# 数学学習指導設計Ⅱ

# 図形：図形の包摂関係

J3

片山　恵美

永添　傑

屋島　俊哉

横山　誠也

目次

## 1. テーマの設定理由

単元

中学２年生　「 証明から読み取れる新たな発見 ＝ 図形の包摂関係 ＝ 」

図形の包摂関係に関する問題は教科書ではあまり扱われていない内容であるためか,よく理解できていない生徒が多いようである.しかし,図形について学習する中での面白さはここにあると私たちは考えている.生徒にそのことを伝え,自ら意欲を持って学習にのぞんでもらいたいため.

## 2. 中学校学習指導要領数学編の整理

*図の合同について理解し図形についての見方を深めるとともに図形の性質を三角形の合同条件などを基にして確かめ、理論的に考察し表現する能力を養う。*

*ア）平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。*

*イ）証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。*

*ウ）三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基礎的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。*

*[用語・記号]*

*定義　証明　逆　≡*

―中学校学習指導要領解説 数学編 pp.93 引用―

ア)

◎合同の意味

・一方の図形を移動して他方の図形に重ねることができる

・二つの図形の対応する線分と対応する角がすべて等しい

◎三角形の合同条件

・対応する３組の辺がそれぞれ等しい

・対応する２組の辺がそれぞれ等しく、その間の角が等しい

・対応する１組の辺が等しく、その両端の角がそれぞれ等しい

◎直角三角形の合同条件

・斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

・斜辺と他の一辺がそれぞれ等しい

□ねらい(図形の合同と意味)

第二学年では三角形の合同条件などを基にして図形について論理的に考え表現する能力を養うこと。

イ)

証明の意味

・証明は、命題が例外なしに成り立つことを明らかにする方法であること。

・証明するためにかかれた図は、すべての代表として示されている図であること。

証明の必要性を理解するためには観察、操作や実験などの活動によって、帰納的に導かれたものと演繹的に導かれたものの違いを理解することも大切である。いくつかの図形について機能的に見出した事柄が正しいかどうかを、同じ条件を満たす他の図形で調べることで、その事柄の信頼性をさらに高めることができる。しかし、同じ条件を満たす全ての図形についてその事柄が正しいかどうかを調べることができない。そこだ、演繹的に説明する証明が必要であることを理解できるようにする。また、指導において、自分が納得したことを他の人にも納得してもらえるように説明することの大切さを強調し証明の必要性と意味及びその方法について理解できるようにする。

ウ)

すでに学習した平行線の性質や三角形の合同条件などを基にして、演繹的に考えることが必要である。三角形や平行四辺形の性質の証明の学習においては、証明を書くことだけでなく読むことも、論理的に考察し表現する能力を養うために大切である。また証明を読むことは図形の性質の証明を見直したり評価したりする際に必要である。

## 3. 教科書比較

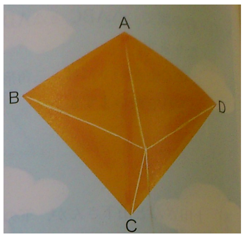
・啓林館

1．図形の調べ方

・三角形の合同　三角形の合同条件

合同な図形の性質・・・ここで、初めて登場する合同というものがどういったものなのか定義づけをする。

三角形の合同条件・・・合同を知ったのち、一体どのような条件がそろったら、合同な三角形ができるのかを、第 1 学年で学んだ作図という方法を用いて生徒に気付かせようとしている。そのあと、合同条件を定義している。




・演習問題

その後、コラムで２辺とその間にない角だと、どうなってしまうのかを提示し、生徒に間違わないようにしている。

・証明　証明の仕組み→証明の進め方

前置きとして、図のような凧を作るとし、その凧の形をコンパス等で作図させ、その後、みんなで話し合って等しい角やどうすれば等しいことがいえるかを考える。

⇒この活動を通して、生徒たちに「ある事柄が正しいことを示す方法」を教える動機付けになっている。

その後、前ページの問題を使って、いきなり証明がどんと来ている。

その後、実際の証明の構成の仕方（仮定、結論、根拠、順序）を学ぶ。

例題・・・∠XOY の二等分線を用いて、説明

⇒ここでは、いきなり学びたての合同条件を用いるのではなく、第１学年で学んでいる角の二等分線を引き合いに出し、証明の基礎を学んでもらおうと思っている。

構成の仕組みが分かったところで、学んだばかりの合同条件を実際に活用し、証明を行っていく。

ただし、いきなり入るのではなく、まずはどうしたら対応する辺が等しくなることを証明できるかを考えてから実際の証明を出している。

・基本のおさらい

２．図形の性質

・二等辺三角形

コンパスを使って作図をし、その後、同じ長さである辺どうしが重なるように折るとどんなことが分かるかを書いている。

その後、使うことばの意味をはっきりさせることを定義ということを教え、そのほか

の言葉（頂角、底辺、底角、定理など）を導入

二等辺三角形に関する定理が一つ一つ証明つきで説明。

・頂角の二等分線→2 角の等しい三角形→逆→正三角形

ここの部分は詳しくはない。さらっと進む感じ

・直角三角形の合同

直角三角形が合同であるためにはどうすれば分かるかをみんなで考えさせた後、１つ目の合同条件を出している。その後、斜辺の説明をし、問題を通じてもう一つの合同条件を出している。

その後、実際に直角三角形の合同を用いた証明をする。

・直角三角形の合同条件

・四角形

平行四辺形の性質→平行四辺形になる条件

平行四辺形の定義をいきなり出し、そこから分かる性質を書いている。

そのあと、平行四辺形になる条件を定義し、証明問題に入っている。

・基本のおさらい

大日本図書

pp.124-141

移動させて重ね合わせることができる 2 つの図形について調べよう。

作図　4 章　4 つ

5 章　3 つ

・単元が細かく設定されてある

・合同条件の後にまた別の条件が載せてあり、順番が逆じゃないかと思った

東京書籍

pp.103-112

移動させて重ね合わせることができる図形はどれでしょうか。

作図　4 章　2 つ

5 章　1 つ

・作図が大日本図書より少ない分、写真紙切りやレジャーランドの例が載せてあり、
生徒にはわかりやすいかなと思った。

**疑問に思った点(東京書籍と大日本図書)**

最初に三角形の合同ではなく、四角形の合同から扱う点

○数研出版

1 合同な三角形

Q　6 つの図から合同な三角形を選び、重なり合う頂点をいう

　これは三角形の合同条件への導入（合同とは何かを復習）

　この問題は各三角形を移動させて重なり合うものを合同ということを示したい。

　また移動には、平行移動・回転移動・対称移動の 3 つがあったことを復習している

　合同な図形の記号を説明

　合同な四角形を、四角形 abcd≡四角形 efgh と書くことを説明

　実際に図形の移動を考えさせ重ね合わせることで、合同な図形の性質２つを証明

2 三角形の合同条件

Q　定規、コンパス、分度器を用いて、例と同じ三角形を書け

　三辺の長さを指示、作図　一通りに決まる

　例題２つ　作図して確かめる　最初は一通りに決まらない例（二辺と角一つ）（一辺と二つの角）

　作図して確かめる　２つめは一通りに決まる例（二辺とその間の角）（一辺とその両端の角）

この問題から、三角形が１通りに決まる条件を学習

三角形の３つの合同条件へ

この条件では三角形は１つしか作れない

つまり、２つの三角形が同じ条件だった場合、合同といえる（前問参照）

合同な三角形を見つけ出し、合同条件をいう問題

一辺４ｃｍ、角度 50、60

一辺４ｃｍ、角度 60、70

これは三角形の性質を理解するとともに、それを応用できるか試す問題

３証明

・１　証明のしくみ

Q線分 ac 上に点 p をとり、点 p で交わる線分 cd を、ap=cp,bp=dp となるようにひき、ad,bc をむすぶ

線分の長さについて、分かること、予想出来ることを書く

ここでまず、ad=cb を証明させる

なぜか？

対頂角の性質や三角形の合同条件を使うため

与えられた条件から成り立つことを
〇ならば△
仮定と結論を説明
三角形と四角形
導入
テープを折り返し、重なった部分に三角形が出来る
角度を測ってみる
テープの折り方を変えても変わらない性質を探す
二等辺三角形の性質
正三角形の性質
二等辺三角形になる条件
直角三角形の合同条件
平行四辺形の性質
〇日本文教出版
Q三角形 abc と合同な三角形を 6 つの中からすべて選ぶ
重なり合う頂点をいう
このQから、合同な図形では対応する線分、角の大きさが等しいことをいいたい
・三角形の合同条件
　作図により、三角形が一つに決まるものを見つけさせる
　このことから、三角形が一つに定まるための条件、合同条件へとつながる
　（問）数研と同様、三角形の内角の和を用いた問題
・仮定と結論
　平行線 lm に線分 n を引く
　〇ならば△というように、仮定と結論を示す
・証明
　解説してある
　問いでは、仮定と結論、ある 2 角が等しいことを示す、仮定と結論を証明するために使う合同条件は？
・証明のしくみ
　何がしたいのかいまいち分からない
　（証明に慣れるため？）
　例題は穴埋め
　問は作図、仮定と結論、三角形の合同を証明の流れ

三角形と四角形

・導入

　折り紙を折って三角形を作って、それが正三角形か考えてみよう

　後々出る各三角形の性質にはどんなものがあるか、感覚で教える？

平行四辺形の性質

　テープを重ねた時、どんな形になるか？

　これは、どんなものが平行四辺形と言えるのかを視覚的にみせる

　（定義の確認）

平行四辺形になる条件

作図

証明に慣れさせるための問題

条件を理解させる問題

教育出版

気づき(良悪)

・対応する角、辺、頂点を探す

→三角形の合同について理解する

・実際に三角形の合同条件を考えている。

→条件の省略→合同条件の導入

・図形の性質を説明する

→証明の導入

・注意書きが多い

？対頂角が等しいことの記述がないのに

　「すでに正しいと認められたことがら」に書かれている

・色分けしてあって見やすい

・まとめ(手順)がところどころあって整理しやすい

・具体例が少ない

→直線の片側に出来る角は 180 度です。この事柄も証明の根拠としてよく使われます。

・問題で仮定と結論を書かせる問題が多い。

そこからどことどこの三角形が合同であるかを考えさせている。←合同条件

・二等辺三角形の特別な場合として正三角形を挙げている

・新しい図形のたびに用語(直角三角形の場合、斜辺、鋭角、鈍角 ETC)、性質の説明

・四角形に入ってからは性質の証明ばかり。

学校図書

気づき(良悪)

・直角三角形：小学校で学んだことを導入して証明で結論付ける。

・証明−問題といった順番で構成

・二等辺三角形から正三角形

・一つ一つの証明をしっかりしている。

・内容において証明が多くとっつきにくい教科書だという印象がある(−)

・他の人の証明を読みとり意味を理解する。

・まとめのために無理に証明問題を入れているように感じる。

・平行四辺形から平行線の性質を学び三角形の合同の証明に用いている。

・性質の組合せを考えて、図形の理解を深めることはいいと思った。

・平行四辺形になるための条件を使った問題が多い。

中学校学習指導要領解説数学編より

「ア,①平面図形の合同条件の意味及び②三角形の合同条件について理解すること

イ,③証明の必要性と意味及び④その方法について理解すること

ウ,⑤三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり⑥図形の性質の証明を読んで,新たな性質を確かめたりすること」

上のように内容について6つに分けて教科書の内容を比較する。

| 内容 | 啓林館 | 学校図書 | 教育出版 | 数研出版 | 大日本図書 | 東京書籍 | 日本文教出版 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ○ | △ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 2 | ○ | △ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 3 | ○ | × | △ | △ | △ | × | ○ |
| 4 | ○ | × | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 5 | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| 6 | ○ | ○ | △ | △ | ○ | △ | ○ |

・問題による7社の比較(異なると考えた特徴的な部分)

啓林館>>問題を解く上で大切な事柄について、他の教科書よりも丁寧に解説がしてある。なので、しっかりと内容を生徒が理解した上で、問題を解く構成になっているので、生徒の理解度はいいものであると考えられる。

学校図書>>三角形の合同条件が早い段階で紹介されているせいなのか、他の教科書と違い記述されていなかった。また、証明を問題ごとに示しているがその必要性などの言及については示されておらず、演習中心の教科書という印象だった。

教育出版>>教科書の中では1番証明に力を入れているように感じた。証明の流れや他の人の証明を読むような問題も唯一設問されていた。しかし、仮定と結論において示すべきものを示して、新たな性質を見出すような設問はなかった。

数研出版>>この教科書全体を通して、扱う内容に偏りがない。すべてが穴埋めの基本問題が章末に1ページ分ある。また、いろいろな三角形と四角形の単元で、図形の包括関係について図で説明してあり、問題も出題されている。

大日本図書>>三角形の合同条件を見出す問では、ページ数が少なく、詳しく書かれていなかった。しかし、三角形・四角形の性質についてはある性質を証明し、その性質をもとに新たな性質を調べる問があり、わかりやすかった。

東京書籍>>三角形の合同条件を見出す問では1通りに決まるためにはどうすればよいのか説明されていた。証明問題では、穴埋め問題は少なく例題として扱われている問では解答がすべてかかれていた。

日本文教出版>>三角形と四角形の性質に力を入れてある。合同と証明では基本の問題はないが、三角形と四角形については基本の問題がある。また、図形の包摂関係について図で説明してあり、問題も出題されている。

## 4. 証明の必要性

### 4.1 証明がなぜ必要になったのか（数学史）

証明が必要になったのは、古代ギリシアにまでさかのぼる。古代ギリシアにおいて、幾何学はギリシア「7 賢人」の一人であるミレトスのタレスによってもたらされた。彼は、商業上の用事でエジプトにわたり、豊富な知識を得て帰国した。そこで学んだことを用いて、タレスは以下の定理を発見したものだと述べられている。

『対頂角が等しいこと。
二等辺三角形の両底角は等しいこと。
円は任意の直径によって、二等分されること。
任意のふたつの三角形で、２角とその夾辺とが等しいときは、その三角形は合同になること。』（カジョリ初等数学史　小倉金之助　1997 年　共立出版　pp76）

タレスは、その本質について、抽象的な直線と角との幾何学を創設したといえる。それに対し、エジプト人は主として、実験的性質を有する面積と、立体との幾何学を取り扱ったと言うことができる。すなわち、エジプトで幾何学を開拓した人たちは、上記の定理が直感的には正しいだろうと分かっていたものの、果たしてそれが定理として一般的に成り立つかどうかは分からなかった。そこで、そういった実験事実で出てきた「予測」を未来永劫正しい事実にするために、証明が生まれ、今日まで使われている。

（参考文献）
・カジョリ初等数学史　小倉金之助　1997 年　共立出版
・数学　4000 年の歩み　上野　健爾　（最終閲覧日）2011 年 11 月 26 日
http://edb.kulib.kyoto-u.ac.jp/tenjikai/2003/zuroku/pdf/4000.pdf

〇証明の必要性に関して
・「論理上の真理ではなく、幾何学上の真理を求める。」
スティーブン・F・バーカー 著　　赤 攝也(訳)
(1968)　哲学の世界 6　数学の哲学　培風館　p29

4.2 考察

図は、一直線上に 2 つの大きさの異なる正三角形 ABD と正三角形 BCE を描いたものである。AE = DC を証明する。

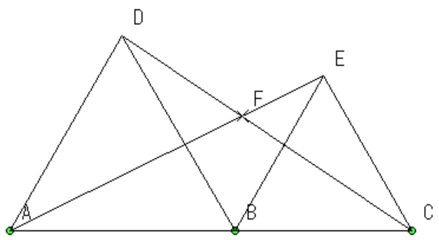
[証明]

△ABE と△DBC において、三角形 ABD と BCE は正三角形なので、

AB=DB　・・・①

BE=BC　・・・②

また、∠ABD=∠EBC なので、




∠ABE=∠ABD+∠DBE

∠DBC=∠DBE+∠EBC より、

∠ABE=∠DBC　・・・③

①　②③より、2 辺とその間の角が

それぞれ等しいため、

△ABE≡△DBC

合同な図形において、

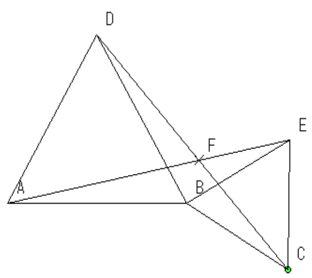
対応する辺は等しいので、AE=DC　[証明終]

ここで終わるのは論理上での真理ではないか。

ここからいえる幾何学上の真理を考えるため、証明は必要である。

この問題における幾何学上の真理は何があるか。

上図の右の正三角形を回転させたものが右図である。




例で挙げたように、AE=DC を求めたい。実際に証明してみると分かるが、結局は上と同じ証明になる。これは、三角形の大きさが変わっても同じである。これを知ることが幾何学上の真理であり、証明はこのために必要であると考える。

## 5．問題作成

### 5.1 単元別時間配分

| § | 学習内容 | 時数 |
|---|---|---|
| §1　平行四辺形の性質 | 〇四角形の対辺、対角の意味<br>〇平行四辺形の定義と平行四辺形の表し方<br>〇平行四辺形の性質<br>〇平行四辺形の性質を利用して、平行四辺形の角や大きさや辺の長さを求める<br>〇平行四辺形の性質を利用して、図形の性質を証明する | 3 |
| §2　平行四辺形になるための条件 | 〇乗り物で、人が乗る面がいつも水平になるわけを考える<br>〇平行四辺形になるための条件<br>〇平行四辺形になるための条件を利用して、平行四辺形であるかどうかを判断する<br>〇平行四辺形になるための条件を利用して、図形の性質を証明する | 3 |
| §3　特別な平行四辺形 | 〇長方形、ひし形の定義と性質<br>〇直角三角形の斜辺の中点の性質<br>〇正方形の定義と性質<br>〇長方形、ひし形、正方形になるための条件<br>〇反例の意味と、ことがらの反例をあげる<br>(☆今回の内容) | 2 |
| §4　平行線と面積 | 〇平行線間の距離<br>〇底辺を共有し、底辺に平行な直線上に頂点をもつ三角形の面積は等しい<br>〇高さの等しい三角形の面積の比は底辺の比に等しい<br>〇面積を変えないで多角形を変形する | 1 |

5.2 扱う素材・問題

・どのような問題を選び、何を考えるか？

下記の例のように、図形から等しい辺などを証明、そこから何が分かるか、また、図形を三角形から四角形にするとどうなるかを、図形を回転させたりして考え、それに適した問題を選ぶ。

例1)　図 1 のような、一直線上に 2 つの大きさの異なる 2 つの正三角形について、AQ と PB を結ぶ。AQ=PB を証明し、そこから何がわかるか考えてみる。
(点を動かすなどしてみる。(図 2 参照))

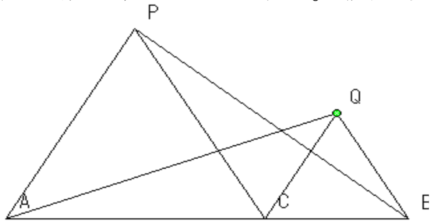



図 1

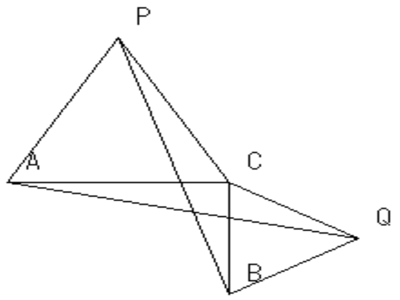



図 2

例2)　図 1、図 2 について、条件を変えてみる。
正三角形 ABC の内側に点 P をとり、BP、CP をそれぞれ 1 辺とする正三角形 QBP、RPC　を、△PBC の外側につくる。この図から何が分かるか？(図 3)

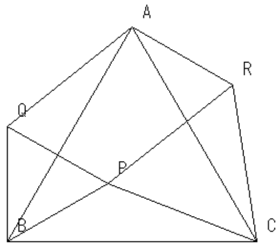



図 3

例3)　図 4 のような、一直線上に大きさの異なる 2 つの正方形について、BG と DE を結ぶ。BG=DE を証明し、そこから何が分かるか考えてみる。

(点を動かすなどしてみる。図 5)

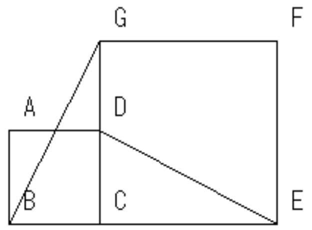



図 4

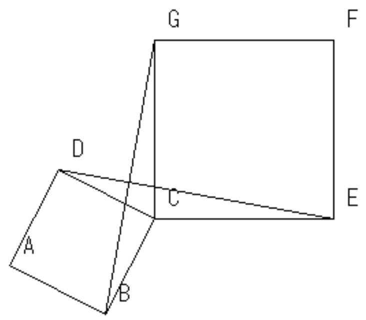



図 5

例4)　星形の図形

図 6、図 7 の星形の図形から、条件を変えて何か分かることはないか？

(星形五角形から星形 n 角形にしてみる、長方形を正方形やひし形にしてみるなど)

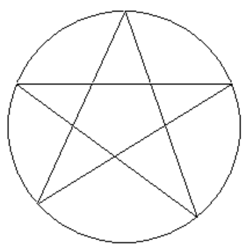


図 6

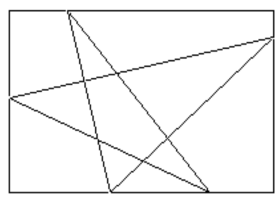


図 7

例5)　図 8 の三角形 ABC は AB=AC の二等辺三角形である。辺 BC の中点を D、辺 AC の中点を E とする。DE を延長して DE=FE となる点を F とする。四角形 ADCF が長方形になることを証明せよ。また、図形を変形させることによって長方形が正方形、二等辺三角形、ひし形になることはないかなどを考えてみる。

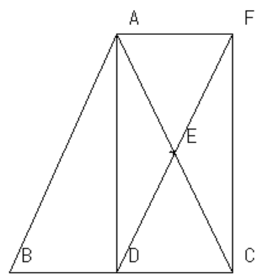



図 8

## 6. 指導案作成

### 6.1 指導案 1

○活動 A

図は、一直線上にある大きさの異なる 2 つ正三角形 ABD と BCE である。AE と CD の交点を F とするとき、AE=DC を証明せよ。

[証明]

△ABE と△DBC において、三角形 ABD と BCE は正三角形なので、

AB=DB ・・・①

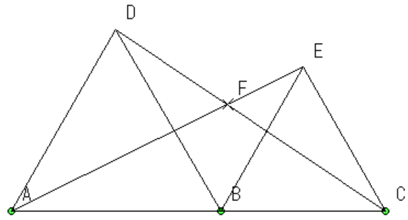
BE=BC ・・・②

また、∠ABD=∠EBC なので、

∠ABE=∠ABD+∠DBE

∠DBC=∠DBE+∠EBC より、

∠ABE=∠DBC ・・・③




② ②③より、2 辺とその間の角がそれぞれ等しいため、

△ABE≡△DBC

合同な図形において、

対応する辺は等しいので、AE=DC [証明終]

○活動 B

活動 A の問より用いられていない条件を変えても AE=DC は成り立つか。

(活動 A の証明では､正三角形 ABD と BCE は一直線上にあるという条件は用いられていない。そこで、正三角形 ABD と BCE は一直線上にないと仮定し、△ABE≡△DBC を証明する。活動 A の証明と一致するはずである。)

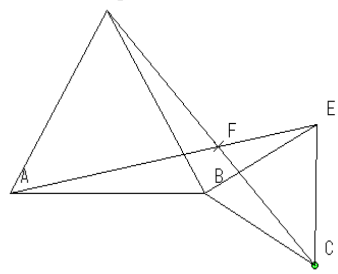
[証明]

△ABE と△DBC において、

三角形 ABD と BCE は正三角形なので、

AB=DB ・・・①

BE=BC ・・・②




また、∠ABD=∠EBC なので、

∠ABE=∠ABD+∠DBE

∠DBC=∠DBE+∠EBC より、

∠ABE=∠DBC ・・・③

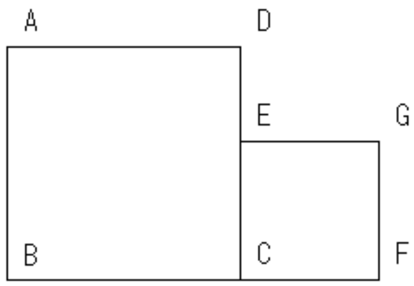
① ②③より、2 辺とその間の角がそれぞれ等しいため、

△ABE≡△DBC
合同な図形において、対応する辺は等しいので、
AE=DC　　　　　[証明終]

○活動 C
活動 A、B をもとにし、正三角形以外の図形を 2 つ組み合わせても成り立つか。
(活動 A、B の証明で用いた条件を満たす 2 つの図形なら正三角形以外でも成り立つのではないか。)

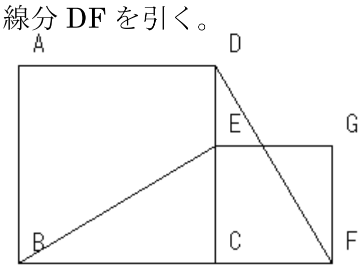
6.2 指導案 2
○中心となる考え方
示された図形を違った見方でとらえることで図形の包摂関係について気付かせること。

【問題】




BE=DF が成り立つような図形にはどういった図形があるか？

○数学的活動 A
線分 BE と線分 DF を引く。



○支援 A

補助線を引かせる

○数学的活動 B

BE=DF となることを証明する。

[証明]

△BCE と△DCF において、四角形 ABCD と四角形 ECFG は正方形なので、

BC=DC　・・・①

CE=CF　・・・②

また、正方形の角にあたるので

∠BCE=∠DCF　・・・③

①②③より、2 辺とその間の角がそれぞれ等しいため、

△BCE≡△DCF

合同な図形において、

対応する辺は等しいので、BE=DF　[証明終]

○支援 B

本当に線分 BE と線分 DF が等しいかどうか示してみよう。

○数学的活動 C

BE=DF が成り立つ図形を考えてみる。

○支援 C

さっき考えた証明を読んで使った条件は

なんだったかを考えてみよう。

証明にあう図形

どういった図形になるか

6.3 指導案 3

【問題】

右の図 1､図 2 のように大きさの異なる正方形 ABCD と ECFG を並べる。ここで、図 2 は図 1 の図形において点 C をくっつけたまま 23° 回転させたものである。

このとき､図 1､図 2 の両方において BE=DF を示しなさい。また、右の 2 つの図形以外で BE=DF が成り立つような図形はどういったものがあるか考えてみよう。

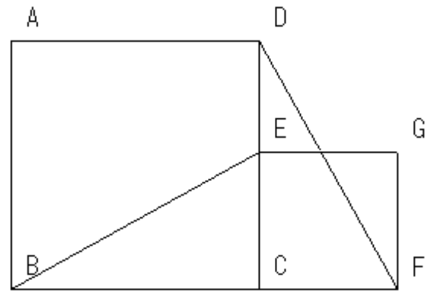



図 1

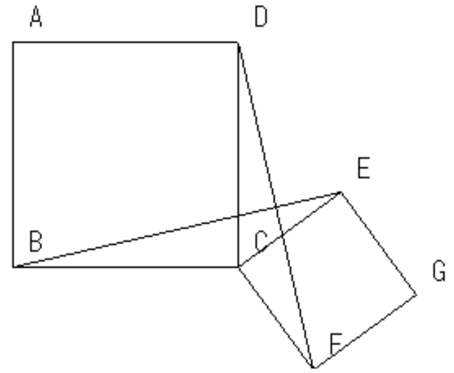



図 2

支援 A

一般：どの 2 つの三角形に注目したらいいか考えてみよう。

特殊：着目する三角形を書きだし、等しい部分にそれぞれ印をつけてみよう。

活動 A

2 つの図形における BE=DF の証明。

【証明】

△BCE と△DCF において、

四角形 ABCD と ECFG は正方形なので、

BC=DC・・・①

CE=CF・・・②

∠BCE=∠DCF=90°・・・③

①②③より、2 辺とその間の角が等しいため、

△BCE≡△DCF

合同な図形において、対応する辺の長さは等しいため、

BE=DF [証明終]

活動 A'

【証明】

△BCE と△DCF において、

四角形 ABCD と ECFG は正方形なので、

BC=DC・・・①

CE=CF・・・②

∠BCE=∠DCF＝90°＋23°・・・③

①②③より、2 辺とその間の角が等しいため、

△BCE≡△DCF

合同な図形において、対応する辺の長さは等しいため、

BE=DF [証明終]

支援 B
一般：さっき書いた二つの証明を読み比べてみよう。
特殊：条件を整理し、ノートに書きだしてみよう。

活動 B
条件を整理してみる。BE＝DF が成り立つような図形を考えてみる。

証明を読み比べ、使っている条件が同じであることに気付く。また、これらの条件を満たす図形ならどういったものでもいいのではということに気付く。
条件を満たす図形であれば同じ証明で書けることに気付く。（体系化）

支援 C
一般：他に要らない条件はなんだったか考えてみよう。
特殊：整理した条件から、正方形以外にどんな図ができるか
　　　ノートに書いてみよう。

活動 C
成り立つ図形を考えたうえで、図形の組み合わせを考えてみる。

　動かす角度ではなく、∠BCE と∠DCF の角度と線分 BC と DC、線分 CE と CF が等しければ四角形以外のどんな図形でもよいことに気付く。（一般化）

【練り上げ】

T「BE=DF が成り立つ図形は他にどんなものがあるかな?」

S「ひし形や二等辺三角形,それに正三角形も成り立つと思います.」

T「そうだね.じゃあ,三角形を例に考えてみよう.どのように頂点をとればいいかな?(図 3)」

S「こうとれば BE=DF が成り立ちます.(図 3 に書きこむ)」

T「そうだね.あれ,でも四角形の時にあった頂点 A がと頂点 G が無くなっちゃったね.どこに消えたんだろう?」

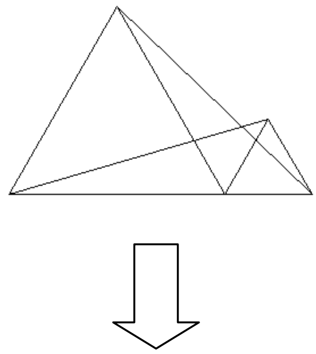
S「分かりません.」

T「じゃあまずこの図を見て.このときはここここを結んだね.
(図 4 を書き.BE=DF を結ぶ)」

T「だったら,この図ならどう結べばいいかな?(図 5)」

S「同じように BE=DF を結べばいいと思います.(図 5 に書きこむ)」

T「そうだね.このまま頂点 A を頂点 D に,頂点 G を頂点 E に近付けていくと・・・何か気がつかないかな?」



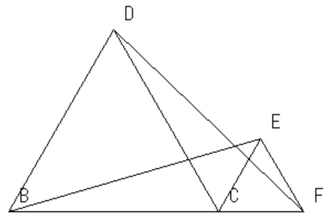



図 3

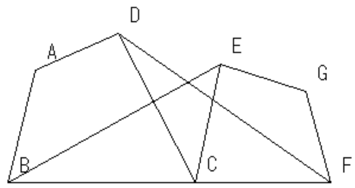



図 4

S「頂点 AD と頂点 EG が重なっても、
同じように結べると思います.」

T「その通り.重なった頂点 AD と頂点 EG をそれぞれまとめて頂点 D,頂点 E とおくと図 3 と同じような形の図になるね.」

S「なるほど.」

T「でも不思議じゃない?最初は四角形だったのに,三角形になっちゃったね.」

S「う～ん・・・なんでだろう.」

T「よくみて.頂点が重なるってことは、その辺の長さが 0 になっちゃうってことだよね.ということは・・・」

S「三角形は四角形の一辺の長さが 0 になったものなのかな?」

T「その通り.三角形は四角形の一辺の長さが 0 になったものといえるのです.」

S「なるほど.」

T「じゃあここで,今日の復習問題として次の問題を解いてみよう！！」

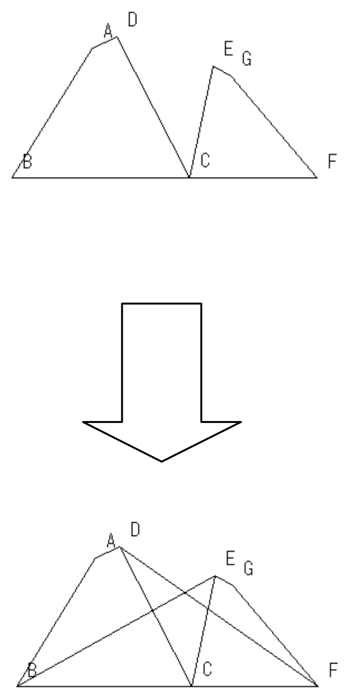
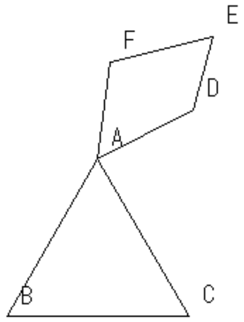



図 5

6.4 評価問題

右のような図形があります.




三角形 ABC は正三角形であり,四角形 FADE は∠FAD = 60° であり,また FA＝AD である.

線分 BD と線分 CF が等しいことを証明しなさい.

## 7. 感想

今回、半期を通し一つの指導案を作ってみて指導案を作るのにはかなりの時間を費やさなければいけないということを身をもって体験しました。この半年間で数学の歴史から始まり、教材研究、問題の作成、生徒の期待する活動、練り上げなど様々なことをしっかりと学び、考えたうえで、授業を作っていくことがとても重要なことであるということを学びました。しかし、実際に自分自身が教壇に立った時には一つの題材にこんなに時間をかけることはできず、次から次へと授業を展開していかなければなりません。その時には、この半年間で学び、吸収したことをもう一度思い出し、それらのことを生かして生徒にしっかりと考えさせ、学んでいけるような指導案を作っていきたいと思います。

屋島俊哉

実際に一つの授業を構成することがこの授業を通してとても大変なことだとわかりました.みんなで話し合いながら「ここはこうしてみたら?」「こんなのはどう?」などと話し合うことで自分の持っていなかった見方など様々なことが勉強になったと思います.将来,授業を考える上ではとてもためになったと思います.授業の主体は生徒であり,何をどう教えるか考えることが難しかったです.加えて,それぞれの生徒に対する支援や証明の必要性など普段考えていないようなことも勉強になりました.教材に対しては,先生の板書を参考にして問題を作成しましたがとても難しかったです.生徒にわかりやすく問題提示をすること,すぐに手が付けれるように考えることなど,まだまだ学習していくことが多かったのですが,今回の経験を将来生かせるように頑張りたいと思います.

横山誠也

半年間の授業を通し指導案を作ってみて、指導案作成がいかに大変なことかわかりました。また、これまで調べたことのなかった数学史について調べたり、問題を作成してみて、自分にはまだまだ数学の知識がないということを感じました。

生徒にとってよい問題にするにはどのようにすればいいのか、自分たちは分かっていても生徒は自分たちが思うように理解してくれないのではないかなどを考える時間が長くあっても中々思うように決まらないこともあったりしました。教師は単元ごとに毎回こんなに苦労していることに驚きました。

今回の指導案作成を通し、生徒のことを考え、いい問題が作れるようになれるように頑張りたいと思いました。

永添傑

中学の頃、図形の合同が好きだったので、この単元について授業研究してきました。

半年間かけて 1 つの授業を作ってきたが、授業準備がこんなに時間がかかるとは思っていませんでした。私たちが伝えたいことをどう授業に盛り込んでいけばいいのか、どのようすれば生徒に興味を持ってもらえるか考えるのが大変でした。ただ公式や解法を教えるだけでは知識を伝えているだけで、生徒が本当の理解をしているとはいえません。生徒が「できる」だけの数学知識を得るのではなく、「理解」を目指した授業を行っていかなければならないと感じました。そのためには、自力解決を重視した授業展開、個人差に応じた支援などを考えなければならなく、自分の知識の無さを感じました。

今回の授業を通して、自分の知識の無さを感じるのと同時に、たくさんの知識を身につけることができました。また数学への興味もさらに深まったので、これからまだまだ勉強していきたいと思います。

片山恵美