平成23年度

数学学習指導設計Ⅱ

中学校　第2学年

単元名：「連立方程式」

テーマ：方程式を連立させて解くことのよさ
〈２つの二元一次方程式を連立させて
同時に満たす解を求めることができる〉

J1　小寺　広起
古郷　昇平
水口　奨
中筋　敦志

目次

第１章　単元設定と設定理由

○単元設定：　第二学年　　連立二元一次方程式

○単元設定の理由

　連立二元一次方程式は、変数２つについて解くことので、方程式を扱う場面が多い。２変数、または、それ以上の数の変数が出てきたときに方程式を連立させて解くというテクニックは大切であるため、連立させて解くという解法をしっかり身につけさせるような授業を考えたいと思った。

　また、連立二元一次方程式の解法は、一次関数の交点や式を求める際等にも活用される。数と式と関数というように領域が違っていても関連があることを生徒に意識させたいと考えている。

第２章　教材研究

2.1　学習指導要領の整理・まとめ

○第2学年の目標

　目的として、文字を用いた式について，目的に応じて計算したり変形したりする能力を養うとともに，連立二元一次方程式について理解し用いる能力を培う。
第１学年では，数の範囲を正の数と負の数にまで拡げ，四則計算の意味の拡張と関連して，計算法則を理解している。また，文字を用いて，数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりできるようにしている。

　第２学年では，文字を用いた式の計算も，数の計算と同じように基本的な法則に従って加減乗除ができることを理解し，式の基本的な操作ができるようにする。また，式を目的に応じ見通しをもって的確に用いることができるようにし，数量の関係を一般的，能率的に考察し，処理することができるようにする。さらに，連立二元一次方程式について理解し，具体的な場面でそれを用いる能力を培う。
（中学校学習指導要領解説　数学編　平成20年9月　文部科学省　第2章　第1節　引用）

○連立二元一次方程式

　第２学年では，二元一次方程式とその解の意味や二元一次方程式を連立させることの必要性と意味及び連立二元一次方程式の解の意味を理解し，解を求めることができるようにする。さらに，具体的な場面で連立二元一次方程式を活用する能力を育てることをねらいとしている。

○二元一次方程式とその解の意味

　二元一次方程式の学習では，二元一次方程式を成り立たせる二つの文字x，y の値の組が，二元一次方程式の解であることを理解できるようにする。つまり，方程式の解の意味は，第１学年で学習した一元一次方程式と本質的に変わっていない。二元一次方程式の中の二つの文字はいずれも変数であり，これらの二つの文字に，その変域内の数値を代入して等式が成り立つとき，その値の組が二元一次方程式の解である。例えば，$2x+y=7$ の解については，変数x，y の変域が自然数全体の集合であれば，その解は有限個であり，（１，５），（２，３），（３，１）である。また，変域が整数全体であれば解は無数にある。このように，二元一次方程式の解は一つとは限らず，一元一次方程式の解が一つであったこととは異なる。

○連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味

　二元一次方程式を連立させることは，二元一次方程式によって二つの条件を表現することであり，連立させた方程式を解くことは，二つの方程式を同時に満たす値の組を求める

ことである。連立二元一次方程式とその解の意味の理解のためには，例えば，変域を自然数の集合にして，連立させた二つの二元一次方程式のそれぞれの解を具体的に明示し，その共通な解を見いだすという学習の過程をとることも考えられる。問題解決の場面で，このようにして解を見いだすことは能率がよいとはいえない。しかし，一元一次方程式と同様，連立二元一次方程式も以下に示すような方法で式を変形し，能率よく解を求めることができるので，具体的な場面における問題の解決に有効である。

なお，連立二元一次方程式の解の意味については，一次関数と二元一次方程式のグラフとを関連付けることによって一層理解を深めることができる。

〇連立二元一次方程式を解くこと

連立二元一次方程式を解くときの考え方は，二つの文字のうち一方の文字を消去し，既に知っている一元一次方程式に帰着して解くことである。この解き方は，新しい問題解決場面に直面したとき，すでに知っている方法に帰着させるという考え方の一つである。連立二元一次方程式が解けるようになることとともに，こうした考え方に生徒自らが気付くように工夫し，加減法や代入法による解き方が理解できるようにする。その際，そもそも「方程式を解く」とはどういうことかを，第１学年で学習した一元一次方程式と関連付け，学び直しの機会を設けることにも配慮する。連立二元一次方程式の解法の学習については，具体的な問題の解決に必要な程度の連立方程式が解けるようにし，それを活用できるようにする。

〇連立二元一次方程式の活用

一元一次方程式を活用する場合には，事象の中の数量の関係を式に表現するとき，一つの変数しか用いることができなかった。しかし，具体的な場面においては，一つの変数よりは二つの変数を用いた方が式に表しやすい場合が多い。問題解決の場面で連立二元一次方程式を活用することにより，方程式の活用場面は一層広くなり，問題解決も容易になる。

連立二元一次方程式を活用するに当たっては，その立式の段階が重要である。そのためには，数量の関係をとらえて，例えば，長さの関係，時間の関係，重さの関係など，ある特定の量に着目して式をつくるようにしたり，とらえた数量を表や線分図で表してその関係を明らかにしたりすることも有効である。さらに，方程式を用いて，具体的な問題を解決するに当たっては，変数と方程式の数が一致していることが方程式の解が一通りに定まるために必要であることなどに気付き，一元一次方程式や連立二元一次方程式を見通しをもって的確に活用することができるようにする。

〇二元一次方程式と一次関数

二元一次方程式$ax+by+c=0$を，二つの変数xとyの間の関係を表した式とみれば，この条件を満足するxとyの値の組が考察の対象となる。

この式でx とy の値の組を求める場合，$b \neq 0$ のとき，x のとる値を一つ決めれば，それに対応してy の値が一つ決まることが分かり，このことから，$ax+by+c=0$は，xとy の間の関数関係を表す式とみることができる。例えば，二元一次方程式$x-2y+6=0$は，x とy の間の関数関係を表す式とみることができ，さらにこの式を，$y=\frac{1}{2}x+3$ と変形することによって，y はx の一次関数であることが分かる。

さらに，二元一次方程式のグラフが直線となることから，連立二元一次方程式の解は座標平面上の２直線の交点の座標としても求められる。グラフを用いると，視覚的に連立二元一次方程式の解の意味を理解することができる。

（中学校学習指導要領解説　数学編　平成20年9月　文部科学省　第2章　第3節　引用）

2.2　方程式の歴史について

2.2.1　方程式の起源

現在使われている方程式という言葉は、九章算術　方程章の章名から生まれている。この章では連立一次方程式の解法か示されているため、方程式という言葉は、もともと連立一次方程式の解法に付けられた名であったと思われる。

2.2.2 「九章算術」について

九章算術は古代中国の数学書である。著者は分かっていないが、263 年に劉徽（りゅうき）が注釈本を製作しているので、製作年代は紀元前１世紀から紀元後２世紀と考えられている。また、数学の問題を中心に 246 個の問題が掲載されている。

そして、九章算術は、以下の９つの章から構成されている。

第１章「方田」、第２章「粟米」、第３章「衰分」、第４章「少広」、第５章「商功」、第６章「均輸」、第７章「盈不足」、第８章「方程」、第９章「句股」

九章算術　方程章　では正負術が述べられている。正負術とは、引き算のとき、同名（同符号の数）は引き、異名（異符号の数）は加える。正を無入（ゼロ）から引いたのは負とし、負を無入から引いたのは正とする。たし算のとき、異名は引き、同名は加える。正と無入とでは正、負と無入とでは負とすることである。

また、連立方程式の計算を行うために中国では、算木を用いていた。算木とは、和算で用いる計算道具であり、竹を材料としたマッチ棒のようなもので、あらかじめ区割りされた布や板の上において計算を進める道具のことである。赤色の算木で正数を表し、黒色の算木で負数を表し、連立方程式の係数部分をこの算木で表して、加減法のやり方で連立方程式を解くように、問題を解いていた。

2.2.3　考察

九章算術の目次にも、体積・面積の求め方、租税の計算、土木の計算、利息の計算などがある。このように九章算術は、生活する上でこのような時はどのように計算すればいいのかという解法をまとめたものであると思われる。

方程の章についてでは、

いま上禾三たばと中禾二たばと下禾一たばでは、実は三十九斗あり、上禾二たばと中禾三たばと下禾一たばでは、実は三十四斗であり、上禾一たばと中禾二たばと下禾三たばでは、実は二十六斗である。問う、上中下禾の実は、一たばそれぞれいくらか。

という例題が記載されている。禾というのは穀物を指す。

この例題では未知数３個を求める際に式を３行に排列し、加減法で未知数を消去し、１つの未知数だけの1元1次方程式に直して解を求めている。

このように、分からない数量が複数あらわれたときの解法として連立させる考え方が考え出されたと思われる。連立させる考え方がなかった時代は、分からない数量について１つの変数にしか対応できなかったと思われるが、連立させるという考え方が出てきてからは複数の変数に対応できるようになり、より多くの場面で活用されるようになったと思われる。

この当時、ｘやｙといった文字を変数とする知識はなかったため現在の代入法はまだ生まれていなかったと考える。

九章算術卷八

晉　劉徽　注

唐　李淳風　注釋

方程以御錯糅正負

今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十四斗上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問上中下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉九斗四分斗之一中禾一秉四斗四分斗之一下禾一秉二斗四分斗之三案三原本訛作一今改正

九章算術　卷八

一

資料１；九章算術　（原本）

2.3　教科書比較

今回、７つの中学校で使われている教科書（大日本図書、東京書籍、学校図書、教育出版、教研出版、啓林館、日本文教出版）について、連立二元一次方程式の分野の比較をしてみた。

○連立方程式についての項目の比較

■大日本図書

導入問題：土器作り

生徒 26 人で、3 人班を x 班と 2 人班を y 班つくる。また、10 人のボランティア 1 で 1 班に 1 人ずつ配属させる。

初めに、「10 人のボランティア 1 で 1 班に 1 人ずつ配属させる。」という条件をなしにして、

（1）3 人班を 2 つつくると 2 人班はいくつできるか？

（2）それ以外のつくり方は？

という条件から二元一次方程式を考える。

その後、「10 人のボランティア 1 で 1 班に 1 人ずつ配属させる。」という条件を追加させ、２つ二元一次方程式が成り立つような解を求める。

解法：

（1）　代入法

　・ x または y を　“消去する”という言葉の説明

（2）　加減法

　・x,y の係数が 1 のとき

　・x,y の係数が異なるとき

　・かっこが式に使われているとき

　・分数が使われているとき

　・小数が使われているとき

代入法と加減法の 2 つの解法を比べ、違いを明確に表している。（最後に、使いやすい方法を使おうという記述があった。）

■学校図書

導入問題：入場券の購入

チケット２枚いる乗り物 x 回、チケット１枚いる乗り物 y 回として、何回乗ったか。

（1）　チケット１１枚としてx と y についての二元一次方程式を考える。

（2）　合計７回としてx と y についての二元一次方程式を考える。

２つ二元一次方程式が成り立つような解を求める。

解法：

（１） 加減法

・x,y の係数が１のとき

・x,y の係数が異なるとき

（２） 代入法

（３） いろいろな連立方程式

・かっこが式に使われているとき

・分数が使われているとき

・小数が使われているとき

・A=B=C の形で表されているとき

■啓林館

導入問題：クーラーボックスの魚の数

ルールに従って、アジを２つのクーラーボックスに分ける。

ルール： （あ）左のボックスには２匹ずつ （い）右のボックスには１匹ずつ 一回ごとに、どちらかのボックスに（あ）、（い）で魚を入れる。 どちらのボックスに魚を入れるときも「はい」という。

全部で２１匹のアジを分け、「はい」と１３回と言うと、それぞれのボックスには、何匹のアジが入っているか？

初めに、「「はい」と１３回と言う」という条件をなしにして、左のボックスに x 回、右のボックスに y 回入れるとして、二元一次方程式を考える。このとき、解は複数見つかる。

次に、「「はい」と１３回と言う」という条件を加えて、二元一次方程式を考える。２つの式に共通する解が見つかる。

解法：

（１） 加減法

・x,y の係数が１のとき

・x,y の係数が異なるとき

（２） 代入法

（３） いろいろな連立方程式

・かっこが式に使われているとき

・分数が使われているとき

・小数が使われているとき

・A=B=C の形で表されているとき

（4）いろいろな解き方について話し合おう

　　４ｘ－５ｙ＝３、５ｘ＝８ｘ－１１についてどのように解くか？

■教育出版

導入問題：輪投げの点数に関する問題

　ルールは、棒に輪がかかれば５点、棒に輪がかからなければ－３点の得点は入る。得点の合計が１８点だったとき、何点が何回入るか。

棒にかかる６回、かからない４回で 5×6+(－3)×4=18 点になる。

18 点になるのは、他にはないかな？

＊連立方程式を学習する前に、一次方程式、多項式の加減法の復習

解法：

（１）加減法

・x,y の係数が１のとき

・x,y の係数が異なるとき

（２）代入法

（３）いろいろな連立方程式

・かっこが式に使われているとき

・分数が使われているとき

・小数が使われているとき

・A=B=C の形で表されているとき

■数研出版

導入問題：クラスのグループ分け

クラス全体３２人、４人グループ　x 班、３人グループ　y 班とする。このことから二元一次方程式を考える。次に、グループの数を全 9 班とする。このことから二元一次方程式を考える。

二元一次方程式の解が複数あることを確認し、複数の解をもう一つの式に代入し２つに方程式から共通の解を見つける。

解法：

（１）　加減法

・x,y の係数が１のとき

・x,y の係数が異なるとき

（２）　代入法

（３） いろいろな連立方程式

・かっこが式に使われているとき

・分数が使われているとき

・小数が使われているとき

・A=B=C の形で表されているとき

■東京書籍

導入問題：決めたシュートの本数は？

２点シュートｘ本、３点シュートｙ本、それぞれ何本？シュート数は１０本、合計点２４点とする。

シュートの数だけに注目して、ｘ＝１のときｙ＝９、ｘ＝２のときｙ＝８・・・と表であらわす。すると解が複数組あることがわかる。

合計得点についても考えると２ｘ＋３ｙ＝２４、ｘ＋ｙ＝１０の２つの式から連立方程式を立てる。ｘ＋ｙ＝１０の解の中で２ｘ＋３ｙ＝２４に当てはまる解をさがす。

解法：

（１）加減法

・x,y の係数が１のとき

・x,y の係数が異なるとき

（２）代入法

（３）いろいろな連立方程式

・かっこが式に使われているとき

・分数が使われているとき

・小数が使われているとき

・A=B=C の形で表されているとき

■日本文教出版

導入問題：スクラッチカード

３点をｘ枚、１点をｙ枚、合計３０枚として、ｘとｙに何が入れば成り立つか？

次に、３点をｘ枚、１点をｙ枚、合計７枚で１３点だったとする。ｘとｙに何を入れればいいか？

考えられる方程式ｘ＋ｙ＝７、３ｘ＋ｙ＝１３についてそれぞれ表で表して両方に共通している解を見つける。

解法：

（１） 加減法

・x,y の係数が１のとき

・x,y の係数が異なるとき

（２）代入法

３ｘ－５（ｘ－２）＝８のように（）をつけようという記述があった。

（３）いろいろな連立方程式

・かっこが式に使われているとき

・分数が使われているとき

・小数が使われているとき

・A=B=C の形で表されているとき

○考察

各社を見てみると、導入問題は、二元一次方程式が２つ導出できるような問題を扱っている。２つの方程式がうまく導出出来るようにさまざまなルールや条件が問題にくみこまれている。身近な事象や考えやすいゲーム形式の問題を用いることで、とっつきやすくしている印象を受けた。全社とも二元一次方程式とその解について述べ、２変数（ｘ、ｙ）についての解は複数あることを確かめさせる。そのうえで、もうひとつの二元一次方程式を用いて解をひとつにしぼるという流れは同じように思えた。

解法については、どの社も加減法は初めは分かりやすいように、ｘやｙの係数がそろっている問題を扱い、順々に複雑な係数になっていくようだ。

○連立方程式の活用・利用についての項目の比較

■大日本図書

・原稿用紙１枚と２枚の人数

・道のり、時間、速さの問題

・食塩水の濃度

・ペットボトルのリサイクルの量の前年と今年の割合

■学校図書

・ケーキとプリンの数

・中学生と大人の料金

・みちのり、時間、速さの問題

・先月と今月の数の比較（割合）

・砂糖水の濃度　１０％の砂糖水と５％の砂糖水をまぜて８％の砂糖水を４００g

■啓林館
・バスケのシュートうち分け、
・入館料（大人と子供)、
・道のり、時間、速さの問題
・物の定価（割引)、
・男女の生徒数

■教育出版
・人数と料金の問題、
・道のり速さ時間の問題、
・割合

■数研出版
・職業体験の事務所の受け入れ人数
・展覧会の入場料（中学生と大人）
・みちのり、速さ、時間の問題
・ボランティアの参加人数（男子、女子）

■東京書籍
・値段の違う２つのケーキの個数
・美術館に入る中学生と大人の料金
・道のり、速さ、時間の問題
・去年と今年の生徒数の比較（割合）

■日本文教出版
プリンとシュークリームの数
プールの中学生と大人の料金
速さ、時間、道のりの問題
現在と過去との比較

○考察

連立方程式の活用・利用の項目では、どの社も共通で、

・問題文より分かる数量の関係を整理。（表など）

・求めたい（適当な）数量をｘ、ｙで表す。

・数量関係に着目して方程式を立てる。

・連立方程式をとく。（・問題にあっているか確かめる。）

という手順であった。

扱っている問題は、割合や２者の数を求めるものなど各社で似ていた。

文章問題を図や表に表して説明していたため、視覚で分かりやすくなっていた。

速さ、道のり、時間の問題は、どの社にもあり、数量関係を分かりやすく説明するために図（絵）や数直線などが用いられていた。

教科書比較を行った結果、基本的にはどの教科書も以下のような構成になっていることが分かった。

１．二元一次方程式とその解

２．連立方程式とその解

３．加減法

４．代入法

５．いろいろな連立方程式の解き方　←小数、分数など

６．総合問題（まとめ）

違いとしては、啓林館と日本文教出版以外の教科書では、発展として、３つの文字を含む連立方程式の問題を取り扱っていた。

全体の教科書を通して、絵や表などを使い分かりやすさを重視している。さらに、各項目ごとに例題と問題を設けている。また、大事な所は説明をより詳しくしているように思える。

第 3 章　単元の指導計画

3.1　テーマ設定と設定理由

■仮テーマ設定：

連立させて解くことの良さ

■設定理由：

二元一次方程式では変数が２つあるため解が複数あらわれる。このとき、条件を追加してもう一つの二元一次方程式を用いて連立させることで解が一つに定まる。このことの良さを考えさせる授業をしたいと思ったからである。

　具体的に、問題：「あめを子供に同じ数ずつ配るのに、６個ずつ配ると７個あまり、８個ずつ配ると９個たりない。子供の人数とあめの個数を求めなさい。」という問題について考える。二元一次方程式の連立方程式を使わない（和算）で解くと、6個ずつ配るときと8個ずつ配るときの余りや不足分の個数の違いに注目すると、7個余り、9個足りないので、6個ずつから8個ずつに2個だけ増やしたことであめは7+9=16個だけ多く必要になります。よって、16個÷2個という計算から8人という答えになります。あめの個数は、6×8＋7＝55個になります。

　この問題を子供の人数x人、あめの個数y個とし、連立方程式で解くと、

ｙ=6x+7　‥①

ｙ=8x－9　‥②

　と立てることができる。

この後は、加減法や代入法などを用いて機械的に計算してくことで答えが求められる。

以上のようにある問題について二元一次方程式の連立方程式の解法を用いない解法と用いる解法とを比較できる問題を授業の導入にできないかと考える。

　しかし、このテーマではテーマ内容が広く多くの内容が含まれているため 1 時間の授業のテーマとしてはふさわしくないと考えテーマの再検討を行った。

○テーマの再検討の結果

■テーマ設定：

方程式を連立させて解くことのよさ

～２つの二元一次方程式を同時に満たす解を求めることができる。～

■設定理由：

連立方程式の単元を扱うにあたって、一番注目した点は「連立」という言葉であった。

二元一次方程式では変数が２つあるため解が複数あらわれる。このとき、条件を追加してもう一つの二元一次方程式を導出し、２式を連立させて解くことで２式を同時に満たす解の組を求めることができる。このような連立させて解くことを教えたいと思ったからです。

3.2 単元目標及び指導計画

■単元目標

連立二元一次方程式について理解し，それを用いて考察することができるようにする。

そのために，

ア．二元一次方程式とその解の意味を理解する。

イ．連立二元一次方程式の必要性と意味，および，その解の意味を理解する。

ウ．簡単な連立二元一次方程式を解くこと、および、それを具体的な場面で活用すること。

■指導計画　　　　　　　　　　全13時間

第１次　二元一次方程式とその解（1時間目）

　　　　連立方程式とその解　　（2時間目）←（本時）

第２次　連立方程式の解き方　　（3 時間目～）

　　　　加減法、代入法

　　　　分数、小数、A=B=C

第３次　連立方程式の利用　　（8時間目～）

■本時の具体的な指導計画

〇指導内容

連立方程式とその解

〇指導目標

二元一次方程式とその解の意味を理解する。連立二元一次方程式の必要性と意味，および，その解の意味を理解する。

〇中心となる考え

条件より２つの二元一次方程式が表され、その２つの方程式を連立させて同時に満たす解の組を求めること。

3.3　指導案の作成

1回目　テーマに沿った題材・問題の設定と大まかな数学的活動の設定

問題：「あめを子供に同じ数ずつ配るのに、６個ずつ配ると７個あまり、８個ずつ配ると９個たりない。子供の人数とあめの個数を求めなさい。」

という問題場面を設定。

以下、この問題場面で授業を行ったときの期待する数学的学習を考えた。

まず、あめの個数を表す式をかけ。

●期待する数学的活動A

問題より、あめの数を文字式で表せる。

配った人数をｘとすると、

（あめの個数）＝６ｘ＋７‥①

（あめの個数）＝８ｘ－９‥②

●期待する数学的活動B

配った人数、あめの個数は、①②の式で同じ数量であることに気付くことで、解を求めることができる。

求める方法①

ｘ＝１のとき、①よりあめの個数は、１３個

②よりあめの個数は、－１個

ｘ＝２のとき、①よりあめの個数は、１９個

②よりあめの個数は、９個

・

・

ｘ＝８のとき、①よりあめの個数は、５５個

②よりあめの個数は、５５個

よって、配った人数8人、あめの数55個

求める方法②（等置法）

①　②についてあめの個数は同じなので

６ｘ＋７＝８ｘ－９

ｘ＝８（人）

よって、あめの数は55個

●期待する数学的活動C

未定

期待する数学的活動Bで2式を同時に満たす解の組が求まることに気付いたうえで、求まった解を使っての発展問題、または、2式を同時に満たす解の組が求まるという考えを使う新たな問題に取り組む。

テーマで重視している「連立させること」を活かした問題提示ができないかと考え問題、又問題提示を考え直した。

<u>2 回目　問題提示の変更と大まかな数学的活動の設定</u>

問題：
あめがいくつか入った袋がある。袋からあめを取り出し、子供に同じ数ずつ配る。
　もし、6個ずつ配ると7個あまる。8個ずつ配ると9個足りない。
(1)　このとき、何人の子供に配ったか。また、袋の中にはいくつのあめがあったか。
次に、子供は何人かのグループで時間を空けてもらいにきた。
　1組目の子供たちに6個ずつあめを配ったら7個あまってしまった。2組目のグループには、さきほどのあまり分と合わせてもう1袋新たにあめの袋を用意して、8個ずつ配ったところ2個足りなかった。
(2) このとき、何人の子供に配ったか。また、袋の中にはいくつのあめがあったか。
ただし、1組目と2組目の子供の人数は同じ。

応用 (3) (2) のときに、1組目と2組目の人数が異なったらどうなるか。
ただし、合計で子供は？人来たとする。

●期待する数学的活動A
（１）について、２つの二元一次方程式を立てることができる。
子供の人数、あめの数をそれぞれｘ、ｙとすると、
ｙ＝６ｘ＋７　　…①
ｙ＝８ｘ－９　　…②
となる。
●期待する数学的活動B
2つの二元一次方程式を解くことで2式を同時に満たす解を求めることができる。
（１）　より
ｙ＝６ｘ＋７　　…①
ｙ＝８ｘ－９　　…②
より、解をｘ＝８、ｙ＝５５と求めることができる。

あめの個数に注目し、

６ｘ＋７＝８ｘ－９　…③

と、一元一次方程式として、解くことができる。

●期待する数学的活動C

連立させて解くことのよさに気付く。

（２）より

（1組目のとき）　ｙ＝６ｘ＋７　　　…④

（2組目のとき）　ｙ＋７＝８ｘ－２　…⑤

という方程式を考える。

整理して、

ｙ＝６ｘ＋７

ｙ＝８ｘ－９

となり、解をｘ＝８、ｙ＝５５と求めることができる。

（１）では、左辺が①②ともにｙであるので、連立をしなくても一元一次方程式として問題を解くことができる。（２）では、いきなり、一元一次方程式を考えることは困難であるので、1組目のときと2組目のときについて別々で二元一次方程式を立て連立させて考えるほうが考えやすいと思った。

今までの問題では、問題文に２つの条件しか含まれていないので連立させることを深く考えられない問題になっていた。

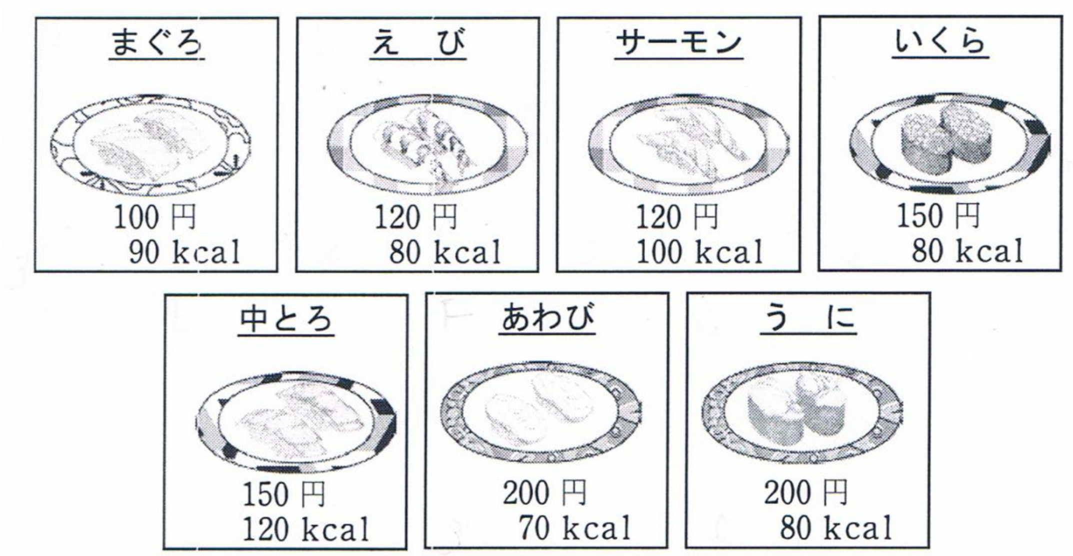
3回目　問題の再検討

連立させることを意識する問題を考えた結果、問題文を読んだ際に、方程式を立てるための条件が複数含まれていることで、必要なものを選択し、その関係を方程式に表して解を求めることができると考えた。

〇問題　・題材（回転ずし）

Aさんは、家族（大人2人，子供1人）で回転ずしを食べに行きました。本日のメニューは次の通りです。

◎本日のメニュー



それぞれの何皿食べたでしょう。

□条件

・合計枚数
・合計カロリー
・合計金額
・200円の皿の枚数
・150円の皿の枚数
・120円の皿の枚数
・100円の皿の枚数
・大人は、＿＿枚食べて、＿＿円だった。
・大人は、＿＿枚食べて、＿＿円だった。
・まぐろとえびを合計＿＿皿食べた。
・えびとうにを合計＿＿皿食べた。
・　…

以上の条件から、必要な条件を選択して各解を求める問題にした。

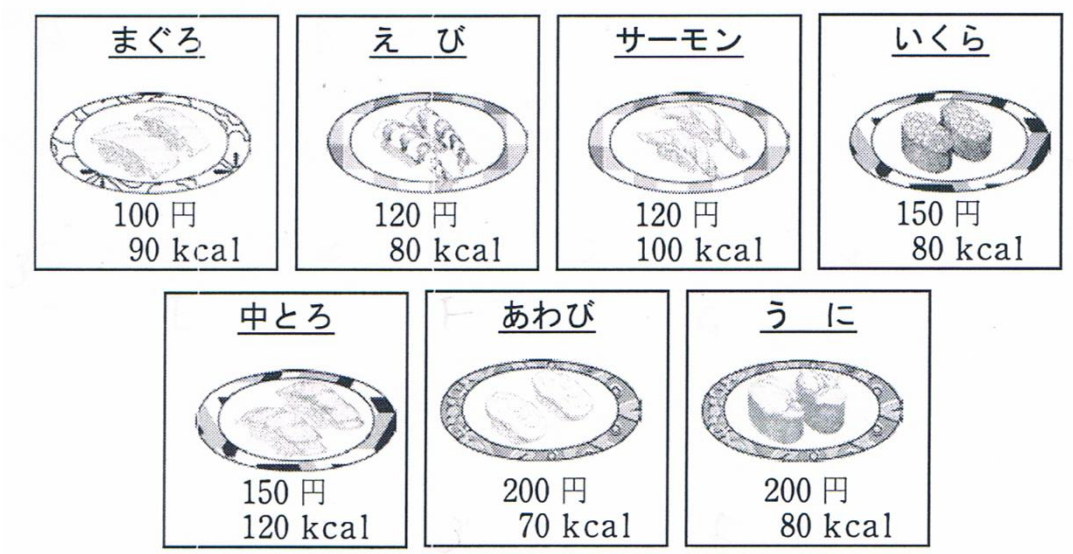
以後、題材を回転寿司に決め、上記の流れで考えることにした。

4回目　指導案の展開

導入（問題提示、活動A）10分

問題：Aさんは、家族（大人2人，子供1人）で回転ずしを食べに行きました。本日のメニューは次の通りです。

◎本日のメニュー



それぞれの何皿食べたでしょう。

以下の条件をもとに考えよう。

●まぐろとえびは合計11皿食べた。

●サーモンと中とろは合計1530円分食べた。

●200円の皿を6皿食べた。

●80kcalの皿を6皿食べた。

●サーモンと中とろは合計1240kcal分食べた。

●まぐろとえびは合計1160円分食べた。

●中とろとサーモンは合計11皿食べた。

支援A：求めたい数を変数A,B,C,…とおく。

活動A：条件を式で表す。
まぐろ、えび、サーモン、いくら、中とろ、あわび、うに、をそれぞれA,B,C,D,E,F,Gとおくと、

A+B=11

120C+150E＝1530

F+G=6

B+D+G=6

100C＋120E＝1240

100A＋120B＝1160

E+C=11

となる。

活動B、活動C　25分

活動B：適切な式を選ぶ。

・A,Bについて

A+B=11

100A＋120B＝1160

・C,Eについて

120C+150E＝1530

100C＋120E＝1240

C+E=11

（3式の内、2式を用いれば解ける。）

・D,F,Gについて

F+G=6

B+D+G=6

（条件不足）

支援B：表を用いて解を表してみよう

活動C：2式を同時に満たす解を求めることができる。
・A,Bについて表を用いて解を求める。
A+B=11

A	0	1	2	…	8	…	11
B	11	10	9	…	3	…	0

100A＋120B＝1160

A	0	1	2	…	8	…	11
B	29/3	53/6	8	…	3	…	1/2

よって、A=8、B=3
同様にして、C=4、E=7

解を求めることができる。

解を求めることができない。
支援C：どんな条件があれば、解を求めることができるか。
・条件の選び間違い　→活動B
・D、F、Gはこの条件では解けないので、新たに条件を付け加える必要がある
→活動N

まとめ（練り上げ、活動N）15分

練り上げ
先生「どんなことに気をつけて選んだか。」
生徒A「Aについて求めるときはAを含む式を選んだ。」
生徒B「共通な変数をもつ式どうしを選んだ。」
先生**「求めたい変数を含んだ式を選ぼう。複数の式の中から解を求めるのに必要なものをピックアップすればいい。」**

生徒C「C、Eを求めるに式が３つある。」
先生「C、Eを求めるのに３つすべての式を使わなくても２つの式があれば求めることができる。よって、**２変数について解を求めるのには最低２式あればよい。**」

活動N
D,F,Gを求めるためにはどのような条件が必要か。(B＝３と求まった状態とする。)
未知数D,F,Gを含んだ式が１つ必要である。

解答例；いくらとあわびを合計3皿食べた。

F+G=6
D+G=3
D+F=3 (変数D,F,Gを含んだ式)
となり、解を求めることができる。
よって、3変数について解を求めるのには少なくとも3式必要となる。

1変数について解を求めるときは、１式必要、
2変数について解を求めるときは、２式必要、
3変数について解を求めるときは、3式必要なので、
ｎ変数について解を求めるときは、ｎ式必要であると考えられる。(ｎ＝1.2.3…)

条件を理解するに当たり活動Aに行く前にワンクッションおく活動を考えてみることにした。
問題提示において、条件をすでに示していたのだが、他の提示の仕方がないだろうかと考えることにした。

5回目　最終指導案の展開

支1：より一般な支援

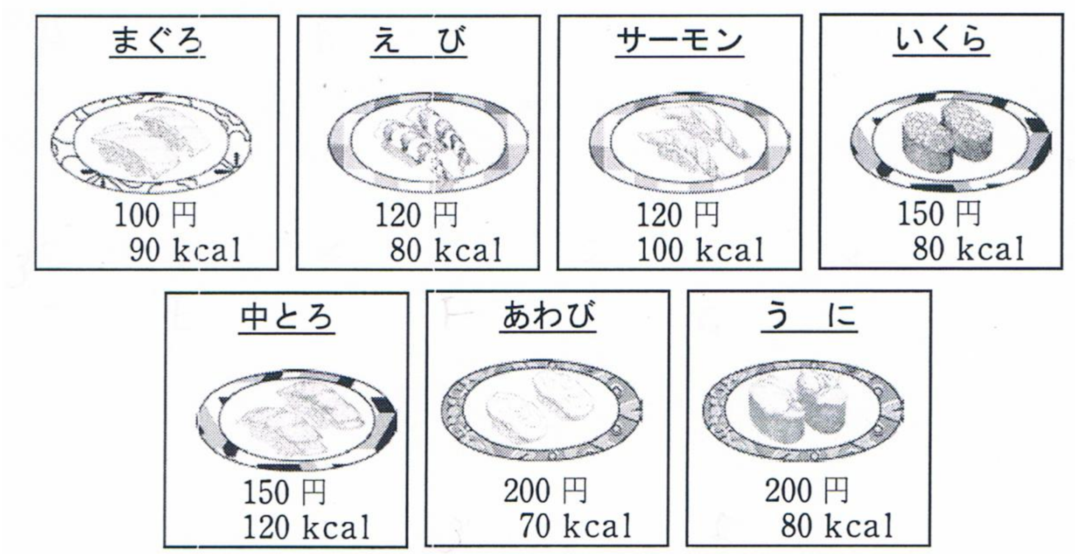
支2：より特殊な支援

導入　10分

問題提示

問題：Aさんは、家族（大人2人，子供1人）で回転ずしを食べに行きました。本日のメニューは次の通りです。

◎本日のメニュー



それぞれの何皿食べたでしょう。

考えてみよう。

先生「何か質問はありませんか。」

生徒A「このままだと分からない。」

先生「何が知りたいですか。」

生徒B「このときの条件は何ですか。」

先生「具体的にどんな条件がほしいですか。」

生徒C「皿の枚数について、値段について、kcalについてなど…」

＊この問題は、条件がないと分からないので生徒に条件が必要だと気付かせる。

先生「Aさんの家族はこのような条件で寿司を食べました。」

【条件】

- ●まぐろとえびは合計11皿食べた。
- ●サーモンと中とろは合計1530円分食べた。
- ●200円の皿を6皿食べた。
- ●80kcalの皿を6皿食べた。
- ●サーモンと中とろは合計1240kcal分食べた。
- ●まぐろとえびは合計1160円分食べた。
- ●中とろとサーモンは合計11皿食べた。

では、以上の条件をもとに考えてみよう。

支1：条件を図で表してみよう。

支2：数直線で考えてみよう。

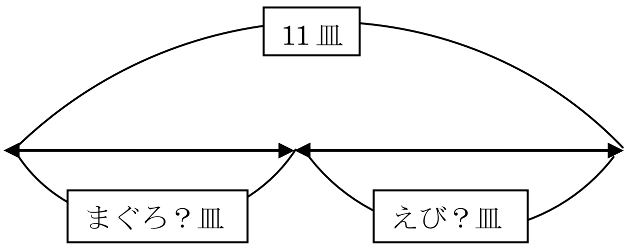
支2：数量関係（単位）に注意しよう。

活動ABC　25分

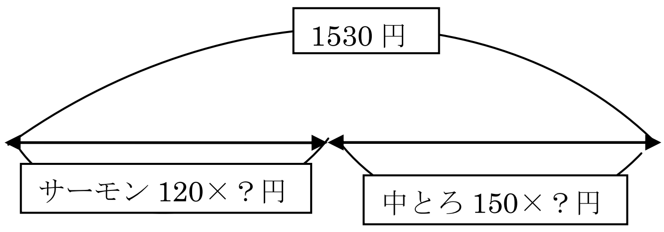
活動A：条件を理解することができる。

図を用いて考える。

「まぐろとえびは合計11皿食べた。」について



「サーモンと中とろは合計1530円分食べた。」について



支1：条件を式で表すとどうなるか。

支2：図で表した関係を式で表すとどうなるか。

支2：各皿の枚数を変数A、B、…Gとおくと。

活動B1：条件を式で表す。
まぐろ、えび、サーモン、いくら、中とろ、あわび、うに、をそれぞれA,B,C,D,E,F,Gとおくと、
A+B=11
120C+150E＝1530
F+G=6
B+D+G=6
100C＋120E＝1240
100A＋120B＝1160
E+C=11
となる。

支1：解を求めるために必要だと思う式を必要な数選んでみよう。
支2：今、求めようと思っている変数に注目してみよう。

活動B2：適切な式の組み合わせを選ぶ。
・A,Bについて
A+B=11
100A＋120B＝1160
・C,Eについて
120C+150E＝1530
100C＋120E＝1240
C+E=11
（3式の内、2式を用いれば解ける。）
・D,F,Gについて
F+G=6
B+D+G=6
（条件不足）

支1：選んだ式をもとに解を求めてみよう。
支2：表を用いて解を表してみよう

活動C：2式を同時に満たす解を求めることができる。

・A,Bについて表を用いて解を求める。

A+B=11

A	0	1	2	…	8	…	11
B	11	10	9	…	3	…	0

100A＋120B＝1160

A	0	1	2	…	8	…	11
B	29/3	53/6	8	…	3	…	1/2

よって、A=8、B=3

同様にして、C=4、E=7

解を求めることができる。

解を求めることができない。

支1：どんな条件があれば、解を求めることができるか。

支2：条件の選び間違いではないか。
→活動B

支2：新たに条件を付け加える必要があるのではないか。　→活動N

まとめ（練り上げ、活動N）15分

練り上げ

先生「どんなことに気をつけて組み合わせを選んだか。」

生徒A「Aについて求めるときはAを含む式を選んだ。」

生徒B「共通な変数をもつ式どうしを選んだ。」

先生「**求めたい変数を含んだ式を選ぼう。複数の式の中から解を求めるのに必要なものをピックアップすればいい。**」

生徒C「C、Eを求めるに式が３つある。」

先生「C、Eを求めるのに３つすべての式を使わなくても２つの式があれば求めることができる。よって、**２変数について解を求めるのには最低２式あればよい。**」

活動N
D,F,Gを求めるためにはどのような条件が必要か。(B＝３と求まった状態とする。)
未知数D,F,Gを含んだ式が１つ必要である。

解答例；いくらとあわびを合計3皿食べた。

F+G=6
D+G=3
D+F=3 (変数D,F,Gを含んだ式)
となり、解を求めることができる。
よって、3変数について解を求めるのには少なくとも3式必要となる。

1変数について解を求めるときは、１式必要、
2変数について解を求めるときは、２式必要、
3変数について解を求めるときは、3式必要なので、
ｎ変数について解を求めるときは、ｎ式必要であると考えられる。(ｎ＝1.2.3…)

さきほどの問題を参考に発展問題に取り組んでみよう。

評価問題
今度はBさん家族が来店した。
Bさん家族は以下の条件で寿司を食べた。
—　条件　—
●150円の皿を300円分食べた。
●150円の皿を2皿食べた。
●いくらと中とろを合計200kcal食べた。
●まぐろ、サーモン、あわび、うにを13皿食べた。
●100円の皿と200円の皿を合わせて1800円分食べた。
●まぐろとサーモンは合計560kcal食べた。
●サーモンとあわびは合計５皿食べた。
●120円の皿は600円分食べた。
—　—　—
Bさん家族が、各皿を何枚ずつ食べたか求めたい。
求めるのに使う方程式の組み合わせはどのようになるでしょうか。

今後への課題：

今回は、活動Cにおいて表で考えることで解を求めた。が、表を書くことは手間がかかる。
連立させた2式を効率よく解く方法が他にないだろうか。

⇩

連立方程式の解き方（加減法、代入法、など）の学習への伏線。

引用・参考文献

中学校学習指導要領解説　数学編　平成 20 年 9 月　文部科学省

科学の名著２　中国天文学・数学集　　著者　薮内清　朝日出版社

各自の自評

私は、今回の指導設計の授業で改めて指導案作りが難しいと感じました。自分達が決めたテーマなのに、なかなかそのテーマに沿った指導案ができなかったり、生 徒の期待する数学的活動の予想が不十分であったりと、授業を受けている経験があるにも関わらず授業を設計する側になってみると見落とす部分が多々ありまし た。一度、教育実習で指導案を作って授業をしていますが、今回のように 1 つの指導案を突き詰めることで教育実習の時の指導案や授業が不十分な事を痛感して います。5 月に応用実習があるのでその時の指導設計では、その授業での意図している部分が生徒の活動と合致しているかに注意して指導案作りをしようと思い ます。応用実習では今回の指導設計の授業で学んだことを活かして実のある実習にしたいです。

古郷　昇平

私たちは、連立方程式について色々考えてきたが、数学学習指導要領を整理してみたり、連立方程式についての数学史を調べてみることによって、授業設計を考える上でとても役に立ったように思う。また、数学史を学ぶことによって、連立方程式の本当の意味が少し分かって、授業設計が進めやすかった。そして、もっと深く数学史を調べてみて、数学についてより深く知りたいとも思った。

さらに、実際に連立方程式の問題を考えるとなると思っていた以上に難しく感じた。数学的活動やそれに対する支援をしっかり考えることがいかに大切なのかも分かり、とても勉強になった。実際には、このような授業設計を自分一人で考えていくことになるので、今回のようにグループ活動ができない分、もっと自分自身で考え研究していく能力が必要だと強く感じた。

今回、この数学学習指導設計の授業を受けてみて、学んだことは本当に多かったように思う。そして、その学んだことをどんどん今後に必ず生かしていかなければならないと感じた。学んだことやグループで話し合ったことを大切にしていきながら、これからもしっかりとした授業設計をしていきたいと思う。

小寺広起

今回の指導設計で指導案の作り方を学んだとともにその難しさを学びました。生徒に教えなければならないことを記すだけではなく、段階に分けての生徒の予想される行動とそれに対する支援、アドバイス等を考えることがとても重要だと分かりました。今回私は 2 元 1 次連立方程式の導入の次の授業の指導案をかんがえました。その授業でどのように問題文を受けとめるか、解決していくかを導くのが難しかったです。解き方をまだ知らないという状況で新しいことを教えていくのがこんなに難しいこととは思いませんでした。また自分目線ではなく生徒目線で考えないといけないのが意外と大変でした。

水口　奨

今回、指導案を作るにあたって子供も目線考えることの大切さ、難しさを感じました。
大学生の私にとって連立させることは、当たり前に出来てしまうことです。この連立させるということをいかに生徒に納得させて教えられるかという部分が難しかったです。
テーマが決まったあと、授業のもととなる問題がなかなか決まらず、題材を探し続けました。今回の回転寿司は、誰もが知っているもので考えやすい上にネタの種類、値段、皿の種類、カロリーと条件設定もしやすい題材であると思い選びました。また、この題材で問題を設定したところ先生方や他の班員の反応がよく、楽しそうという意見も聞けたので、この題材であれば上手く授業が作れると思いました。今回の指導案作りを通して、テーマに沿った問題を作ることがまず重要なのだと思いました。

中筋　敦志