと考える。
- ・活動 B-2 を活動 C とすると、活動 C は、三角形での形の同じ図形の定義をひろげるものになってしまう。推測 (活動 A) → 立証 (活動 B-1) → 発展 (?)
- ・活動 C で台形など、他の四角形にも一点を中心にした考え方が利用できるという問題を入れようとしたが、全く別の問いになってしまう。

四辺形を重ねてかいてみよう。

期待する活動 B-1

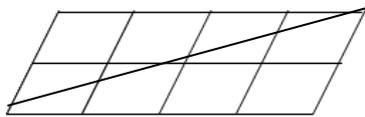
A と B を重ねて考える。



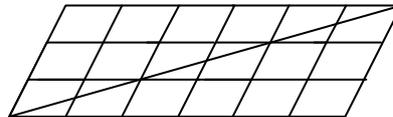
支援

図形を重ねて対角線が書けていない児童に専用の方眼紙を使って考えさせる。

A

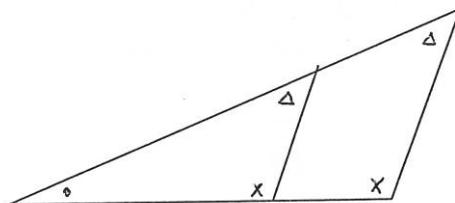


B



支援 習ったことを使って、はからなくても計算で求められないかな。

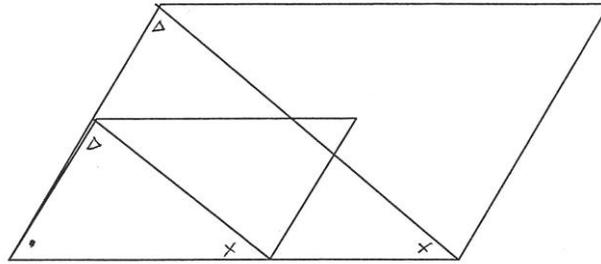
期待する活動 B-2 三角形に着目して考える。



支援 もう一方の対角線の長さの比も同じように考えられるかな。

期待する活動 C

もう一方の対角線の長さの比も考えよう。



3 みんなで検証する。

平行四辺形の対角線の長さの比はいくらになったかな。

$$A : B = 2 : 3$$

どんなふうに調べたのかな。

・活動 A の考えから取り上げる。

考え α : 測定値を使って考えている。

α : 実際にはかって答えを求めている。

$$A : B = 5.4 : 8.0$$

$$A : B = 5.4 : 8.1$$

$$A : B = 2 : 3$$

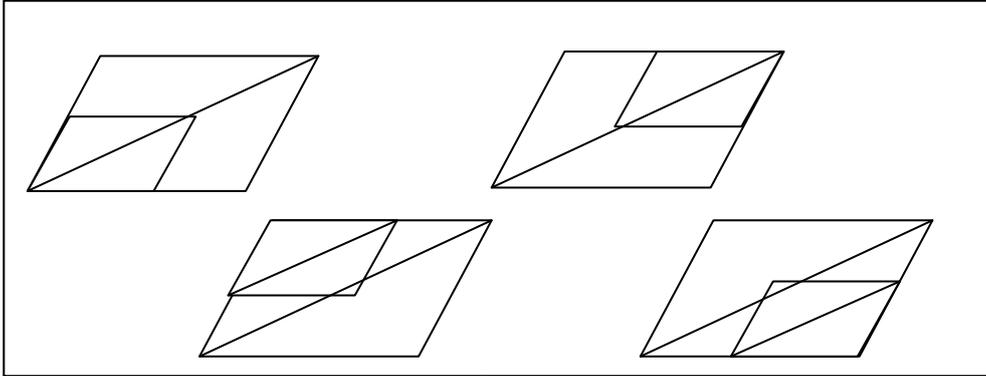
・測定値にズレがあることを確認する。

測定は検討をつけるのには良いが、正確な値を求めるのは難しいね。

測定値がなくても計算で比を求めることができないかな。

考え $\beta-1$: 図形を重ねて考えている。

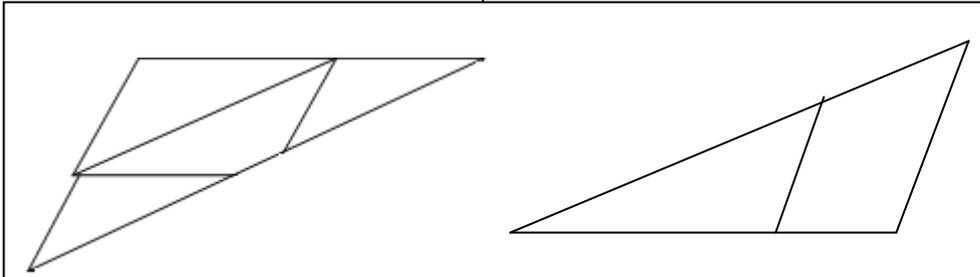
$\beta-1$: 対応する角が等しいことに気づき二つの図形を重ねて考えている。



考え $\beta-2$: 三角形に着目して考えている。

$\beta-2$: 二辺の比とその間の角が等しいから、三角形 A と三角形 B は拡大・縮小の関係にあることに気づく。

・ 三角形 A と三角形 B はどのような関係になっているか考えさせる。



三角形 A と三角形 B が拡大・縮図の関係にあることがわかったね。

考え γ : もう一方の対角線でも考えることができている。

γ : もう一方の対角線も 2 : 3 になっていることに気づく。

対角線の長さは違っても、縦・横の辺の比が等しいと対角線の長さの比は同じになるね。

こっこの三角形も拡大・縮図の関係にあることがわかるね。

<p>☆どんな多角形でも三角形に分割することで一点を中心にして考えられる。 ☆角度と辺の比を合わせて拡大図・縮図を考えることができる。</p>	
<p>4 ふり返りをする。 ・今日の考え方をを使うと、拡大図と縮図が簡単にかけるだろうという次時への意欲をもたせる。</p>	

[授業を通して]

前回の指摘から、期待する活動 B・1 を見直し、活動 C を考え、練り上げを考え、大まかに完成形を目指した。

指摘された点としては、「対応する対角線」ということばの確認をすること、期待する活動 B・1 では A と B を重ねることによって、A と B が拡大・縮小の関係にあるという見通しを持たせることができるということ、また本時のねらいについて、支援についてなどがあり、これらの点をもう一度考え直し、完成版を考える。

(6)完成した指導案

数学学習心理学

平成 23 年 7 月 14 日(木)

第 13 回目 岡田、古林、山本

第一次

第三時「対角線の長さの比について考えよう。」

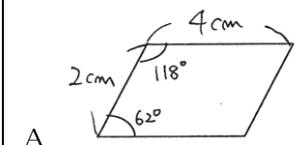
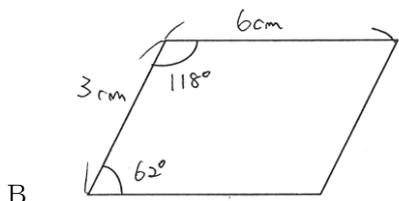
○本時の学習について

(1) 本時のねらい

- ・相似な平行四辺形の対角線についても、他の対応する対角線と同じ比を持つことが分かる。
- ・対応する対角線の比を求めるにあたり、既習の事からを使って考える。

(2) 準備：ヒントカード（専用の方眼紙）

(3) 学習過程 支援 思考を示唆する支援 支援' 行動を促す支援

学習活動 主な発問と期待される児童の活動	指導上の留意点
<p>1 学習課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>問 2つの平行四辺形の対応する対角線の長さの比を求めよう。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>A</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>B</p> </div> </div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0; text-align: center;"> <p>課題：対角線の長さの比にはどのような関係があるか調べよう。</p> </div>	<p>1 2つの平行四辺形を提示し、本時は平行四辺形の対応する対角線の長さの比について考えることをつかませる。</p>
<p>2 自己解決する。</p>	<p>2 平行四辺形の辺の比の求め方を考える。</p> <p>支援' 実際に自分のノートに図をかいてみよう。</p>

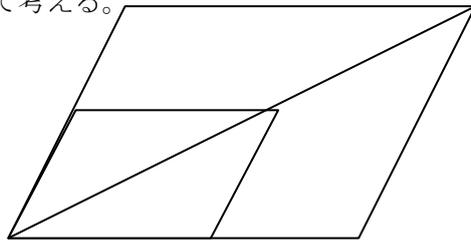
期待する活動 A 実際にはかって調べる。

支援 習ったことを使って、はからなくても計算で求められないかな。

支援' 対応する角が等しいから、2つの平行四辺形を重ねてかいてみよう。

期待する活動 B-1

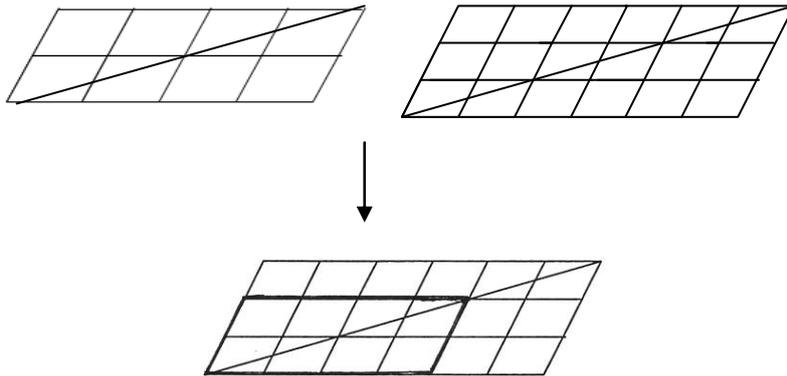
A と B を重ねて考える。



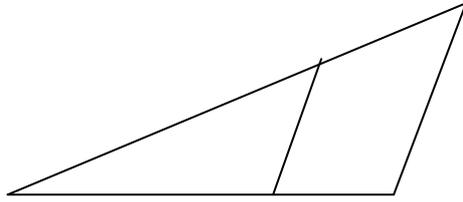
支援 2つの平行四辺形の関係を説明できるかな。

支援'

図形を重ねて対角線が書けていない児童に専用の方眼紙を使って考えさせる。



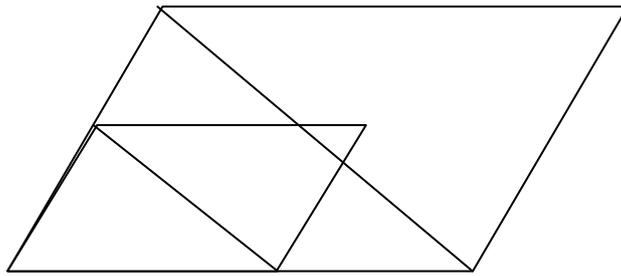
期待する活動 B-2 三角形に着目して考える。



支援 もう一方の対角線の長さの比も同じように考えられるかな。

期待する活動 C

もう一方の対角線の長さの比も考えよう。



3 みんなで検証する。

平行四辺形の対角線の長さの比はいくらになったかな。

$$A : B = 2 : 3$$

どんなふうに調べたのかな。

・活動 A の考えから取り上げる。

考え α : 測定値を使って考えている。

α : 実際にはかって答えを求めている。

$$A : B = 5.4 : 8.0$$

$$A : B = 5.4 : 8.1$$

$$A : B = 2 : 3$$

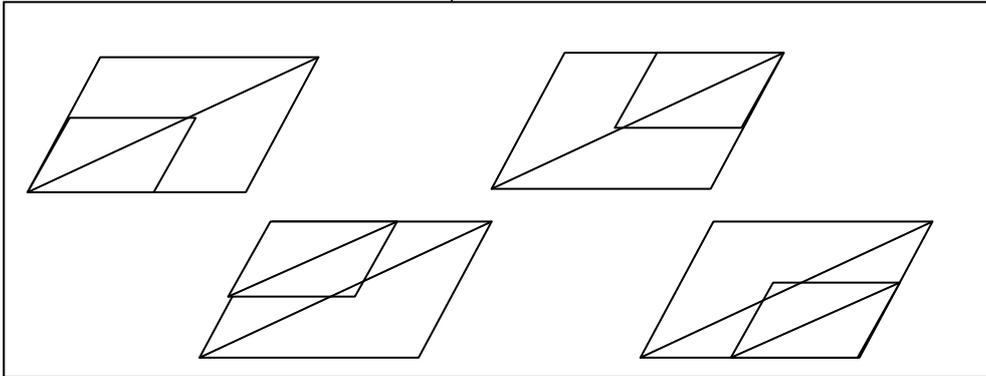
・測定値にズレがあることを確認する。

測定は検討をつけるのには良いが、正確な値を求めるのは難しいね。

測定値がなくても計算で比を求めることができないかな。

考え $\beta-1$: 図形を重ねて考えている。

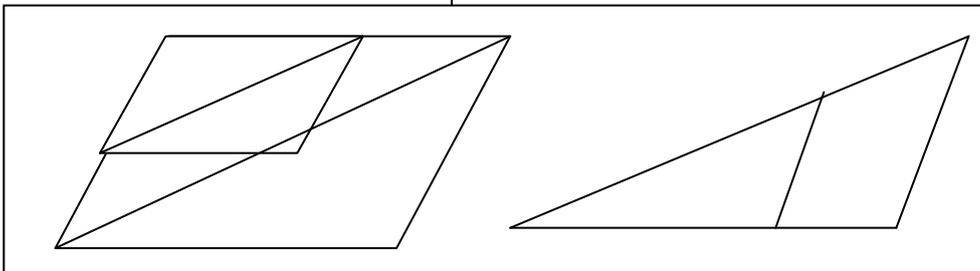
$\beta-1$: 対応する角が等しいことに気づき二つの図形を重ねて考えている。



考え $\beta-2$: 三角形に着目して考えている。

$\beta-2$: 二辺の比とその間の角が等しいから、三角形 A と三角形 B は拡大・縮小の関係にあることに気づく。

・三角形 A と三角形 B はどのような関係になっているか考えさせる。



三角形 A と三角形 B が拡大・縮小の関係にあることがわかったね。

考え γ : もう一方の対角線でも考えることができている。

γ : もう一方の対角線も 2 : 3 になっていることに気づく。

対角線の長さは違っても、縦・横の辺の比が等しいと対角線の長さの比は同じになるね。

こっちの三角形も拡大・縮小の関係にあることがわかるね。

☆どんな多角形でも三角形に分割することで一点を中心にして考えられる。
☆角度と辺の比を合わせて拡大図・縮図を考えることができる。

4 振り返りをする。

・今日の考え方をを使うと、拡大図と縮図が簡単にかけるだろうという次時への意欲をもたせる。

【2】第2次の第1時

吾郷将樹・川西翔太・山口諒

(1)第1回目

数学学習心理学

平成23年6月16日

第8回目

吾郷将樹・川西翔太・山口諒

第二次：拡大図・縮図を描いてみよう

第一時：線の長さや角の大きさ(性質)を使った作図をしてみよう

【この時間のねらい】

- ・線の長さや角の大きさを使って、拡大・縮小の図を描くことができる。
- 教科書には三角形の合同条件はヒントとして載っていたが、相似については触れられていない。あいまいな説明になっている。
- 相似についても触れて、線の長さや角の大きさを使った描き方で、どうして同じ形の拡大・縮小の図が描けるのかをはっきりと理解できるようにする。

【問題】

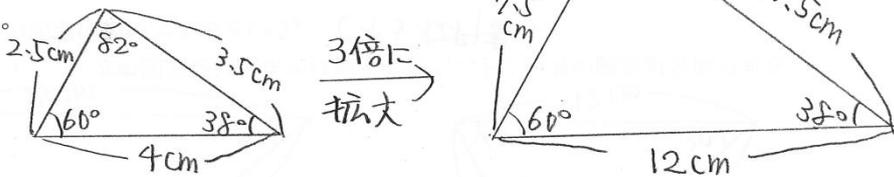
- ・ねらいを達成するためには、どういう問題がいいのか？



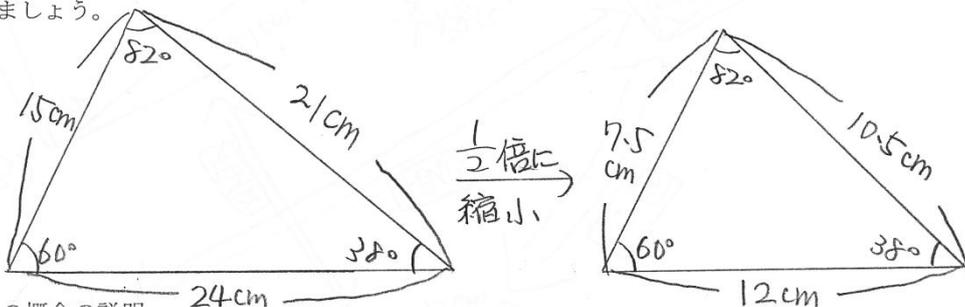
線の長さや角の大きさを使って拡大図・縮図を描いたり、観察したりする中で、相似についても扱える問題。

- (1) 線の長さや角の大きさを使った拡大図・縮図を描く(三角形の合同条件をもとに描いていく)

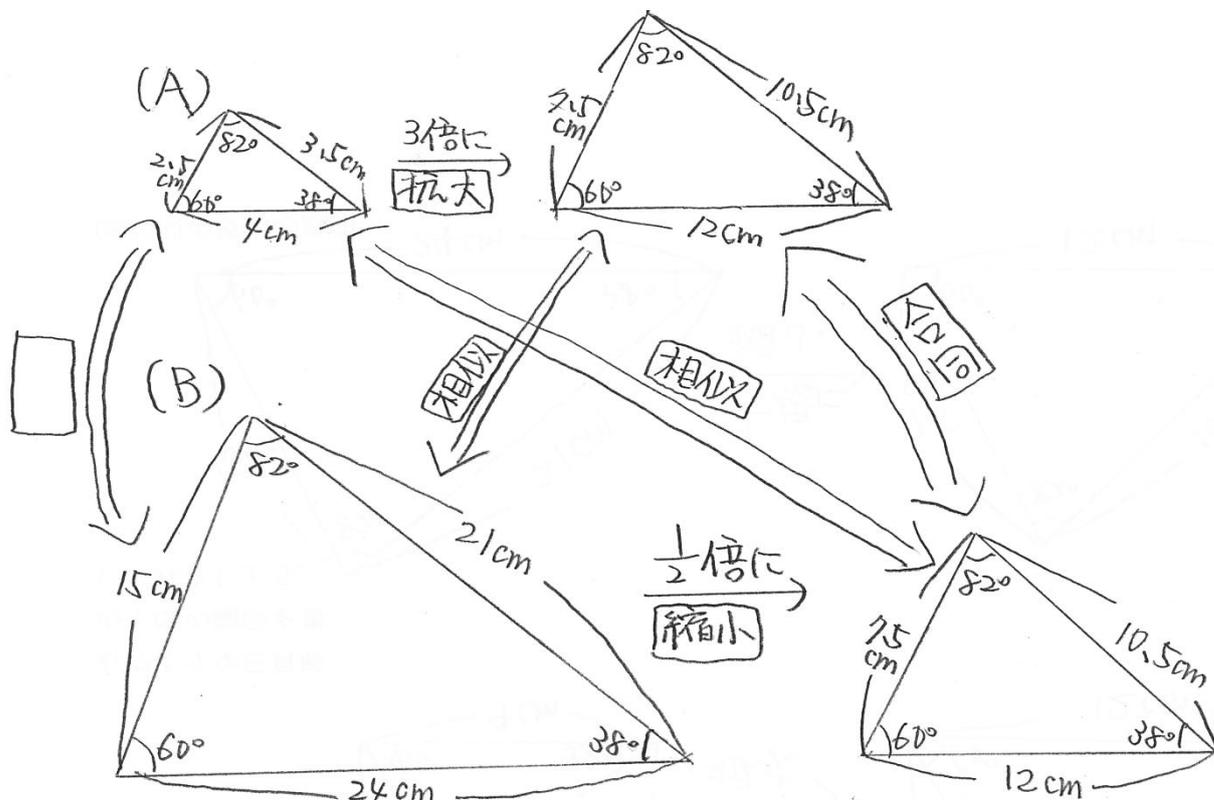
右のような三角形の3倍の拡大図を書いてみましょう。



右のような三角形の1/2の縮図を書いてみましょう。



(2)相似の概念の説明



→2つの図形があって、一方の図形を拡大または縮小したものと、他方の図形が合同であるとき、この2つの図形は相似であるという。

・三角形 A と三角形 B の図形は相似なのか？



三角形の相似条件につなげる。

- ①3組の辺の比がすべて等しい時
- ②2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい時
- ③2組の角が、それぞれ等しい時



相似条件を使って、明確に拡大図・縮図が描ける。

・このあとはどうするのか？

四角形の拡大図・縮図を描く。

[授業を通して]

教科書分析をした時に、辺の長さや角の大きさを使って作図するところでは、合同な三角形の描き方を思い出して描いてみようとなり、三角形の合同条件をヒントに考えるとい

うやり方が載っていた。しかし、相似については触れられていないので、あいまいな説明になっていると感じた。そこで、問題を解く中で、相似についても触れることができるような授業を考えた。だが、実際は三角形の相似条件は三角形の相似にしかつかえず、四角形や五角形にはつかえない。三角形の相似条件は逆に狭くなってしまうので、相似の概念については触れなくてよいと指摘された。

次回までの改善点としては、四角形の問題をもとに授業を考えてくる。

(2)第2回目

数学学習心理学

平成23年6月23日

第9回目

吾郷将樹・川西翔太・山口諒

第二次：拡大図・縮図を描いてみよう

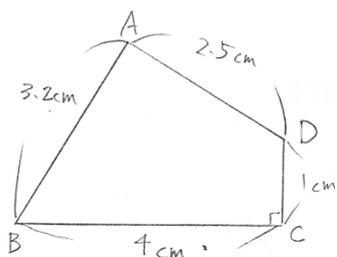
第一次：線の長さや角の大きさ(性質)を使った作図を試みよう

[本時のねらい]

→拡大・縮小の中心を使って拡大図・縮図を描く

[問題]

次の四角形の2倍の拡大図を描いてみましょう



(活動A)四角形の中の三角形を取り出して、拡大図を描く

三角形を取り出す

$\triangle BCD$ を2倍
=拡大しよう

性質の描き方
→数人いるかも、こういう描き方がおもしろい

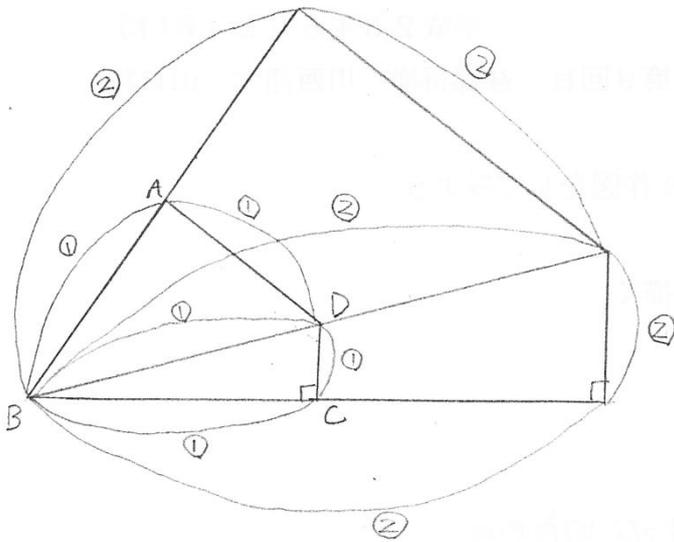
相似の中心の描き方
→多くの生徒がこの描き方、前時を踏まえて、前時の図を使ってもよい

(活動B)拡大・縮小の中心を使って、四角形の拡大図・縮図を描く

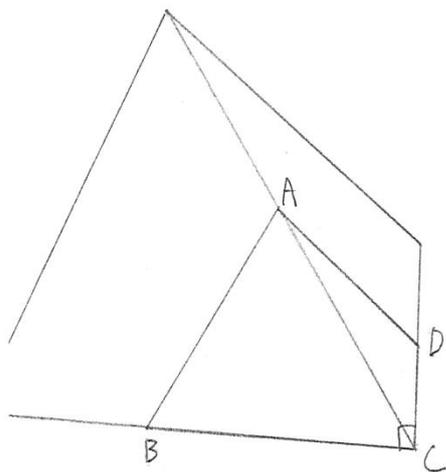
- ・ どうして補助線が必要なのか？
→ 頂点が指定されているから

拡大・縮小の中心を使って三角形を2倍したように四角形も2倍に拡大してみる
対角線 BD を伸ばす

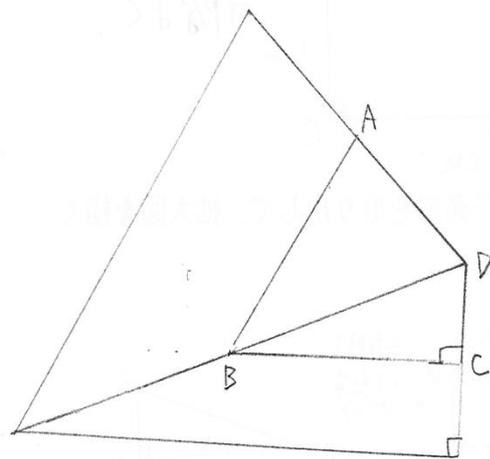
→ 前時でもやった対角線の比も同じであることを確認してもよい



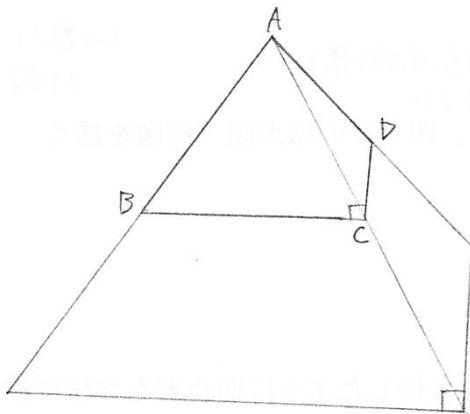
(活動 C) 頂点が違ってても同じように2倍の拡大図が描ける



頂点を C として



頂点を D として



頂点を A として

[授業を通して]

今回は、四角形をもとに拡大・縮小の中心を使って拡大図・縮図を描く授業を考えた。

指摘された点として [活動 A] では、四角形の中の三角形を取り出して、拡大図を描くとしていたが [活動 B] では、性質を使った作図をしたほうがよい。そうすることで、A の活動はあまり手際がよくない、もっと手際のいい描き方はないかという形で [活動 B] につなげることができる。

(3)第3回目

数学学習心理学

平成23年6月30日

第10回目

吾郷将樹・川西翔太・山口諒

第二次：拡大図・縮図を描いてみよう

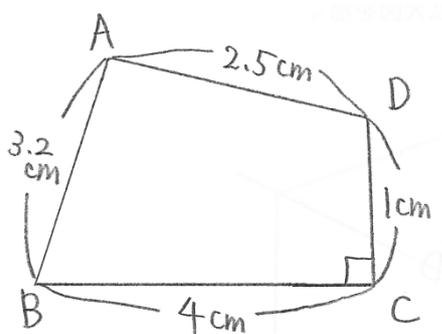
第一次：拡大・縮小の中心を使った作図を試みよう

【本時のねらい】

拡大・縮小の中心を使って拡大図・縮図を描く

【問題】

次のような四角形の二倍の拡大図を手際よく描いてみましょう。

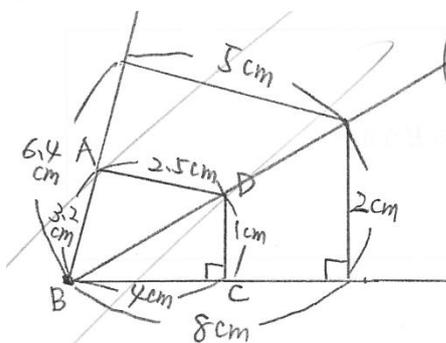


【活動A】

四角形の二倍の拡大図を描いてみましょう

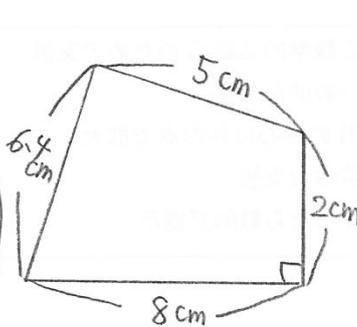
考えられる描き方

①



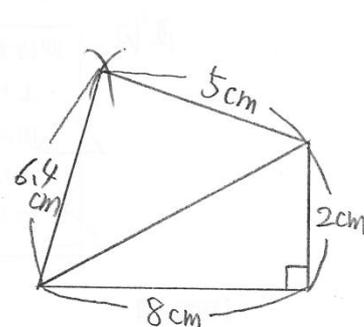
拡大・縮小の中心を使った描き方

②



性質の描き方

③



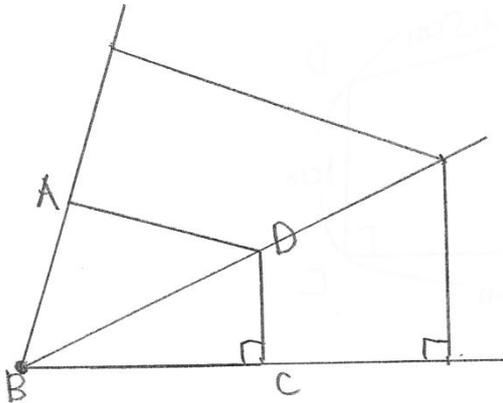


期待する数学的活動 B のための支援

- ・より一般的な支援
三角形をもとに一点から他の頂点に向かって線を伸ばし、頂点までの距離を倍にする
- ・より特殊な支援
三角形に分けて、それぞれを拡大・縮小の中心を使って拡大する

【活動 B】

頂点 B を中心に二倍の拡大図を描く



活動 A と B の違いは？

→ 値がなくても、使わなくても拡大図が描ける

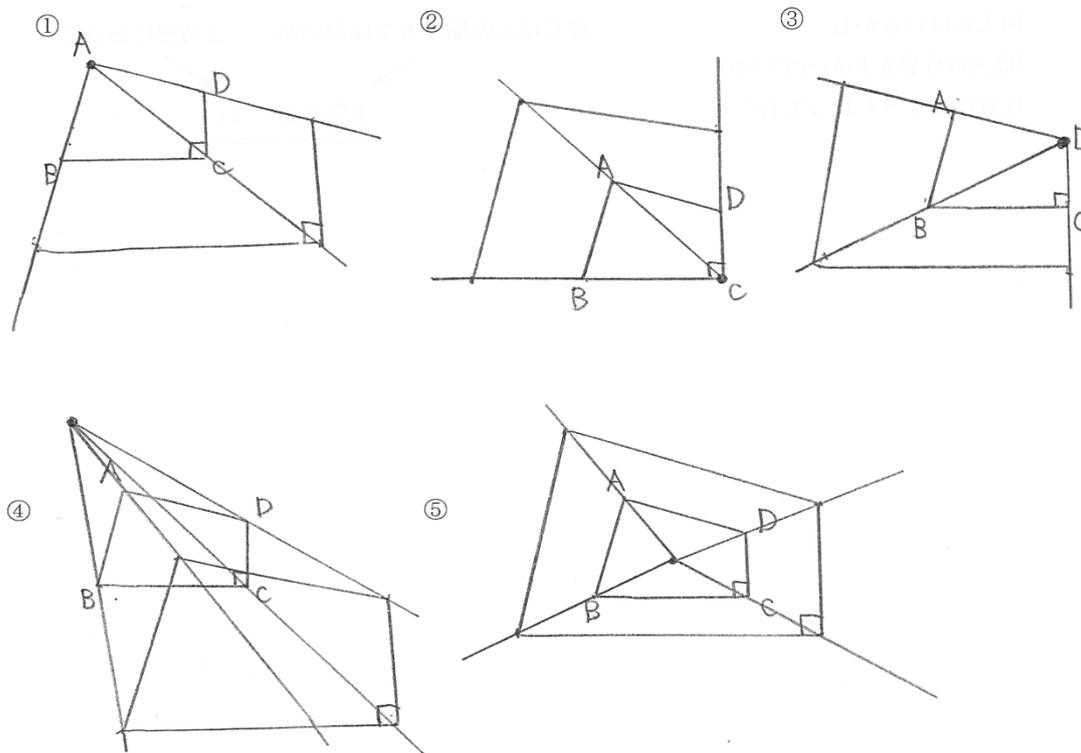
期待する数学的活動 C のための支援

- ・より一般的な支援
頂点 B の中心以外の点で拡大してみたらどうか？
- ・より特殊な支援
でなかったら教師が提示

【活動 C】

頂点 B 以外の点から 3 倍の拡大図を描く

考えられる描き方



生徒に前に出てそれぞれの描き方で描いてもらう

生徒みんながいろいろな描き方を把握できるように

→ 拡大・縮小の中心はいろいろな描き方で拡大図を描くことができる

さらなる数学的活動のための支援

・より一般的な支援

拡大・縮小の中心を使って、五角形の拡大図を描いてみよう

[授業を通して]

前回、指摘された点を改善した。また、それぞれの期待する活動に対して一般的な支援と特殊な支援を加えた。

指摘された点として【問題】には、辺の長さや角の大きさなどの与えられる情報は与えておいたほうがよい。そこから次第に少ない情報でも描くことができるということを考えていくようにする。また、【活動A】では、②③のような拡大・縮小の中心を使っていない描き方にする。ここでの一般的な支援として、測定値を用いない描き方はないか、特殊な支援として一点を中心にした描き方はないかにしてはどうかと指摘された。【活動B】では、頂点Bを中心にして2倍の拡大図を描くとしていたが、頂点Bに限定せず、いずれかの頂点でよい。【活動C】では、頂点B以外の点から3倍の拡大図を描くとしていたが、内部・外部の点からの描き方は飛躍がありすぎるので、内部・外部はさらなる活動にする。【活動C】

では、6倍の拡大図を描いてみましょうとするとどうか。すると、問題の図から6倍の拡大図を描く児童もいれば、【活動B】で描いた2倍の拡大図を使って手際よく描く児童もいる。また、ここでの一般的な支援にある五角形の拡大図を描く問題は評価問題として扱ったらどうか。また、元の形のカードと台紙を用意しておくといわれた。

(4)第4回目

数学学習心理学

平成23年7月7日

第11回目

吾郷将樹・川西翔太・山口諒

本時の学習について

第二次：拡大図・縮図を描いてみよう

第一時：拡大・縮小の中心を使った作図を試みよう

(1)本時のねらい

拡大・縮小の中心を使って拡大図・縮図を描く

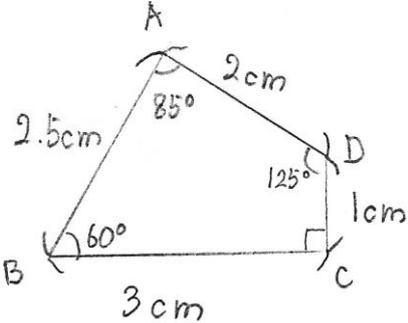
(2)準備

A4の台紙、問題の四角形が作図されたプリント

(3)学習過程

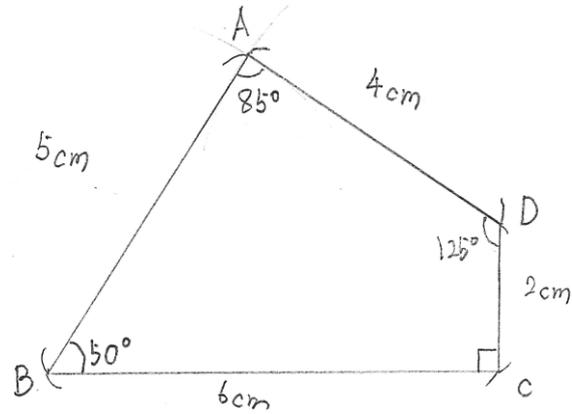
支援…思考を示唆する支援

支援’…行動を促す支援

学習内容	活動への支援・指導上の工夫
<p>1.学習課題をつかむ。</p> <div data-bbox="261 1249 1315 1715"><p>問 下のような四角形の2倍の拡大図を描いてみましょう。</p><p>課 手際よく描く方法を考えましょう。</p></div>	<p>活動への支援・指導上の工夫</p> <p>適当な四角形を提示し、本時は拡大・縮小の中心を使って拡大図の描き方を学ぶことをつかませる。</p> <p>2.自力解決をする。</p>

期待する活動 A

○辺の長さ、角の大きさを使って 2 倍の拡大図を描いている。

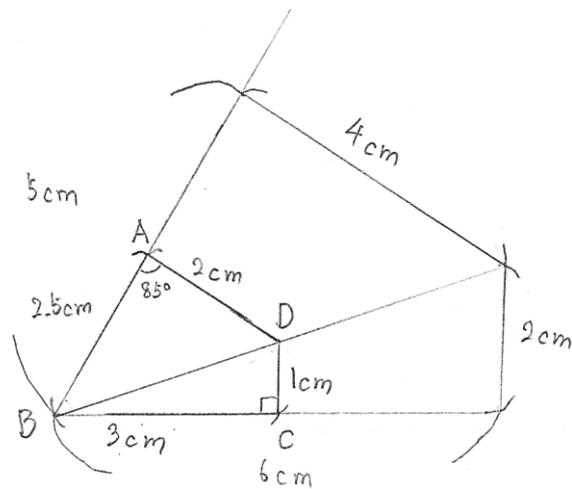


支援 測定値を使わない描き方はないかな。

支援' 一点を中心にした描き方はないかな。

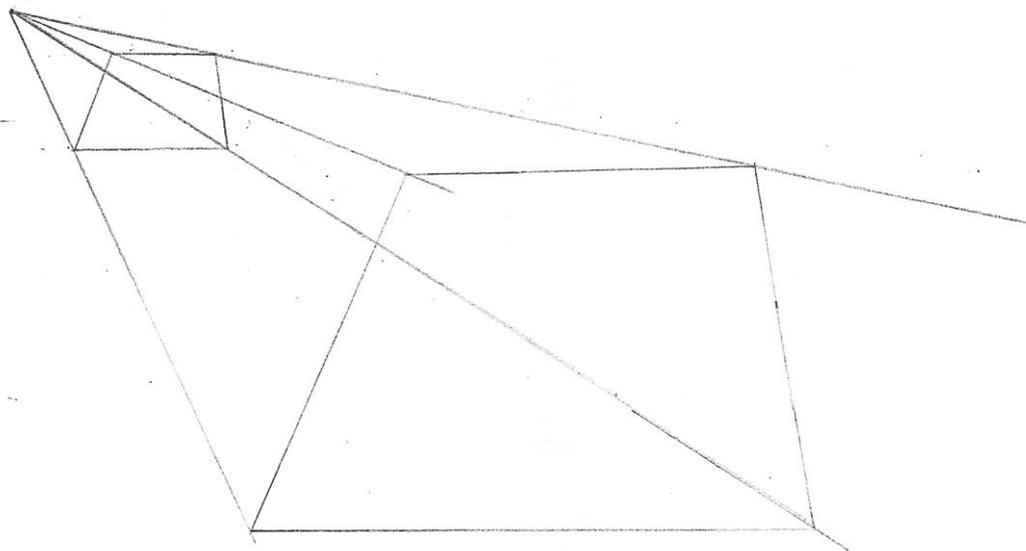
期待する活動 B

○拡大縮小の中心を用いた描き方で、頂点から 2 倍の拡大図を描いている。

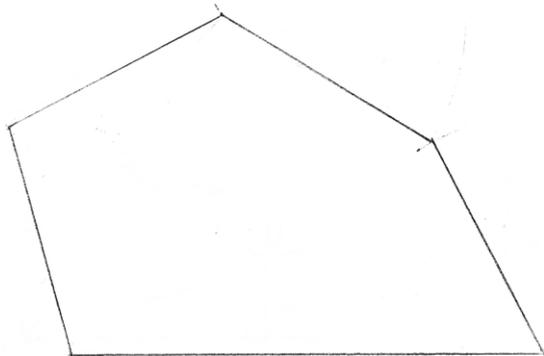


期待する活動 N

○拡大図・縮図の中心の位置を意識しながら 6 倍の拡大図を描いている



評価問題 下の五角形の $\frac{2}{3}$ の縮図を描きましょう。



<p>3.検証する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・活動 A,B で使った作図法のどちらが手際がよいか話し合わせる。 ・なぜ活動 Bの方が手際がよいのか。 <ul style="list-style-type: none"> →・活動 B は測定値が必要ない。 ・定規、コンパスだけで描ける。
<p>4.まとめをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・辺の長さ、角度を測って拡大図・縮図を描くのは手際が悪い。拡大・縮小の中心を使って作図をすれば、測定値がなくても描くことができ、手際よく描ける。 ・拡大・縮小の中心はどこにとっても拡大図縮図が描ける。 ・拡大・縮小の中心を使った描き方は、どんな多角形でも使うことができる

[授業を通して]

前回、指摘された点を改善した。指摘された点として、[活動 C]のあとの問と期待する活動 N はいない、検証するのところで、活動 A と B のどちらが手際の良い作図法か話し合わせる活動はいない、評価問題に自分が描いた以外の頂点を中心にした拡大図を描かせる問題を加えた方が良い、と言われた。また、練り上げでは [活動 B] で、頂点 B を中心として拡大図を描いた児童 3 人に黒板で描いてもらう。次に他の頂点を中心を描いた児童にも黒板で描いてもらう。その後に [活動 C] の 6 倍の拡大図を描くにつなげるとどうかと言われた。

次回の改善点としては、練り上げでの想定やりとりを考えてくる。また板書計画についても考えてくる。

(5)第5回目

数学学習心理学

平成23年7月14日

第12回目

吾郷将樹・川西翔太・山口諒

本時の学習について

第二次：拡大図・縮図を描いてみよう

第一時：拡大・縮小の中心を使った作図を試みよう

(1)本時のねらい

拡大・縮小の中心を使って拡大図・縮図を描く

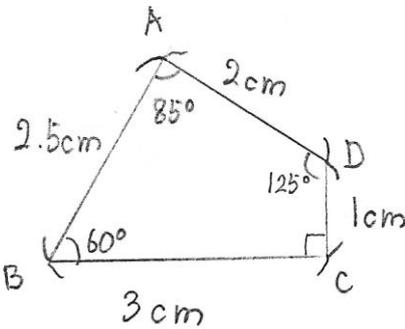
(2)準備

A4の台紙、四角形が作図されたカード、評価問題のプリント、定規、コンパス、分度器

(3)学習過程

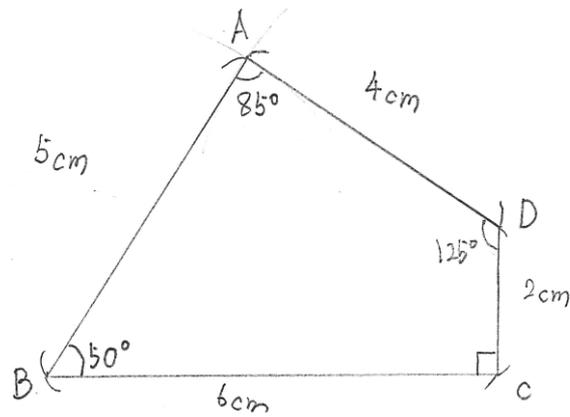
支援…思考を示唆する支援

支援'…行動を促す支援

学習内容	活動への支援・指導上の工夫
1.学習課題をつかむ。	適当な四角形を提示し、本時は拡大・縮小の中心を使って拡大図の描き方を学ぶことをつかませる。
<p>問 下のような四角形の2倍の拡大図を描いてみましょう。また、6倍の拡大図を描きましょう。</p>  <p>A quadrilateral ABCD is shown. Side AB is 2.5cm, side BC is 3cm, side CD is 1cm, and side AD is 2cm. The interior angle at vertex A is 85 degrees, at vertex B is 60 degrees, and at vertex C is 125 degrees. A right angle symbol is drawn at vertex C.</p>	
<p>課 手際よく描く方法を考えましょう。</p>	
2.自力解決をする。	四角形の2倍の拡大図の描き方を考える。

期待する活動 A

○辺の長さ、角の大きさをを用いて 2 倍の拡大図を描いている。

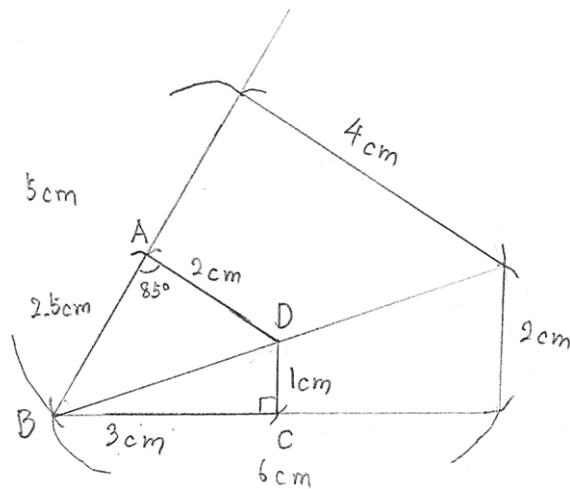


支援 測定値を使わない描き方はないかな。

支援' 一点を中心にした描き方はないかな。

期待する活動 B

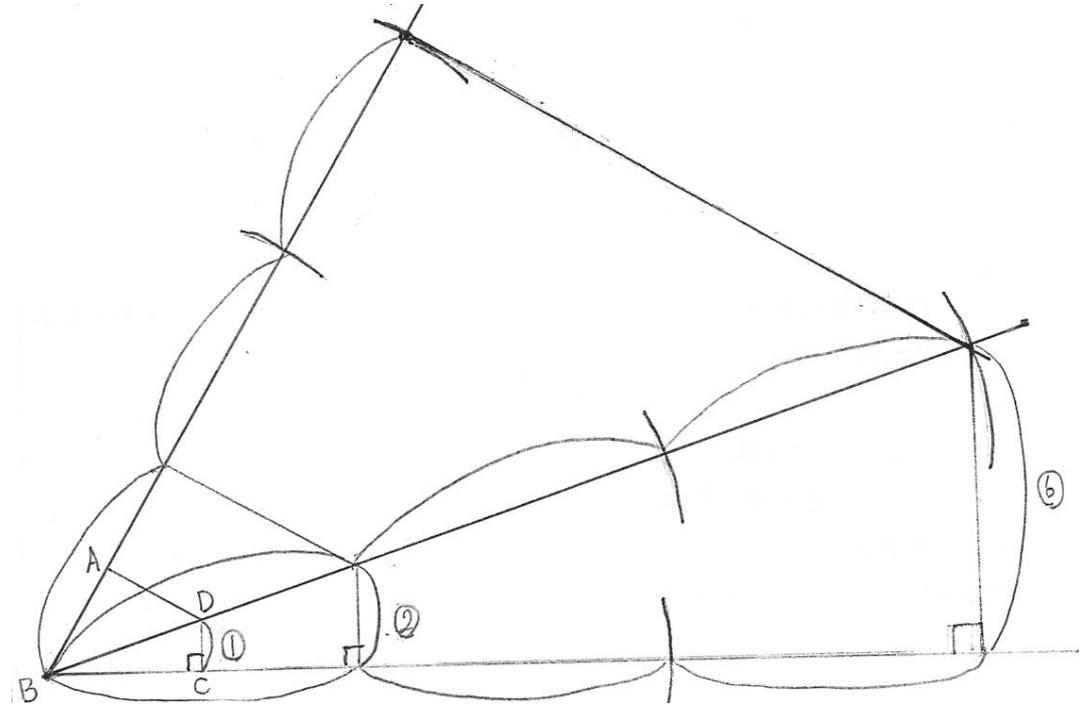
○拡大・縮小の中心を用いた描き方で、頂点から 2 倍の拡大図を描いている。



どの頂点から描いているのかを教師は把握しておく。

期待する活動 C

○拡大・縮小の中心を用いた描き方で、6倍の拡大図を描いている。



3.検証する。

○教師「じゃあ誰か前に出てきて描いてくれないかな。」

- ・頂点 B から描いている生徒を三人あてる。
- ・協力して点 B からの 2 倍の拡大図を描かせる。

○教師「ちがう描き方で描いた人はいないかな。」

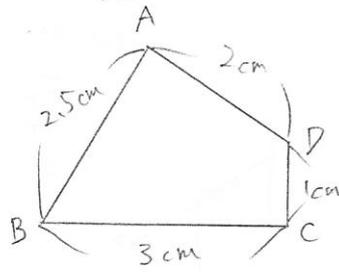
- ・頂点 A,C,D から描いた生徒をそれぞれ一人ずつあて、一斉に描かせる。

○教師「ちがう頂点から描いたのに同じ拡大図になったね。どの頂点からでも描けるね。」

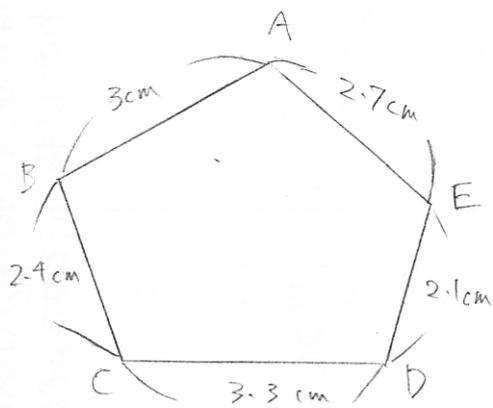
<p>4.ふりかえりをする。</p> <p>5.評価問題をやる。</p>	<p>○教師「今度は6倍の拡大図を描きましょう。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・机間指導をし、2倍の拡大図を使って6倍の拡大図を描いている子を把握する。 <p>○教師「どういう描き方で描いたかな。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・もとの図を6倍して描いた生徒にあてて説明させる。 <p>○教師「他の描き方で描いた人はいるかな。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・生徒に手を挙げさせ、あてる。 ・頂点A,B,C,Dそれぞれから描いた生徒にすでに書いてある2倍の拡大図を利用して6倍の拡大図を描かせる。 <ul style="list-style-type: none"> ・拡大図の描き方には、辺の長さや角の大きさを使う描き方と、拡大・縮小の中心を使う描き方がある。 ・拡大・縮小の中心を使った描きの方が手際がいい。 ・どの頂点を拡大・縮小の中心にしてもよい。
--------------------------------------	---

評価問題

1. 自分が描いていない頂点を中心に2倍の拡大図を描いてみましょう。



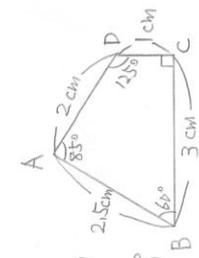
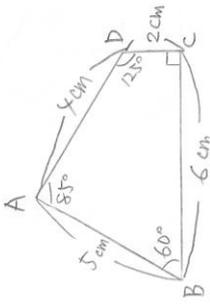
2. 下の五角形の $\frac{2}{3}$ の縮図を描きましょう。



板書計画

拡大図を描いてみよう

問 右のような四角形の2倍の
拡大図を描いてみよう。
また6倍の拡大図も描い
てみよう。



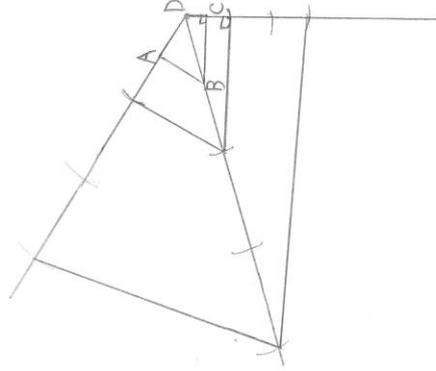
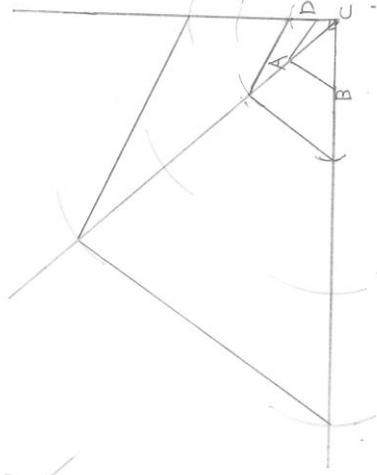
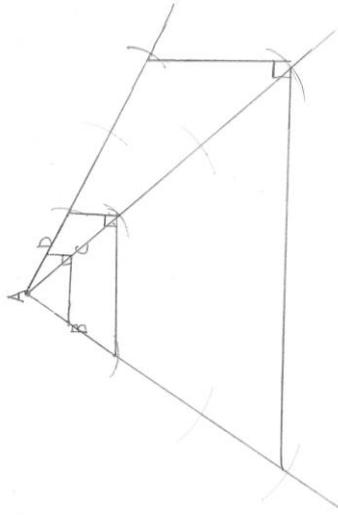
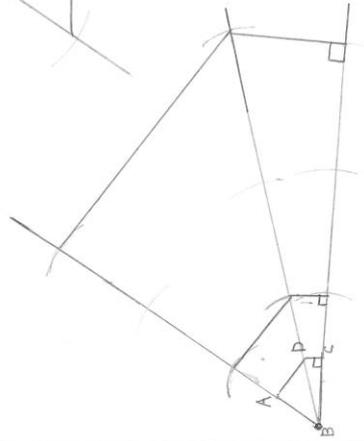
値を使わない描き方で描く方法はないかな。
(一点を中心に描く方法はないかな。)

(Bを中心)

(Aを中心)

(Cを中心)

(Dを中心)



[授業を通して]

指摘された点として、[活動 A] → [活動 B] の支援’ は前時とのつながりを意識して、「重ねて描く方法はないかな」にしてはどうか。[活動 B] の練り上げで前に出て描かせるでは 3 人は多いと思うから、二人にしてはどうか。生徒を児童に修正した方が良い。点 B 以外の作図は時間がないので、児童を前に出して描かさずに、用意しておいた図を見せるだけにしてはどうか。[活動 B] の練り上げに拡大・縮小の中心という言葉の説明を加えたらどうか。[活動 B] の練り上げでの「どういう描き方で描いたかな。」という言葉かけはまだ描いてない子にはふさわしくないので、「6 倍の拡大図をどう描いたらよいかな。」にした

方が良い。[活動 C] の練り上げで、教師の言葉かけを、「6 倍の拡大図も 2 倍の拡大図と同じ方法で作図すれば描けるね。でももっと手際の良い方法はないかな。」とすると、もとの図を 6 倍して描いた子に間違いではないが、もっと手際の良い方法があるんだ、ということが伝わるのではないか。

今回は、指摘されたところを改善し完成版を作る。

(6)完成した指導案

指導案完成版 吾郷将樹 川西翔太 山口諒

本時の学習について

第二次：拡大図・縮図を描いてみよう

第一時：拡大・縮小の中心を使った作図をしてみよう

(1)本時のねらい

拡大・縮小の中心を使って拡大図・縮図を描く

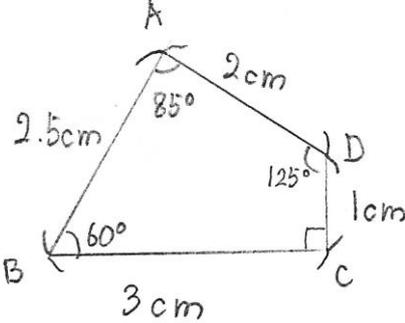
(2)準備

A4の台紙、四角形が作図されたカード、評価問題のプリント、定規、コンパス、分度器

(3)学習過程

支援…思考を示唆する支援

支援'…行動を促す支援

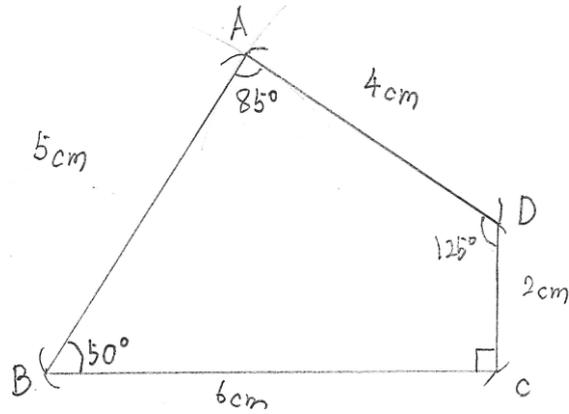
学習内容	活動への支援・指導上の工夫
<p>1.学習課題をつかむ。</p> <div data-bbox="261 1346 1315 1816" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"><p>問 下のような四角形の2倍の拡大図を描いてみましょう。また、6倍の拡大図を描きましょう。</p><p>The diagram shows a quadrilateral ABCD. Side AB is 2.5cm, side BC is 3cm, side CD is 1cm, and side AD is 2cm. Angle A is 85 degrees, angle B is 60 degrees, and angle D is 125 degrees. A right angle symbol is at vertex C.</p></div> <div data-bbox="261 1868 1326 1944" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"><p>課 手際よく描く方法を考えましょう。</p></div>	<p>適当な四角形を提示し、本時は拡大・縮小の中心を使って拡大図の描き方を学ぶことをつかませる。</p>

2.自力解決をする。

四角形の2倍の拡大図の描き方を考える。

期待する活動 A

○辺の長さ、角の大きさを用いて2倍の拡大図を描いている。

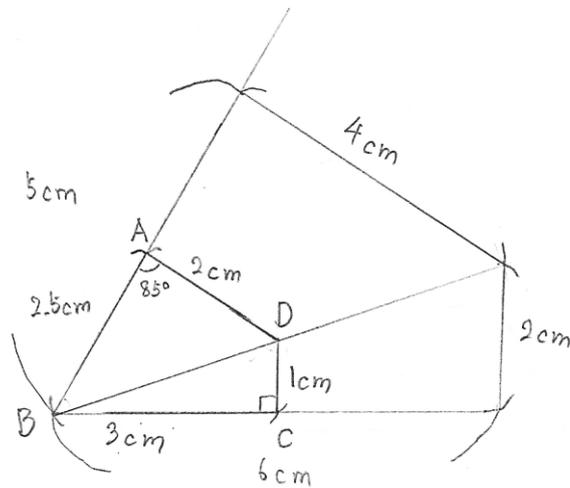


支援 測定値を使わない描き方はないかな。

支援' 重ねて描く描き方はないかな。

期待する活動 B

○拡大・縮小の中心を用いた描き方で、頂点から2倍の拡大図を描いている。



机間指導をする。

どの頂点から描いているのかを教師は把

<p>4.ふりかえりをする。</p>	<p>ね。これらの点一つ一つのことを拡大・縮小の中心と呼びます。」</p> <p>○教師「今度は6倍の拡大図を描きましょう。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・机間指導をし、2倍の拡大図を使って6倍の拡大図を描いている子を把握する。 <p>○教師「6倍の拡大図をどう描いたらよいかな。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・もとの図を6倍して描いた児童にあてて説明させる。 <p>○教師「そうだね。2倍を6倍に変えれば描けるね。でももっと手際の良い方法はないかな。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・2倍の拡大図を利用して6倍の拡大図を描いた児童にあてて説明させる。 <p>○教師「今やってくれた以外の頂点から描いた人はいるかな。その人は先生が描いた図と見比べてみて。」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・あらかじめ用意しておいた、その他の3頂点から描いた6倍の拡大図を見せる。 <ul style="list-style-type: none"> ・ある点を中心にして拡大図・縮図を描く時、この中心を拡大・縮小の中心という。 ・拡大図の描き方には、辺の長さや角の大きさを使う描き方と、拡大・縮小の中心を使う描き方がある。 ・拡大・縮小の中心を使った描きの方が
--------------------	--

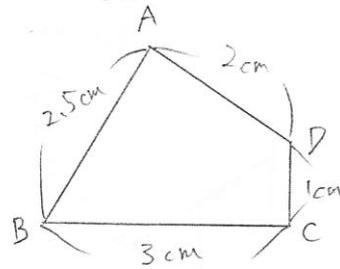
5.評価問題をする

手際がいい。

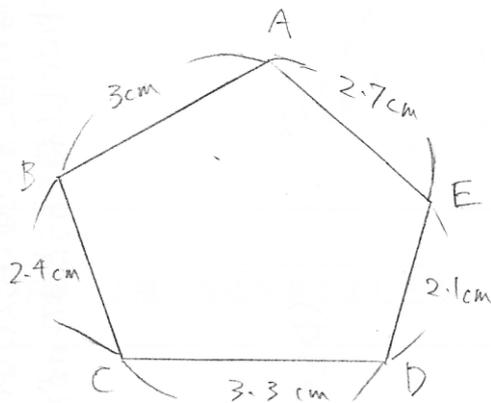
・どの頂点を拡大・縮小の中心にしてもよい。

評価問題

1. 自分が描いていない頂点を拡大・縮小の中心にして、2倍の拡大図を描いてみましょう。



2. 下の五角形の $\frac{2}{3}$ の縮図を描きましょう。



板書計画

板書計画

拡大図を描いておよう

下の様な四角形の2倍の拡大図を描いておよう。また、6倍の拡大図も描いておよう。

(Bを中心)

値を使わない描き方で描く方法はないかな?

(Aを中心)

(Cを中心)

(Dを中心)

7 感想

今回、約4か月半の期間を通して、一つの単元についての教材研究や授業づくりをした。今こうして最終レポートが完成してみると、これまでやってきたことが一つの形となって、本当にたくさんのことを調べたり、一つ一つのことに対してじっくりと考えたり悩んだりしたのだ感じた。ただ、こういう活動を通して今までの自分にはなかった見方や考え方、教材研究の重要性などたくさんのことを学ぶことができたと思う。教科書分析では、同じ単元でも6社それぞれで内容に違いがあったり、どうしてここをもっと重視しないのかというような疑問を感じることもあった。学習指導要領を見たときは、今まではさらっと読んで納得していた自分がいたが、じっくりと見ると、一つの語句に対してもこれってどういうことという疑問が出た。これらの分析から、必ずしも教科書や学習指導要領はすべてが正しいわけではないということ学んだ。また指導案作成では、これまで調べたことを踏まえて、縮図と拡大図の単元の指導計画はどうするのか、その中のこの1時間の授業では何をやる必要があるのか、どういう問題を作ればいいのか、支援はどうするか、練り上げはどうするのかなど実際に授業をしているときを想像しながら考えた。でも今言えることは、溝口先生も初めの授業で言っていたが、この縮図と拡大図のレポート、そしてこのレポートを作る過程は本当に自分の財産になったと思う。教師を目指す上では、こういう経験をたくさんして力をつけていく必要があると思う。この授業で学んだことをこれからどんどん役立てていきたいと思う。

吾郷将樹

授業を終えて、教材研究の大変さを実感した。教材研究はほとんどしたことがなかったので、最初はこういったことをするのかさえ、あまり分かっていなかった。しかし、学習指導要領を検討してみたり、6社の教科書を比較して分析してみたり、いろいろなことを含めて教材研究だということが分かった。指導案を考えるのはとても大変で、何度も何度も考え直した。その中で数学学習指導論でも考えた、期待する活動A,B,Cを使って考えて、以前に勉強したことが、実際の指導案でこんな風に使われているということも分かった。指導案では、どういう問題にするかから、問題提示のしかた、図形の利用のしかた、練り上げまでひとつひとつじっくりと考えましたが、意見が出てこないときもあって苦労した。でも1人ではなく、みんなで一緒に悩み、考えたから少しずつ改善させていくことができたのではないかと思う。そして先生の指摘やアドバイスも受けて、どうにか完成させることができて良かったと思う。みんなで協力して一生懸命考えたので、自分たちの自信にもなったと思う。こんな風にじっくりと考えるということは、ついつい避けてしまいがちでもあると思うが、そうではなくて、とことん考えることが自分たちの力にもつながっていくのではないかと思った。この経験を、これからは活かしていきたいと思う。

岡田郁美

この授業を通して、教材研究の大切さを学ぶとともに、ここまで時間をかけてやっと一つの授業ができるのかと、大変さについても学んだ。「拡大図・縮図」という単元で何を学んだか私自身の記憶があいまいで、本当の意味で一からの教材研究となった。教材研究をするうえで、子どもたちにとって価値ある授業にするにはどうすればよいかを中心に考えることで、支援の仕方、問題文の言葉ひとつが良くも悪くも、いかに影響力の強いものであるかということを知った。また、教科書と全く違う問題をつかった授業づくりをおこなううえで、ただ単に教科書から離ればよいというわけではなく、教科書比較をし、それぞれの教科書で何をねらいとしているか、何か使えそうな教材はないか検討し、指導要領とも関連づけながら問題を考えることが大切だと身をもって感じた。毎回の講義で先生からアドバイスをもらい、考え直し、出来上がるまでに多くの時間をつかったが、その分完成したときは本当に嬉しく、いつか実践してみたいと思った。また、グループで考えることによって役割を分担したり、様々な視点からみた考えを共有したりすることで、より深い教材研究を行うことができた。ここまで時間をかけて1時間の授業を考える機会はそうそうないもので、本当に貴重な経験だと感じている。今後授業づくりするなかで、教材研究になるべく時間が割けるようにし、一人でも教材研究が行えるように力をつけていきたい。

古林 知佳

私は以前、工学部の応用数理工学科の授業で「数学学習指導設計Ⅰ」という授業を履修したことがあった。今回の数学学習心理学では、その時の経験があったので、授業自体の流れなどを把握していたので、前回のように授業形式に戸惑うことはなかったと思う。しかし、今回は6人という少人数だったので、皆同じ班で、毎回何らかのレジュメを作らなければならないと、前回以上に大変だったように感じた。しかし、その反面で、頻りに集まって議論できたし、今回は小学校・中学校の現職の先生の意見を聞くという貴重な機会もあったのでとても有意義だったと思う。今回担当した拡大・縮小の単元は、中学校から降りてきたばかりで、参考にできる授業が少なかったためかなり苦労した。相似の概念など中学校で習うことと分けて考えなければならなかったことも難しく感じた。今回の授業では教科書作りの裏側のようなことも少し教えていただいたので、教科書をあくまで教材の一つとして、自ら単元に適した教材開発を行うことの重要性を再認識させられた。今回も前回同様に児童の発問への反応や練り上げをどのようにするかなど実際に教壇に立たないと分からないかがあったので、それを今夏の教育実習の時に経験して今後の学びに生かしたいと思う。

山口 諒

今まで指導案をつくることはあったが、どのように問題提示、支援したらよいか、深く理解していなかった。この授業を通して、教材研究や指導案について具体的にどのように

考えたらいいか理解した。また教材研究の大変さを実感した。まず指導要領分析や教科書分析を行う時、どこをどうみたらいいのか、わからなかった。教材研究をしていくうちに指導要領、教科書の分析や意図などを掴み始めた。拡大図と縮図は新学習指導要領から小学6年生に移行し、相似の中心の考えが含まれた。そのため相似の考えと性質を融合した指導計画、学習内容をどうたてるか、問題は どうするか難しかった。先生の話とグループ内の話し合いで少しずつ自分のなかで形になった。また3つの算数的活動については、2年生の時に受講した数学学習指導論で理解したと思っていたが、それは理解しているつもりだった。最初につくった3つの算数的活動はただ問題解決の仕方を並べただけであった。課題を設定し、その課題に向かっていくことが活動や支援になることの重要性を実感した。つくった指導案を完ぺきと思っても、児童にとってはわかりにくかったりする。児童の立場になって、それが価値ある活動か考えることが必要であると思った。また教材研究は大変だが、とても重要なことを学んだ。

山本幸子