

2009. 10. 8

数学の学習心理最終レポート

単元名「体積」

～数学的な思考力を育成する授業構成を目指して～

A 班(量と測定) メンバー

田中晋吾

西尾直人

安井紗笑

松坂大偉

補助教員：國政裕恵

指導教官：溝口達也

～目次～

1. はじめに	
1) 単元 設定の理由	p. 1
2) 体積の必要性	p. 1
2. 数学史	p. 2 ～ 3
3. 新学習指導要領	
1) 新学習指導要領内容	p. 4
2) 新学習指導要領分析と考察	p. 5
4. 教科書分析	
1) 教科書の流れ	p. 6
2) 4月23日提出分	p. 6
3) 4月30日提出分	p. 7
4) 最終分析	p. 7
5. 単元構成	
1) 系統表	p. 8 ～ 12
2) 単元指導計画	p. 13
3) 指導案	p. 14 ～ 26
① 6月18日提出分	p. 14
② 7月16日提出分	p. 15 ～ 18
③ 7月23日提出分	p. 18 ～ 22
④ 完成指導案	p. 23 ～ 26
6. まとめ	
班員感想	
田中・西尾	p. 27
安井・松坂	p. 28

1. はじめに

1) 単元設定の理由

児童はこれまでに「長さ」や「面積」などの量についての測定の意味や普遍単位の必要性を把握している。かつ第4学年までは、主として、液体などの体積を、単位の大きさをもとにして測ることについて理解してきている。しかしながら、新たに第5学年で学習する「立体」は、既習事項の1次元（長さ）や2次元（面積）ではなくなり、3次元的な広がりになる。3次元の「立体」では視覚化できない部分もあり、自身の経験上イメージしにくかった記憶が残っている。このことより、「量と測定」において授業についていけなくなる児童の1つの単元としては、この立体としての「体積」があげられるのではないかと。そんな疑問が湧いてきた。また、人間が生活していく上で体積を持つ立体というものは身の回りを埋め尽くしている。何より人間自身がそうである。それら体積を持つ立体というものと自身に関わりながら生活をしているということ結びつけて教えていきたいとも考えた（実生活での合理的な営みを支える数学的な考え方）。

以上2つのことで、我々A班は体積への興味を持ち、教材研究の動機となった。そしてこれらのことを授業にどのようにして取り入れて解決していけばよいか、またはどのような授業を設計する必要があるのかということを以下記載していく。

2) 体積の必要性

体積の必要性は以下のことが挙げられる。

①異なったもの（2つ、3つ以上）の数量を比べる。

実生活中には、必ずと言っていい程体積を持つ立体が用いられ、存在している。それは、体積が大きいものや小さいもの、形は様々ではあるが、どれもが目的に合った立体が選び出され、用いられている。つまり、見積りや概数などがどんな目的で用いられるかを明確にし、結果や方法をおおまかにとらえ見通しをもつことで、解決の見通しをもつことができ、大きな誤りを防ぐことができる。そのためには二つの数量を合わせた大きさを求める場合（加法性）、はじめにある数量の大きさから、取り去ったり減少したりしたときの残りの大きさを求める場合（求残）、二つの数量の差を求める場合（求差）が重要になってくる。

②今後の役立てとなる。

数学というものはだんだんと進歩してきた。そのどれもが、以前のものを含みながら生まれ続けている。動揺に体積という概念も長さ、面積を含んで考えられている。よって、体積自身も今後用いられていき、様々なことへの土台となる可能性がある。

2. 数学史

体積という言葉が数学史に出てきたのはエウクレイデースの「原論」からである。「原論」は全13巻からなり、体積についてはその第12巻に言及されている。「原論」の内容に特徴的なのは、冒頭に定義、公準、公理を配置し、そこから導き出される命題を順に並べるという、「公理主義的」スタイルをとっていることであるが、定義以外に公準、公理があるのはじつは第1巻だけで、第12巻にいたっては定義さえ欠いている。第12巻では命題で構成されており、以下のようなになる。

- 命題1 円で内接した相似な多角形は、お互いに直径の上の正方形に比例する。
- 命題2 円はそれらの直径の上の正方形と比例する。
- 命題3 三角形の底辺を持っているすべての角錐は、等しく、そしてお互いに、全体に対しても類似である。そして三角形の底辺を持っている2つの角錐と、そして2つの等しい角柱に分けられる。そして2つの角柱は角錐全体の2分の1より大きい。
- 命題4 もし三角形を底辺とし、同じ高さの2つの円錐があったとする。そして、それぞれが等しく、そしてお互いに類似していて、全体に類似している2つの角錐と2つの等しい円柱に分けられるなら、1つの角錐の底面がもう1つの角錐の底面に対するように、1つの角錐内の角柱の和がもう1つの角柱の和に対する。
- 命題5 三角形を底辺とする同じ高さの角錐は、それらの底面に比例する。
- 命題6 多角形を底面とし、同じ高さの角錐は、それらの底面に比例する。
- 命題7 三角形を底面とする、どんな角柱は、三角形を底面とする互いに等しい3つの角錐に分けられる。
- 命題8 三角形を底面とする相似な角錐は、それらの対応する辺の三乗の比率となる。
- 命題9 三角形を底面とする等しい角錐は、相互に高さに反比例している。そして三角形を底面とする角錐が相互に高さに反比例しているなら、それらは等しい。
- 命題10 どんな円柱でも同じ底面、そして等しい高さを持っている円柱の3分の1となる。
- 命題11 同じ高さの円錐と円柱は、それらの底面に比例する。
- 命題12 相似な円錐と円柱は、お互いの底面にある直径の三乗の比率となる。
- 命題13 もし円柱が、その反対側の平行な平面によって、切られるならば、円柱が円柱に対するように、軸が軸に対する。
- 命題14 等しい底面の上の円錐と円柱はそれらの高さに比例する。
- 命題15 等しい円錐と円柱で底面は相互に高さに比例する。そして底面が相互に高さに反比例しているそれらの円錐と円柱は等しい。
- 命題16 同じ中心をもつ2つの円で大きい円に、等辺であり偶数辺の、より小さい円に接しない多角形を内接させる。
- 命題17 同じ中心を持つ二つの球があり、小さい球の表面に接しない多面体をより大きな

球に内接させる.

命題 18 球はお互いにそれぞれの直径の 3 乗の比率となる.

このように、体積ははじめ数として表されるのではなく、物と物との大きさの比例として扱われていた。その後、体積について触れていたのはアルキメデスの著作「球と円柱について」第 1 巻、第 2 巻で言及されている。ここでアルキメデスは、球の体積は球に外接する円柱の体積の $\frac{2}{3}$ に等しいこと、球の表面積は球の大円の面積の 4 倍に等しいことを示した。

エウクレイデスの原論で体積について言及されてから、ルベーグによってその概念は拡張された。ルベーグは「任意の多面体は体積を持つ；いくつかの平面領域と直角断面が面積をもつような直柱の側面の部分とで限られる有界な立体は、すべて体積を持つ。」とした。さらにルベーグは定義などを明確にし、あらゆる誤解を避けるため計算することの重要性を提言しており、体積を比較ではなく、計算によって導く方法を文書におこした。さらに体積計算の単純化を行った。ただ、そのルベーグの文書に数はほとんど出てこず、文字が多用されていた。

「数学者にとって計算することは推論することであり、子どもにとって計算することは行動することである。」後半部分は教員を目指す私には同感である。子どもは推論より計算を好むものである。

3. 新学習指導要領

新学習指導要領が平成23年から施行される。それに先駆け本年4月から全国の小学校・中学校において、新しい学習指導要領の一部が先行実施された。以下、「量と測定」分野におけるその内容を記載する。

1) 新学習指導要領内容

1. 目標	2. 内容 (B 量と測定)
(1) 整数の性質についての理解を深める。 また、小数の乗法及び除法や分数の加法及び減法の意味についての理解を深め、それらの計算の仕方を考え、用いることができるようにする。	(1) 図形の面積を計算によって求めることができるようにする。 ア 三角形, 平行四辺形, ひし形及び台形の面積の求め方を考えること。
(2) 三角形や平行四辺形などの面積及び直方体などの体積を求めることができるようにする。また、測定値の平均及び異種の二つの量の割合について理解できるようにする。	(2) 体積について単位と測定の意味を理解し、体積を計算によって求めることができるようにする。 ア 体積の単位(立方センチメートル(cm^3), 立方メートル(m^3))について 知ること。 イ 立方体及び直方体の体積の求め方を考えること。
(3) 平面図形についての理解を深めるとともに、角柱などの立体図形について理解できるようにする。	(3) 量の大きさの測定値について理解できるようにする。 ア 測定値の平均について知ること。
(4) 数量の関係を考察するとともに、百分率や円グラフなどを用いて資料の特徴を調べることができるようにする。	(4) 異種の二つの量の割合としてとらえられる数量について、その比べ方や表し方を理解できるようにする。 ア 単位量当たりの大きさについて知ること。

2) 新学習指導要領分析・考察

新学習指導要領では、体積の単元が第6学年から角柱と円柱を残して、第5学年へと移行する。その他以前のものとは大幅に変化があったものはないが、基礎・基本を確実に身に付け、児童自身が主体的に判断し・行動し、よりよく問題を解決する資質や能力を養わせることを強調しているように思える。その理由としては算数だけに限らず、文科省が近年強調している「生きる力」ということが関わっているのではないだろうか。

また、次のことが新学習指導要領解説では記載されている。「児童はこれまでに「長さ」や「面積」などの量についての測定の意味や普遍単位の必要性を把握している。第4学年までは、主として、液体などの体積を、単位の大きさをもとにして測ることについて理解してきている。第5学年では、立体の体積も、面積などと同じように、単位の大きさを決めるとその幾つ分として数値化してとらえることができるなど、立体の体積についてその単位や測定の意味を理解し、体積を求めることができるようすることを主なねらいとする。また、長方形などの面積の求め方と同じように、直方体や立方体の体積も、体積そのものを測る道具を用いて測定するのではなく、図形を決定付ける辺の長さの測定を基に計算で求めることができるようになる。」（学習指導要領より）

このように既習事項と絡ませながら学習していくことで、それら体積を持つ立体というものと自身に関わりながら生活をしているということをつなげてより実生活での合理的な営みを支える数学的な考え方を養わせようとしていると思える。つまり、このことが「生きる力」に結びつくと思えた。

指導案を作成していくにあたって、以上のことを加味していきながら、体積の意味や必要性を認識できる活動を取り入れることにする。

4. 教科書分析

教科書を比較・分析した。教科書を比較・分析することで、課題と意図を明確にすることとした。

1) 教科書の流れ

1. まず、2つのもの（例えば2グループに積まれている荷物やみかんと寒天など）の大きさを比較している。
2. どの書籍も大きさを求める時の指導の流れは、1辺が1cmの積み木を実際に積み上げ視覚化し量感を与えてから、その後1辺が1cmの立方体を用いて考えていく。つまり1辺が1cmの立方体が何個分かで大きさを理解させようとしている。
3. 立体が、1辺1cmの立方体で区切られている時には各辺が与えられていない。このことから、このような時には計算をさせるのが主ではなく、量感を育てようとしていると考える。また、逆の場合もある。
4. 同じ体積でも立体の形が変わることを、生徒に分かってもらうようにしている。
5. 公式を定着させるために、長さと面積のことを振り返りながら学習させている。
6. 体積の前単元は立体を扱っており（啓林館以外）、体積を教える上でイメージしやすい構成になっているように思えた。
7. 前単元で学習した立体の展開図を復習として出し、少し発展的に体積を求めている。

2) 4月23日提出分

①体積の定義

学校図書・・・かたまりの大きさを、数で表したもの。

学校図書以外・・・もののかさのこと。

→体積とは「立体の大きさを測定して量を数値化したもの」という表現は学校図書だけであった。

②教科書分析

1. 2つのものの大きさを比較する。
2. 1辺が1cmの積み木を実際に積み上げ視覚化し、量感を与えた後、1辺が1cmの立方体に置き換え、それが何個分かで体積を表す。
3. 立体が1辺1cmで区切られている時には各辺が与えられていない。この時は計算をさせるのが主ではなく、量感を育てようとしている。（間接測定）
4. 同じ体積でも立体の形が変化することをおさえる。
5. 公式を定着させるために、長さと面積のことを振り返りながら公式を学習させている。

6. 体積の前単元は立体を扱っており（啓林館以外）、体積を教える上でイメージしやすい構成になっているように思えた。
7. 立体の展開図から体積を導く

③課題点

- 1.なぜ直接測定から間接測定に移行するのか

3) 4月30日提出分

①体積の定義

学校図書・・・かたまりの大きさを、数で表したもの。

学校図書以外：もののかさのこと。

→体積とは「立体の大きさを測定して量を数値化したもの*」という表現は学校図書だけであった。

*量を数値化することで、単位を用いることができる。数で表すだけとは違う。

②課題に対する思案

1. 直接測定で量感を養いたい
2. 直接測定を含んで間接測定が出来上がっている。
3. 直接測定で体積を単位立方体で規定し、何個分または何倍かを知ることで、定義を知らせている。

4) 最終分析

1. 体積の前単元は立体を扱っており（啓林館以外）、既習事項として体積を教える上でイメージしやすい構成になっている。
2. 直接比較・間接比較・任意単位での比較の活動を行うことで普遍単位の必要性に気づかせる。
3. 単位量当たりの大きさを用いて比べるとより能率的に比べられることを理解し、単位量当たりの大きさを用いて比べることができるようにすることをねらいとしている。
4. 長さを、1 cmのいくつ分で表し、面積では、1 辺が 1 cmの正方形を敷き詰めていき、その個数で面積を表すことから類推して、体積でももともとなる単位のいくつ分として表すことができれば、便利であることに気づき、体積の単位を考えていくことができる（定義を知らせている）。量感・・・「見積もる」「実測する」活動⇔ 1 cm の正しい量感を立方体の積み木を用いて実感する。
5. 求積公式をまとめている。乗法で求めるとき、面積の求積公式と関連づけている。生活に生かそうとする段階である。

5. 単元構成

1) 系統表 (図形に関して)

<一年生>

- ① 具体物を用いた活動などを通して、量とその測定についての理解の基礎となる経験を重ね、量の大きさについての感覚を豊かにする。
- ② 具体物を用いた活動などを通して、図形についての理解の基礎となる経験を重ね、図形についての感覚を豊かにする。

<一年生>

- ・ 平面図形の抽出・構成
- ・ 立体図形の分類・構成

<二年生>

- ① ものの長さを比較することなどの活動を通して、量とその測定についての理解の基礎となる経験を豊かにする。
 - ア 長さを直接比べること。
 - イ 身近にあるものの長さを単位として、その幾つ分かで長さを比べること。
- ② 身近な立体についての観察や構成などの活動を通して、図形についての理解の基礎となる経験を豊かにする。
 - ア ものの形を認めたり、形の特徴をとらえたりすること。
前後、左右、上下などの方向や位置に関する言葉を正しく用いて、ものの位置を言い表すこと。

<二年生>

- ・ 直線
- ・ 三角形・四角形
- ・ 正方形、長方形、直角三角形 (辺、頂点、直角)
- ・ 立体図形の構成要素 (辺、面、頂点)

<三年生>

- ① 長さ、かさ、重さについて理解し、簡単な場合について、それらの測定ができるようにする。
 - ア 長さの単位（キロメートル(km)）について知ること.
 - イ かさ、重さについて単位と測定の意味を理解すること.
 - ウ かさの単位（リットル(l)）について知ること.
 - エ 重さの単位（グラム(g)）について知ること.

- ② 長さなどについて、およその見当をつけたり、目的に応じて単位や計器を適切に選んで測定したりできるようにする.

- ③ 時間について理解できるようにする。
 - ア 日、時、分及び秒について知り、それらの関係を理解すること.
 - イ 簡単な場合について、必要な時刻や時間を求めること.

- ④ ものの形についての観察や構成などの活動を通して、基本的な図形について理解できるようにする。
 - ア 箱の形をしたものを観察したり作ったりすることを通して、図形を構成する要素について知ること.
 - イ 図形を構成する要素に着目して、正方形、長方形、直角三角形について知り、それらをかいたり、作ったり、平面上で敷き詰めたりすること.



<三年生>

- ・角
- ・二等辺三角形，正三角形
- ・円，直径，半径
- ・球

<四年生>

- ① 面積の意味について理解し、簡単な場合について、面積を求めることができるようにする。
 - ア 面積について単位と測定の意味を理解すること.
 - イ 面積の単位（平方センチメートル）について知ること.
 - ウ 正方形及び長方形の面積の求め方を考え、それらを用いること.

- ② 角の大きさについて理解し、それを測定することができるようにする。
 - ア 角の大きさを回転の大きさとしてとらえ、その単位と測定の意味について理解す

ること.

イ 角の大きさの単位 (度(°)) について知ること.

① 図形についての観察や構成などの活動を通して, 基本的な図形についての理解を深める.

ア 図形を構成する要素に着目して, 二等辺三角形, 正三角形について知り, それらをかいたり, 作ったり, 平面上で敷き詰めたりすること.

イ 基本的な図形と関連して角について知ること.

ウ 円について中心, 直径及び半径を知り, 円をかいたり作ったりすること

② 面積の意味について理解し, 簡単な場合について, 面積を求めることができるようにする.

ア 面積について単位と測定の意味を理解すること.

イ 面積の単位 (平方センチメートル) について知ること.

ウ 正方形及び長方形の面積の求め方を考え, それらを用いること.

③ 角の大きさについて理解し, それを測定することができるようにする.

ア 角の大きさを回転の大きさとしてとらえ, その単位と測定の意味について理解すること.

イ 角の大きさの単位 (度(°)) について知ること.

① 図形についての観察や構成などの活動を通して, 基本的な図形についての理解を深める.

ア 図形を構成する要素に着目して, 二等辺三角形, 正三角形について知り, それらをかいたり, 作ったり, 平面上で敷き詰めたりすること.

イ 基本的な図形と関連して角について知ること.

ウ 円について中心, 直径及び半径を知り, 円をかいたり作ったりすること. また, 円に関連して球についても直径などを知ること. また, 円に関連して球についても直径などを知ること.



<四年生>

- ・直線の垂直・平行
- ・平行四辺形・台形・ひし形
- ・対角線
- ・正方形, 長方形の面積
- ・立方体, 直方体

- ・面・辺の垂直・平行
- ・見取図・展開図
- ・平面や空間の位置の表し方

<五年生>

① 基本的な平面図形の面積が計算で求められることの理解を深め、面積を求めることができるようにする。

ア 三角形及び平行四辺形の面積の求め方を考え、それらを用いること。

イ 円の面積の求め方を考え、それを用いること。

① 図形についての観察や構成などの活動を通して、基本的な平面図形についての理解を一層深めるとともに、図形の構成要素及びそれらの位置関係に着目して考察できるようにする。

ア 直線の平行や垂直の関係について理解すること。

イ 平行四辺形，台形，ひし形について知り，それらをかいたり，作ったり，平面上で敷き詰めたりすること。

ウ 基本的な図形の簡単な性質を見だし，それを用いて図形を調べたり構成したりすること。

エ 円周率の意味について理解すること。



<五年生>

- ・多角形，正多角形
- ・三角形・平行四辺形・台形
- ・ひし形の面積
- ・図形の合同
- ・内角の和
- ・円周率
- ・角柱，円柱

<六年生>

- ① 身近にある図形について、その概形をとらえ、およその面積などを求めることができるようにする。
 - ② 体積の意味について理解し、簡単な場合について、体積を求めることができるようにする。
 - ア 体積について単位と測定の意味を理解すること。
 - イ 体積の単位（立方センチメートル）について知ること。
 - ウ 立方体及び直方体の体積の求め方を考え、それらを用いること。
 - ③ 異種の二つの量の割合としてとらえられる数量について、その比べ方や表し方を理解し、それを用いることができるようにする。
 - ア 単位量当たりの考えなどを用いること。
 - イ 速さの意味及び表し方について理解するとともに、速さの求め方を考え、それを求めること。
-
- ① 図形についての観察や構成などの活動を通して、基本的な立体図形についての理解を深めるとともに、図形の構成要素及びそれらの位置関係に着目して考察ができるようにする。
 - ア 立方体及び直方体について理解すること。
 - イ 直方体に関連して、直線や平面の平行及び垂直の関係について理解すること。
 - ウ 三角柱、四角柱などの角柱及び円柱について知ること。



<六年生>

- ・角柱・円柱の体積
- ・円の面積
- ・拡大図と縮図
- ・対称な図形

2) 単元指導計画 (全7時間)

時間	ねらいと学習活動
1 本時	【大きさ比べをしよう】 ・立体の大きさを数値化する. ・体積の加法性について理解する. ・普遍単位の必要性を認識する.
2 (本時)	【体積の公式を導こう】 ・立体の大きさを, 普遍単位を用いて数値化できる. ・公式を用いて体積が求められる.
3	【同じ体積でも形が違う立体について考えよう】 ・同じ体積でも形が違うものがあることを理解できる.
4	【単位の違う体積について考えてみよう】 ・単位変換をおこない体積を求めることができる.
5	【体積の求め方を工夫してみよう①】 ・L字型などの立体の体積の求め方を, L字型などの面積の求め方をもとに考えることができる.
6	【体積の求め方を工夫してみよう②】 ・身のまわりのもののおよその形を考えて, その面積を求められる.
7	【確認してみよう】

*留意点

量の単位や測定の意味を指導する上で大切なことは, まず, 直接あるいは間接的に大きさを比べたりする活動を通して, その量についての理解を深めていくことである. さらに, 測定する際に, 何か基準になるものを決めて, それが幾つ分あるかによって, その大きさが決まることを理解できるようにすることである. なお, このような活動を通して, 一つの量が, 全体の量の大きさを変えないで二つ以上に分けられることや, 分けた量を合わせてもとの大きさにもどすことができるということについても理解できるようにしていく.

長さ・面積の比較についても, 重ねて比べられる場合は, 重ねることによって一方が他方に完全に含まれるならば, 比べることができる. 体積は, 長さや面積に比べてとらえにくい場合がある. しかし, 例えば, 大きな箱の中に小さな箱を入れることができれば, 二つの箱の体積を直接に比べることができる. →任意単位の必要性

3) 指導案作成の経緯

①2009年6月18日提出分

1. 指導時間の決定

前回の講義において指導時間を考えてくるように言われていた。そこで私たちA班では、単元設定の理由でも記載した通り「体積」の分野では、立体を視覚化しやすく計算ができなかったこともあり、公式を導くまでを扱っていた第2時を今回採用することとした。

2. 6月18日での課題点

本時は2時であるが、第2時を検討するためには第1時でどんな内容を取り扱い、導入をしているかを知ることが、第2時では重要であるという指導を受けた。そこで、次回までの課題として、第1時でのおおきさ比べがそもそも何のために比べるのかを考えてくること。そこでは、「なぜ、自分は比べないといけないか。」そう思わせる必要性を児童に生ませるすべを考察してくること。子どもと一緒に問題場面を作り、子ども自身が自分の問いとして捕らえるにはどう展開すればいいのだろうということを考えてくることが課題となった。

また、問題場面の設定において、「できるだけ簡単な方法で求めよう」に、観点を与える必要があり、具体的に子どもにどんな活動をしてほしいのか、A, B, Cの自力解決を考えてくるということも次回までの課題とした。

②2009年7月16日提出分

前回の課題にともない、第1時のおおまかな指導過程を作っていた。

第1時 大きさ比べをしよう

1. 目標

- 1) なぜ体積は必要か理解する。
- 2) 体積の加法性について理解する。
- 3) 単位立方体を使って体積を求められる。

2. 指導過程

おおきさ比べ

① 3つのもの(辺が与えられていない)を提示して、どちらがどれだけ大きいかを問う。

- ・言葉では言わずに、自ずと体積というものに注目させたい。

- ・既習事項や経験を使って求めさせる。

期待する生徒の行動：個人に3つの立体をくばり、どの立体が一番大きいかを比較してもらい、結果とその理由を文にまとめてもらう。教師は自由に考えさせるという体でただ見ているのではなく、机間指導しながら生徒の考えを広げられる支援を行う。たとえば・生徒は比較することが初めてではない。今までの学習で比較するときには何が必要だったかを思い出しながら取り組んでもらう。

- ・3つのものででっばっているところを切り、差を求める

- ・2つのものを比べ足りない部分を補い求める。

└─▶ 体積の加法性を理解させる。

次に、比べるためには基準(単位)が必要であることを共有する。

② 立体ではどんな単位が必要かを考える。

③ 生徒に(グループに)単位立法を配り、それを使用してさっきと同じ作業をしてもらう。

その作業の中で、立体を数値化して大きさを比較するときには単位立方がいくつ分かを調べるのが一番正確な方法だと気付いてもらう。

3. 第2時の指導過程

1) 問題提示

支援1 思考を深める支援,

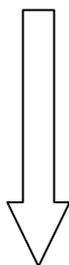
支援2 具体的な行動を促す支援

【問題の提示】 この牛乳パックの体積を求めよう

【自力解決C】 単位立方体を使って求める。(直接測定)

前時に学んだ方法で、単位立方体を牛乳パックと同じ形に並べ、その個数から体積を求められる。何個使用したかを考える。

よって、体積の解は 200 cm^3



支1 全部並べて牛乳パックの形を作らなくても、考えられないか。

支2 1辺に単位立方体は何個並ぶかな。

【自力解決B1】

1辺が 1 cm^3 の立方体を牛乳パックの辺にそって置く。

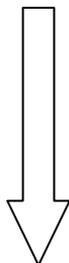
体積 = 立方体の縦の数 × 横の数 × 段数

よって、体積の解は 200 cm^3

【自力解決B2】 牛乳パックに単位立方体の目盛りを書く。

牛乳パックに単位立方体と同じ大きさの 1 cm 角の升目を書いていきめるか。

よって、体積の解は 200 cm^3



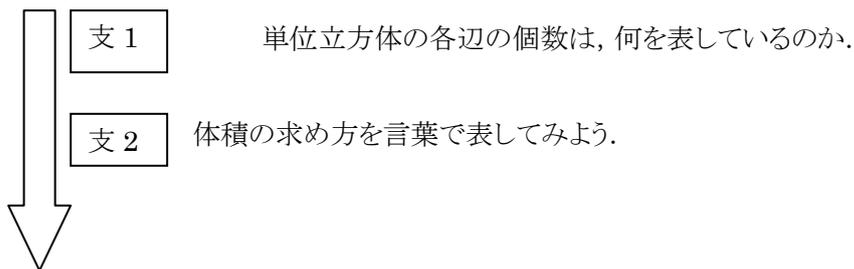
支1 面積を求める場合と同様な考え方で体積も求められないか。

支2 単位立方体を使わなくても、体積を求められないか。(もっと簡単な方法ではないだろうか。)

【自力解決A】 辺の長さを図り、縦横高さの3要素を掛けもとめる。(間接測定)

たて × よこ × 高さ = 200

よって、体積の解は 200 cm^3



【自力解決A'】体積の公式を言葉で表現する.

単位立方体の縦に並ぶ数×横に並ぶ数×段数で求められる. (B1)

つまり, (B1+A)

体積の公式は3つの辺(A)である縦×横×高さで求められる.

【集団解決】辺の長さを図り, 縦横高さの3要素を掛け求める.

○どうやって牛乳パックの体積を求めましたか.

【C】単位立方体を牛乳パックと同じ形に並べ, その個数から体積を求められる.

よって体積の解は 200 cm³

○立方体を全部並べなくても求められる方法はないだろうか.

【B】1辺が 1 cm³の立方体を牛乳パックの辺にそって置く.

体積=立方体の縦の数×横の数×段数

よって, 体積の解は 200 cm³

○立方体を並べなくても求められないか

【A】

縦が単位立方体 個で cm, 横が 個で cm

よって面積は cm²

そこに単位立方体 個で高さが cmあるので,

$$cm \times cm \times cm = cm^3$$

よって, 体積は 200 cm³

○体積の公式を言葉に直してみよう.

単位立方体の縦に並ぶ数×横に並ぶ数×段数で求められる. (B1)

つまり, (B1+A)

体積の公式は3つの辺(A)である縦×横×高さで求められる.

4. 7月16日での課題点

第2時を指導していくためには、第1時でどのような内容を扱っているかを具体的に
する必要があるという指導を受けた。よって、第1時の具体的内容も知るために、問題
提示も次から作っていくようにした。

③2009年7月23日提出分

第1時 大きさ比べをしよう

1. 目標

- 1) 立体を数値化する。(比べるためには数値化が必要だから)
- 2) 体積の加法性について理解する。(2時の最後にも可能)
- 3) 共通単位の必要性を認識する。(任意単位の延長線上)

2. 本時の指導過程

1) 問題提示

支援1

思考を深める支援,

支援2

具体的な行動を促す支援

【問題提示】 2つの立体の大きさを比べて、どちらがどれだけ大きいでしょう。

【自力解決C】 立体の辺の長さを測定して比較しようとする。

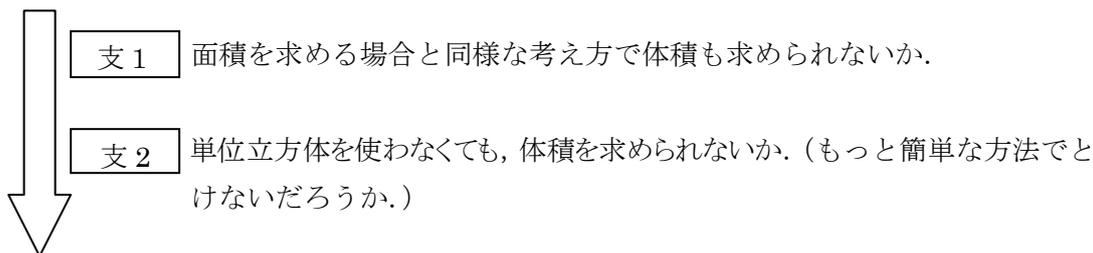
支1 2つの立体に共通部分を作り出せないだろうか。

支2 測定した数値を書き出してみよう。

【自力解決B1】 2つの立体の並べ、面積をみて比べようとする。

【自力解決B2】 牛乳パックに単位立法の目盛りを書く。

牛乳パックに単位立法と同じ大きさの1cm角の升目を書いていきめ
るか。 よって体積の解は200cm³



【自力解決A】導き出した共通部分が各立体の中にいくつ含まれているかで、求めようとする。任意単位で求める。

3. 第1時の流れ

まず、大きさの違う立体を2つ生徒に提示する。2つの立体は無地であり、この立体はどちらがどれだけ大きいかを発問する(測定方法は問わない)。2つの立体A,Bは明らかにBの方が大きい。それについては一目でわかる。ただし、立体には共通する部分がなく、単純な比較では測れなくなっている(面積や長さなど、既習事項では測れない)。

二つの立体には任意単位が存在しており、その部分を使用して測定が可能である。そのことに気づいた生徒の自力解決をAとしたい。

自力解決B:2つの立体の並べ、面積をみて比べようとする。

この2つの方法では体積を図ることはできない。面積で一致する部分はなく、高さでも広さでも共通部分がない立体同士ではそのままでは測定できないことに気づかせる。

支援1:立体に共通部分を作り出せないだろうか。

支援2:測定した数値を書き出してみよう。

この支援によって、生徒はノートに立体の各要素を数値化して書き出し、高さ、広さとも同じ数値を分割して考えることができると気づく。そこから共通部分を導き出す。この考え方から、体積の加法性に気づかせたい。

自力解決A:導き出した共通部分が各立体の中にいくつ含まれているかで、求めようとする。

共通部分に気づき、長さ広さからいくつ入るか考え、答えを導く。

よって答えはBが〇つ分大きい。

自力解決Aまでを集団討論のなかでクラス全員に共通理解させる。そこまでいったら用意していたもうひとつの立体Cを配る。今度は3つの立体をつかってどれがどれだけ大きいかを測定す

る。先ほどと同様、大きさは見た目だけで判断できるが、どの立体がどれだけ大きいかは数値化しないとわからないようになっている。この立体Cにも共通単位が存在する。ただし、共通単位はBとCにだけ共通するものと、AとCにだけ共通するものしか存在しない。3つの立体に共通する単位はなく、正確な数値化ができなくなっている。

先ほどと同じ流れでAとB, BとC, CとAを共通単位で比較する。その後集団討論に入り、3つの立体の体積を測るためにはどうしたらよいかを話し合う。そして共通単位、それも3つの立体だけでなく、すべての立体に応用できる共通単位はどんなものかを考え、2時へとつなげていく。

第2次 牛乳パックの体積を求めよう ～できるだけ簡単な方法で求めよう～

1. 目標

- 1) なぜ直接測定から間接測定に移行するかを理解する。
- 2) 体積の公式を理解できる。(3辺さえ分かれば手際よく体積が求められる。)
- 3) 単位立方体を使って体積を求められる。

2. 本時の指導過程

支援1 思考を深める支援,

支援2 具体的な行動を促す支援

- 1) 前時の最後に投げかけた基準単位である 1 cm^3 の単位立方体を説明する。また、量感を養うために全員に単位立方体を配る。

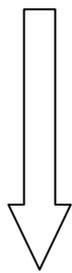
2) 問題提示

【問題の提示】 この牛乳パックの体積を 1 cm^3 の単位立方体を用いて求めよう。

【自力解決C】 全部並べる。

牛乳パックの中に立法体を全部並べて求める。

よって体積は 200 cm^3



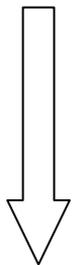
- 支 1 全部並べて牛乳パックの形を作らなくても、考えられないか.
- 支 2 1 辺に単位立方体は何個並ぶかな.

【自力解決B】

1 辺が 1 cm^3 の立方体を牛乳パックの辺にそって置く.

体積 = 立方体の縦の数 \times 横の数 \times 段数

よって、体積の解は 200 cm^3



- 支 1 面積を求める場合と同様な考え方で体積も求められないか.
- 支 2 単位立方体を使わなくても、体積を求められないか. (もっと簡単な方法でとけないだろうか.)

【自力解決A】 辺の長さを図り、縦横高さの3要素を掛け求める. (前提として、頭の中で単位立方体が並んでいることを理解している.)

縦が 10 cm , 横が 10 cm , で面積が 100 cm^2

高さが 2 cm あるので, $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} = 200 \text{ cm}^3$

よって、体積は 200 cm^3



- 支 1 単位立方体の各辺の個数は、何を表しているのか.
- 支 2 体積の求め方を言葉で表してみよう.

【自力解決A'】 体積の公式を言葉で表現する.

単位立方体の縦に並ぶ数 \times 横に並ぶ数 \times 段数で求められる. (B)

つまり, (B+A)

体積の公式は3つの辺(A)である縦 \times 横 \times 高さで求められる.

【集団解決】辺の長さを図り，縦横高さの3要素を掛け求める．

○どうやって牛乳パックの体積を求めましたか．

【C】単位立方体を牛乳パックと同じ形に並べ，その個数から体積を求められる．

よって体積の解は 200 cm^3

○立方体を全部並べなくても求められる方法はないだろうか．

【B】1辺が 1 cm^3 の立方体を牛乳パックの辺にそって置く．

体積＝立方体の縦の数×横の数×段数

よって，体積の解は 200 cm^3

○立方体を並べなくても求められないか

【A】

縦が単位立方体 5 個で 5 cm ，横が 4 個で 4 cm

よって面積は 20 cm^2

そこに単位立方体 10 個で高さが 10 cm あるので，

$5\text{ cm} \times 4\text{ cm} \times 10\text{ cm} = 200\text{ cm}^3$

よって，体積は 200 cm^3

○体積の公式を言葉に直してみよう．

単位立方体の縦に並ぶ数×横に並ぶ数×段数で求められる．(B)

つまり，(B+A)

体積の公式は3つの辺(A)である縦×横×高さで求められる．

3) 備考

- ・1時でやった残り2つの立方体を提示して体積をもとめさせる．
- ・公式や任意単位に基準単位が何個分入るか等によって求める．

3. 7月23日での課題

2つの立体ではなくて，はじめから3つの立体を提示する．そうすることでどちらがどれだけ大きいのか順序づけることができる．その立体から共通単位を見つけさせ，求めさせる．その後もうひとつ立体を用意し，いつも変わらない単位（普遍単位）の必要性を生ませてはどうか？

2時は牛乳パックでは始める必要はない．前時に続けて同じ立体を用いたほうが子どもに分かりやすいし，授業につながりができる．子どもが考えたプロセスを整理した結果が公式に繋がるように集団討論は展開するべき．

④2009年7月30日（最終提出分）

第1時 大きさ比べをしよう

1. 目標

- 1) 立体の大きさを数値化する（任意単位によって）.
- 2) 体積の加法性について理解する.
- 3) 普遍単位の必要性を認識する.

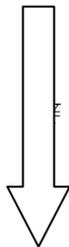
2. 本時の指導過程

支援1 思考を深める支援,

支援2 具体的な行動を促す支援

【問題提示】3つの立体の大きさを比べよう. またそれらの立体の大きさがどれだけ違うか数値としてあらわそう.

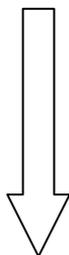
【自力解決C】3つの立体の大小関係を求められる.



支1 2つの立体に着目して法則を見つけよう.

支2 2つの立体を比べはみ出している部分で線を引こう.

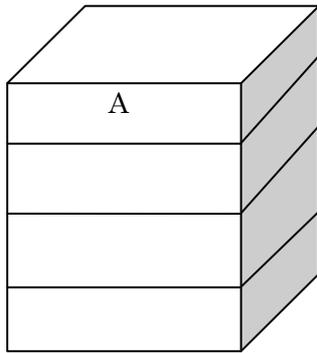
【自力解決B】2つの立体の共通する任意単位をみつけられる.



支1 3つの立体を比べるにはどうしたらよいかな.

支2 3つの立体が比べられる単位を見つけ出そう.

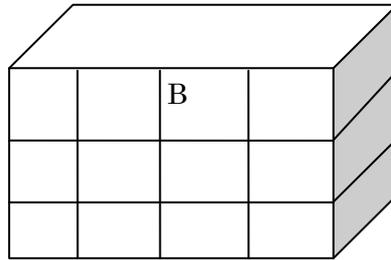
【自力解決A】3つの立体に共通する任意単位を見つけ、どれがどれだけ大きいかな数値を用いて表現できる.



8

160cm^3

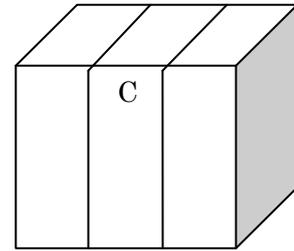
:



12

240cm^3

:



9

180cm^3

【集団解決】

【問題提示】 3つの立体の大きさを比べよう。またそれらの立体の大きさがどれだけ違うか表そう。

【自力解決C】 何かものを使って3つの立体を測ろうとする。

○ 2つの立体の違いは

○ 2つの立体を比べはみ出している部分で線を引こう。

【自力解決B】 2つの立体に共通する単位をみつけられる。

3つの立体を比べるにはどうしたらよいか。

3つの立体が比べられる単位を見つけ出そう。

【自力解決A】 3つの立体に共通する任意単位を見つけ、どれがどれだけ大きい数値

4つ目の立体を投入

普遍単位の必要性

用意していたもうひとつの立体Dを配る。今度は4つの立体をつかってどれがどれだけ大きいかを測定する。この立体Dにも共通単位が存在するが、もっと第2時へとつなげていく。普遍単位である 1cm^3 の単位立方体を説明する。また、量感を養うために全員に 1cm^3 の単位立方体を配る。

第2時 牛乳パックの体積を求めよう ～できるだけ簡単な方法で求めよう～

1. 目標

- 1) 立体の大きさを，普遍単位を用いて数値化できる.
- 2) 公式を用いて体積が求められる.

2. 本時の指導過程

支援1 思考を深める支援,

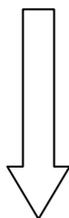
支援2 具体的な行動を促す支援

1) 問題提示1

【問題の提示】 前時の4つの立体の体積を求めよう.

【自力解決B】

立体の中に単位立方体を並べていく過程で，単位立方体を立体の辺にそって置く.
体積＝単位立方体の縦の数×横の数×段数という考え方.



支1 面積を求める場合と同様な考え方で体積も求められないか.

支2 単位立方体を使わなくても，体積を求められないか.

【自力解決A】 辺の長さを図り，縦横高さの3要素を掛け求める。(前提として，頭の中で単位立方体が並んでいることを理解している.)



支1 立体の各辺の数値は，何を表しているのか.

支2 体積の求め方を言葉で表してみよう.

【自力解決A'】 体積の公式を言葉で表現する.

体積の公式は3つの辺(A)である縦×横×高さで求められる.

【集団解決】辺の長さを図り，縦横高さの3要素を掛け求める。

【自力解決B】単位立方体を立体の辺にそって置く。

体積＝立方体の縦の数×横の数×段数

○面積を求める場合と同様な考え方で体積も求められないか。

○単位立方体を並べなくても求められないか

【自力解決A】

辺の長さを図り，縦横高さの3要素を掛け求める。（前提として，頭の中で単位立方体が並んでいることを理解している。）

○立体の各辺の数値は，何を表しているのか。

○体積の公式を言葉に直してみよう。

【自力解決A'】

単位立方体の縦に並ぶ数×横に並ぶ数×段数で求められる。

つまり，体積の公式は3つの辺(A)である縦×横×高さで求められる。

2)問題提示2

【問題の提示】前時の立体をいろいろな方法で体積を求めよう。

①1時で使用した任意単位の体積を，公式をつかって求め，それを各立体の体積比にかけて体積を求める。

任意単位は $2 \times 2 \times 5 = 20$

立体Aは $20 \times 8 = 160$ よって 160 cm^3

立体Bは $20 \times 12 = 240$ よって 240 cm^3

立体Cは $20 \times 9 = 180$ よって 180 cm^3

②立体Aの辺の長さはB,Cの何倍かを考え，体積にかける。

立体Aから立体Bに辺の長さを変えるとき，縦の長さは $\times 0.75$ になり，横の長さは $\times 2$ になる。よって $160 \times 0.75 \times 2 = 240$

立体Aから立体Cに辺の長さを変えるとき，縦の長さは $\times 0.75$ になり，横の長さは $\times 1.25$ になる。よって $160 \times 0.75 \times 1.25 = 180$

よって立体A = 160 cm^3

立体B = 240 cm^3

立体C = 180 cm^3

6. まとめ：講義を終えての班員の感想

この授業を通して、練り上げることの大切さに気付きました。一人で授業を考えるよりも、何人かで討論し練り上げていくことで、その授業だけでなく意識の面でも向上しました。この授業で扱った教材に愛着を持つことができ、実際に授業をやってみたいと思いました。実際に教職につき現場に出るからは、これほど時間をかけて授業をする機会をもつことはないので、こういった授業を受けてよかったと思います。教職を希望する生徒には必修の授業にするべきだと感じました。自分は今まで早く現場に出てより多く経験をつむことがよい教師になるための一番の近道だと思っていましたが、もっと時間をかけて教科について研究する時間をとってほしいと思います。大学院に進学してあと二年じっくり研究すると、このまま卒業して現場に出るとでは全然違うでしょう。この講義から授業を練り上げ、研究することの大切さと面白さ学び、新たな進路の選択肢が増えました。

田中晋吾

数学の授業をするにあたって大切だと感じたことは、「答えをいわない」ということです。附属中学校3年の数学の授業がとても面白かったです。とにかく先生が最後になるまで答えを言いませんでした。発問だけして、あとは生徒にすべてを任せる。生徒は塾で習ったであろう、効率のよい解き方をつかい問題を解くのですが、生徒たちは「なぜそのようなやり方で解けるのか？」が、誰もわかっていませんでした。公式の理由を生徒自身で考えさせ、答えが出るまでみんなでかわるがわる意見を言い合う。授業中ずっと教室を『葛藤』が満たしており、生徒は考えることが、答えを導くことが楽しそうでした。先生が答えを教えるのは簡単です。しかしそれでは生徒は考えることをしなくなるでしょう。悩んで、発見する。生徒はこれをする中で、学ぶことを楽しむのだと感じました。いかに生徒の心に疑問を生ませるか、これが数学の授業で大切なことのひとつだと考えました。

私は、授業実践を通して児童の実態把握の大切さを学んだ。ねらいを設定するためにも、児童の反応を予想するためにも実態を把握しておかなければならない。私はその児童の実態把握が不十分だったため、その子たちにあったねらいを設定できていなかったように感じる。実習先が小学校の1年生ということで、自分のこと、生活に必要なこと等身近に感じられるものは考えて意見を言うことができるが、生活に必要な感がないものに関しては集中して見ていくことが難しく、活動の展開もそれを考慮してつくっていく必要があった。

また、この学習が今後どのように発展していくのかということも考えて教材を研究していかなければならなかった。私は「なんばんめ」という単元の授業をしたのだが、これが子どもたちの順序を数える基本的な部分になっていくため、つけさせたい数学的な見方を今後のことも考えて検討していく必要があった。

西尾直人

教材研究に関しては、ほとんどしたことがなかったので、初めのうちはどうやって進めたらいいのかわからないことばかりだった。でも講義の中で数学の歴史から始まり、体積の定義などを調べていくうちにこの過程が教材研究なのだと感じてきた。どうすれば、子どもたちが普遍単位に気づくのか、その過程で行われる活動がどのようなものなのか、また直接測定から間接測定に移行する意義やそこでの子どもたちの困難を考えていくことが特に私たちには大きな壁となっていた。歴史などは文献を読むことで情報が得られたのだが、本にも書いてないので、みんなで意見を出し合う中でそのひとつひとつを検討していった。これが本当に大変だった。いきづまって進まないことも多かったが、だからこそ、今ではひとつの授業をつくることができたのが自信となった。まだ、未解決の部分や先生に助けてもらった部分も多くて、不十分なところも多いかもしれない。だけど、今回は教材研究のしかたや、ひとつの授業をつくっていくことの重要性を学んだ。9月にある教育実習にもこの経験が少しでも活かすことができるように頑張りたいと思う。

安井紗笑

私は、この講義を通すことによって算数・数学という分野に、今まで以上に深く関わることができました。この講義に関わる時間を過ごしているときは、本当に算数・数学のことしか考えていませんでした。何より印象に残っていることは講義の毎時間ごとの課題をグループのみんなで懸命に話し合ったこと。そして、その話し合ったことを溝口先生に却下されたことです（言葉は悪いですが・・・笑）。まずは前者。指導案作成にあたっては、“いかによい指導案を作成できるか”、“またその指導案の背景にはしっかりとした児童への支援が見通されてつくられているか”といった、より細かな気遣いが指導案内ではできているかを自身に問いかけていました。その中で自分なりにまとめ上げてグループの話し合いに臨んでも、他の人たちと意見を交わす中で自身の意見が変わること、人の意見を変えられること、そして付け加わった新しいものができあがることもありました。今思えば、その考えていく過程で他の人たちと色々な意見を言い合うということが何より自分にとっていい経験になり、この授業形態のいいところのようにも思えます。次に後者について。自分たちでは精一杯考えていったつもりでも、いざ講義に臨んでみると、自分たちで考えたことが先生に却下されたときはさすがにへコンでしまい、しんどいと感じたこともありました。しかし、その却下（もしくは修正）され、新たに先生から付け加えられた内容は、自分たちでは気付かなかったもので、そのどれもが的確なアドバイスでありました。そしてそれらアドバイスは、私の視野を格段に広げてくれるものであって、凄かったなという印象が残っています。最後に講義を始めた時と終了時の違いは、私の中ではより人とのコミュニケーションがとれるようになったと思います。また、ほんの少しかもしれませんが、数学に関わらず考える視野も広がったように思えます。

松坂大偉