数学学習指導設計Ⅱ
レポート

中学校第三学年　二次関数

2010/02/22

J3　北濱　仁希
大下　仁美
田中　裕之
中川　和哉

目次

１．単元の設定理由と範囲

1.1 単元の範囲

中学２年の二次関数の「導入」　【$y = ax^2$とは】　１時間目

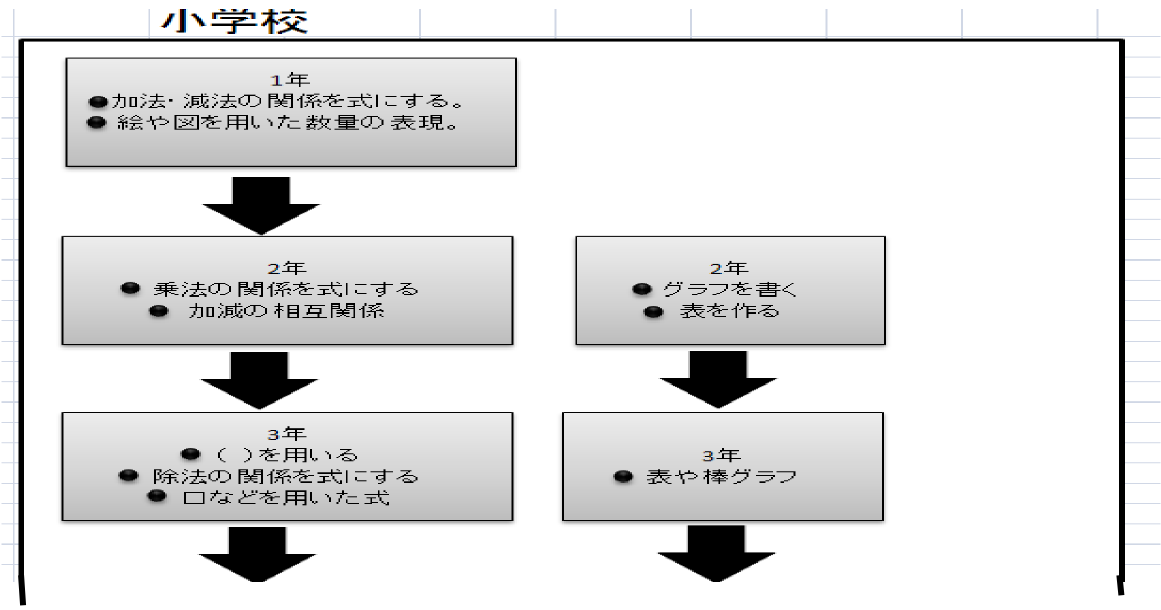
1.2 単元の設定理由

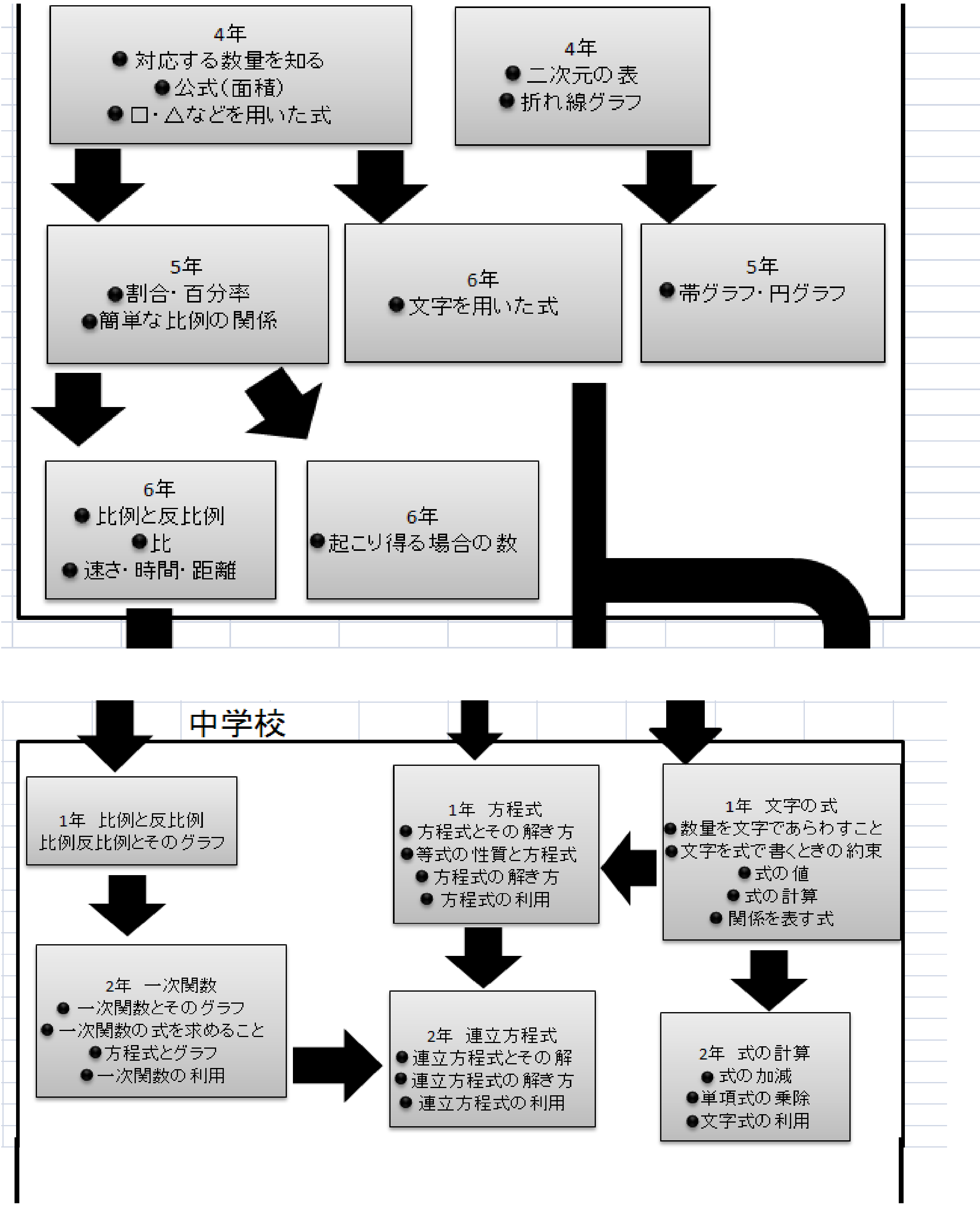
私たちは選定する際にまず、二次関数の①導入、②グラフ、③増減と変域、④利用、に絞った。ここで、小学校にはなかった新しい単元である二次関数を学ぶにあたって最も重要なことは始めの基礎の導入であると考えたから。また、基礎をしっかりかためると後のグラフの増減や二次関数の利用などについての理解がより一層深めることができると考えたから。

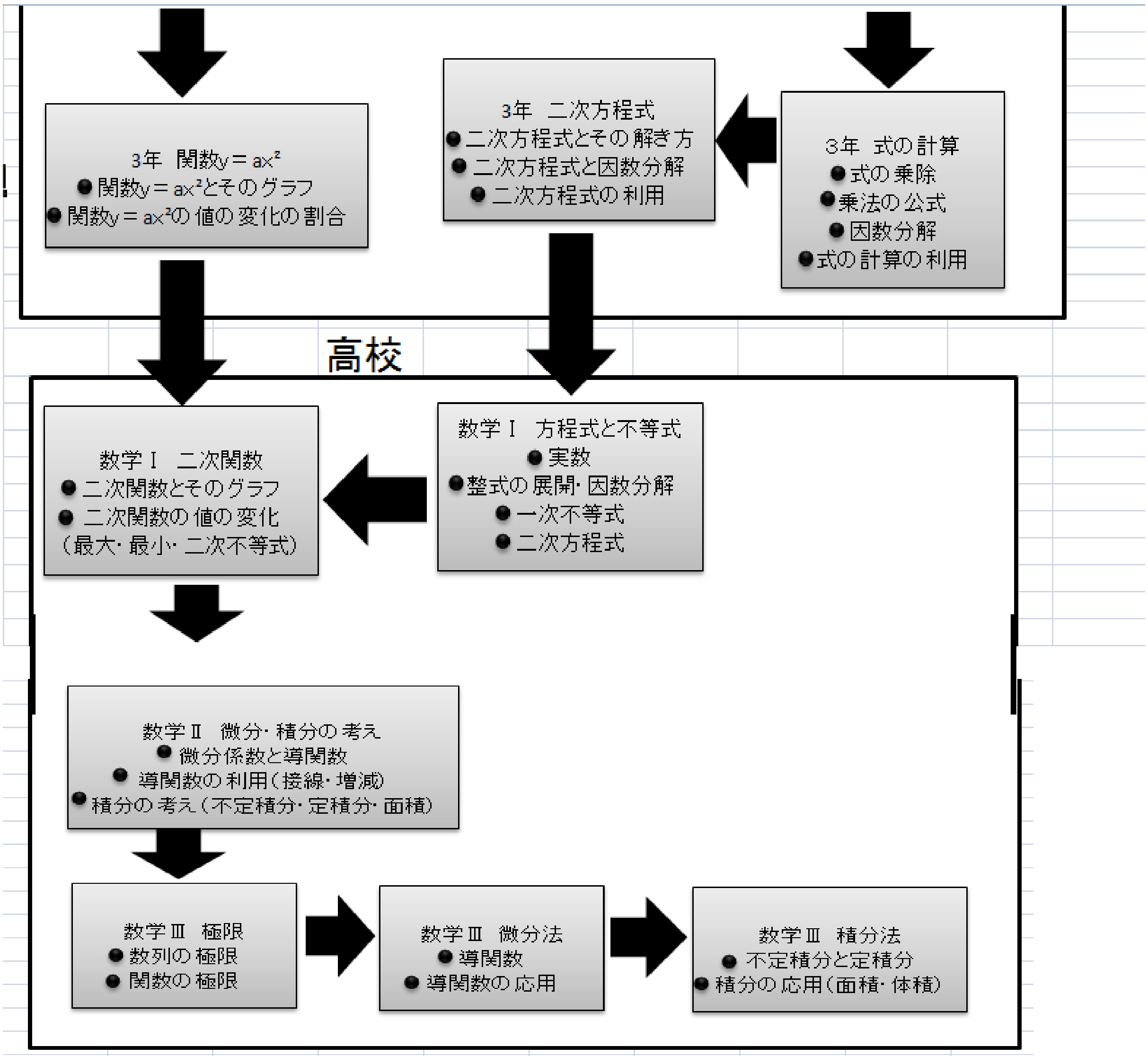
２．教材研究

2.1 関数について

まず授業を作るにあたって、小学校から高校まで関数というものが現在の指導過程では、どのように学ばれているかを考えて系統図（図■）にまとめてみた。




4年
● 対応する数量を知る
●公式(面積)
● □・△などを用いた式
4年
● 二次元の表
● 折れ線グラフ
5年
●割合・百分率
●簡単な比例の関係
6年
●文字を用いた式
5年
●帯グラフ・円グラフ
6年
● 比例と反比例
●比
● 速さ・時間・距離
6年
●起こり得る場合の数
中学校
1年 比例と反比例
比例反比例とそのグラフ
1年 方程式
● 方程式とその解き方
●等式の性質と方程式
● 方程式の解き方
● 方程式の利用
1年 文字の式
●数量を文字であらわすこと
●文字を式で書くときの約束
●式の値
●式の計算
● 関係を表す式
2年 一次関数
● 一次関数とそのグラフ
● 一次関数の式を求めること
●方程式とグラフ
●一次関数の利用
2年 連立方程式
●連立方程式とその解
●連立方程式の解き方
● 連立方程式の利用
2年 式の計算
● 式の加減
●単項式の乗除
●文字式の利用



2.2 系統図について

まだまだ不十分であると思うが、すべてを調べるのは困難であったため今回特に関係がある比例と反比例、一次関数、関数 $y=ax^2$ の三つについて調べてみた。

2.2.1 比例反比例について

　中学の数学で学習する４つの関数の最初の関数、比例。

そして、おまけみたいな関数、反比例。

ですが、文章題ではものすごく重要な単元であり、座標という新たな用語の出現、そして、グラフというみんなが誤解しているものを、初めて習う単元です。

比例は２年生になれば習いますが、１次関数の特殊な形で、原点を通る一定の変化をするものです。

ｘｙ座標を使いますので、ｘとｙの関数とすると、ｘが増えれば、ｙも一定ｎ

割合で増えるかです。
グラフの特徴は、比例が、原点を通る直線。
３年生からは展開、因数分解、平方根、２次方程式、関数$y = ax^2$、三平方の定理など、２次式を扱うこと主であるので、１次関数は１次式の範囲で頂点に立つ内容として位置づけられる。
（ http:/www.iwate-ed.jp/db/db2/sid_data/jh/sugaku/j010003/j010003.pdf#search='2 次関数の特徴' 10 月 29 日 16:00 参照）

2.2.2 一次関数について

中学校で学習する連立方程式は、２元１次方程式２つの組み合わせであり、１学年で学習した１元１次方程式よりも活用場面が増える。すなわち、未知の量をｘ、ｙと２つ用いることで、式の個数は増えるものの、数式化が容易になる。従って、この単元を学習することにより、文字式を一層活用できるようになる。一方、文字を消去し、１元１次方程式に帰着させて解くことは、昨年度の知識を用いるものであり、すでに学習した内容を活用できることを実感させることのできる単元である。
連立方程式の解については、次の単元である１次関数でのグラフによる解放につながっていく。すなわち、代数での処理を幾何の観点からとらえることになり、この単元は、その基礎・基本でもある。
（http:/www.nj.aichi-edu.ac.jp/suugaku/tokeiitijikansuu.pdf 10 月 29 日 16：00 参照）

2.2.3 関数 y=ax について

普通の１次関数のグラフが直線で、点対称になるのに対し、２次関数のグラフは、グニャリと曲がった線対称となります。
また２次関数の大きな特徴として、ｘの値は２乗されているため、絶対値の同じプラスとマイナスの数値（たとえば「-2 と 2、-6 と 6」など）はｙの値が同じになるという性格があります。だからグラフは左右対称になるのです。
１次関数の場合はｘを１回だけかけるので絶対値の同じプラスとマイナスの数値はｙの値がプラスマイナス正反対になると比較してください。
１次関数はｘを１回かけるものなのにたいし、２次関数はｘを２回かけるもの、というのが２次関数の考え方です。
（http:/web.sfc.keio.ac.jp/^t05621tt/2jikansuusetsumei.html 11 月 2 日 15：00 参照）

2.3 ここまでの考察

2.1 と 2.2 のことを踏まえてまとめてみた。

（1）事象と関数

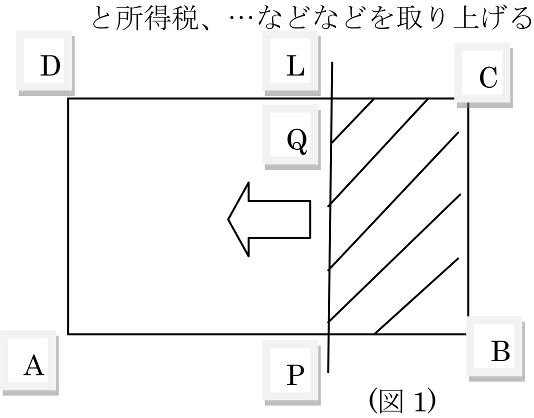
第 1 学では、比例と反比例を中心に具体例を通して扱われる。さらに、第 2 学年では、1 次関数を中心にして扱い関数について理解を深めている。

ここでは$y = ax + b$，$y = \frac{a}{x}$の形で表現できる関数関係のほかにも身近に関数と見なされる事象があることを理解させることが重要である。

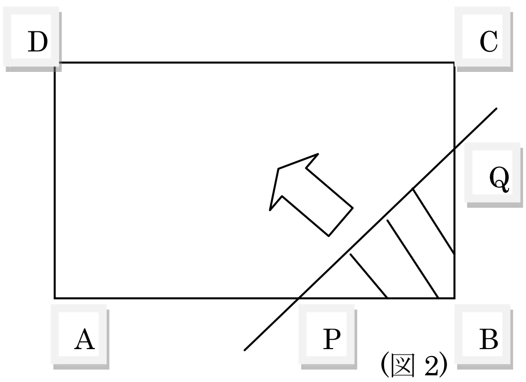
第 1 学年、第 2 学年の学習のうえにたって、より広い角度から関数がとられるようになればよい。そのための代表例として y=ax^{2}を取り上げることになっている。

・いろいろな事象と関数

身のまわりの事象として、小包の重さと料金、タクシーの走行距離と料金、所得と所得税、…などなどを取り上げることができる。



(図 1)



(図 2)

この他にも、例えば図形の計量に関連して上の図の長方形 ABCD 上を(図 1)のように、直lが平行移動するとき、長方形 PBCQ で長さxに伴って変わる量を取り上げることもできる。

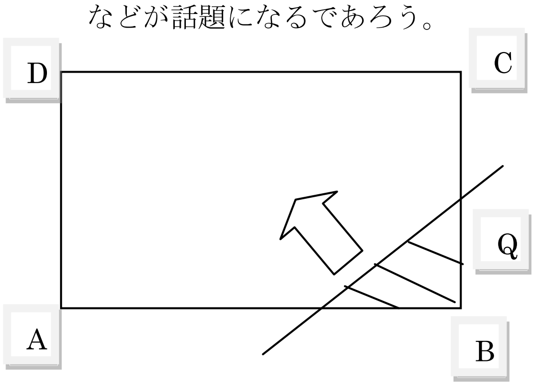
ここでは、

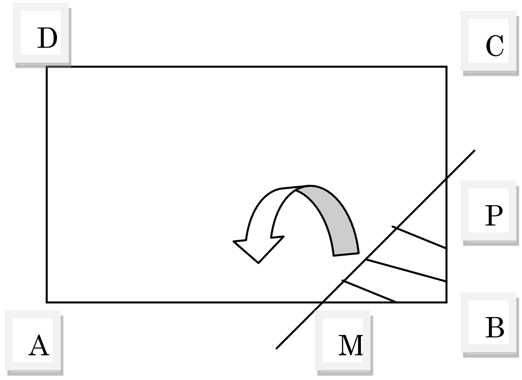
・長方形 PBCQ の周の長さ

・長方形 PBCQ の面積

・対角線 PC の長さ

などが話題になるであろう。





次に、直線lは平行移動するl　BCの条件をはずすてみることにしてみる。(図2)のようにPB=BQとして、点Pを辺BAとAD上を動かすとき点Bかわ動いた距離をxとして考えることもできる。さらに(図3)のように、lとABとの傾きを(図2)とは変えることもできるであろう。一般にPB：BQ＝1：kとすればさらに発展した課題にもなる。ここで、一般の二次関数について扱う目的ではない。ただ、(図 1)で条件をゆるめたり、変えたりすることによって、さまざまの発展課題が生ずることを体験することは、有益であろう。

さらに発展させるとすれば、直線lの回転移動である。(図4)のように点Bを出発して辺BC，CD，DA上を点Pがうごくとすれば比較的扱いやすくなる。回転の中心になる点Mの選び方によって、さらに一般化することもできる。

このようなさまざまな事象の関数を扱う際には、式で表示できることにこだわらない方がよい。また、グラフが簡単にかけるかどうかについても同様である。広い立場で事象の中に関数関係を見出すことができるようにすることが重要である。

（２）比例、反比例

比例、反比例は、小学校と中学校にまたがって取り扱われている。そのため、小学校での指導との関連が不明確になりやすい傾向がある。したがって、中学校における比例、反比例の指導では、小学校における指導内容を明確にとらえ、それとの関連を十分に考慮することが必要である。

小学校学習指導要領には、第６学年の「数量関係」の内容として、比例と反比例に関する事項が、次のように示されている。

伴って変わる二つのそれらの関係を考察する能力を伸ばす。 ア　比例の意味について理解すること。また、簡単な場合について、 　　式やグラフを用いてその特徴を調べること。 イ　反比例の意味について理解すること。また、簡単な場合について、 　　式を用いて表すこと。 ウ　比例関係に着目すると能率的に処理できる事象の多いことを知ること。

上記の「比例の意味」には、次のようなことが含まれている。

（ア）: 二つの数量A,Bがあり、一方の量が２倍、３倍、…と変化するのに伴って、他方の量も、２倍、３倍、…と変化する。

（イ）:（ア）の見方を一般的にして、二つの数量の対応する２組の値をとれば、つねに、一方の数量の割合が他方の数量の割合と等しくなっている。

すなわち、対応する２組の値$(a_1, b_1), (a_2, b_2)$について、

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} \quad \text{または、} \quad a_2 : a_1 = b_2 : b_1$$

が成り立つ。

（ウ）：二つの数量の対応している値の比(商)に着目すると、その値がつねに一定になっている。すなわち、比の値を k とすると、A と B の間には、

$$\frac{B}{A} = k \quad \text{または、} B = k \times A$$

で表せる関係が成り立つ。

前述の(ア)と(イ)は、伴って変わる二つの数量 A、B がとる値の変化に着目したものである。(ウ)は、二つの数量A、B の対応関係を式に表わすことに結びつく。

しかし、小学校では、比例を$B = k \times A$という式で定義するのではなく、あくまでも具体的な事例に即して取り扱われるので、中学校ほど一般的でなく、

比例定数kも具体的な数値の場合に限っている。

反比例についても、比例の場合と同様であるので省略するが、反比例のグラフについては、きわめて軽い取扱いになっている。

以上が、小学校における比例、反比例の取扱いの要点であるが、中学校では、

関数関係としてさらに一般的に取り扱い、比例、反比例の式とグラフの特徴についての理解を一層深めることになる。

（３）一次関数

一次関数は、比例の拡張であり比例関係を発展させたものとみることができる。

一次関数が比例の拡張であるということは、次のような考え方に基づいている。

(ア)一次関数$y = ax + b$で、yはxに比例する量axと一定の量bの和とみることができる。

$b = 0$のとき$y = ax$となり、yはxに比例するから、比例は一次関数の中の特別なものである。

(イ)$y = ax + b$を変形すると、$y - b = ax$となり、$y - b$がxに比例する関係とみることができる。

上の(ア)の考え方は一次関数のグラフについての理解を図るときに用いられるし、比例を一次関数に統合して取り扱うことを可能にする。

（４）二元一次方程式

2 種類の文字を含んでいるので、方程式$ax + by = c$について考えると、xとyはともに変数でありいろいろな値を取り得る。したがって、この方程式の解の取り得る値の範囲を制限しなければ、解は無数に存在する。また、方程式の解をグラフで示すと、グラフが直線になることがわかる。これは、二元一次方程式を一次関数としてみることができる。

（５）関数$y = ax^2$

いろいろな事象と関数では、式表示できることなどにはこだわらないで考えて

いるので、ここでは、式表示でき、$y = ax + b$とはことなるものとして、$y = ax^2$を取り上げることにしている。

関数$y = ax^2$のグラフと一次関数のグラフとの違いに気付き、変化や対応の特徴が理解できるようにすることが重要である。

2.4　教科書比較

2.4.1 教科書に記載されている日常に見られる二次関数で表される事象例

噴水、ジェットコースター、花火

2.4.2　教科書に記載されている問題の分類

ⅰ四角形の面積

ⅱ斜面を転がるボール

ⅲボールの自由落下

ⅳ立体の表面積、体積

ⅴピサの斜塔

ⅵタイルの枚数

ⅶ振り子

2.4.3　分類した問題の例

ⅰ…１辺が 10cm の正方形の紙に、点 O を頂点とするいろいろな大きさの正方形をかく。このとき、ともなって変わる数量を見出して「yはxの関数である」といえるものをさがしてみよう。

ⅱ…①ある斜面をボールがころがっていくようすを１秒ごとに示したものである。ボールが転がり始めてからの時間と距離の間には、どんな関係があるだろうか。

②ボールが斜面をころがりはじめてからの時間をx 秒、その間にころがる距離をy m とする。ある斜面でボールをころがすと、xとy の関係は、$y = 2x^2$ となる

ⅲ…①自分の目の高さから物体を落としたときに、地面までに落ちるまでの時間はおよそどれくらいでしょうか。

②ジェットコースターが斜面をおりるとき、進む距離は時間にともなってどのように変化するでしょうか。ジェットコースターで調べる代わりに、教室に斜面を作って球をころがし、変化の様子を調べることにしましょう。

ⅳ…①立方体の１辺を$x$cm、表面積をycm^2とすると$y = 6x^2$ と表せる。このように、x とy の関係が$y = ax^2$で、表される例をほかにもあげてみよう。

②1 辺がx cm の立方体の表面積をycm^2とすると、$y = 6x^2$ と表されるから、y はx の 2 乗に比例する。このとき、比例定数は 6 である。

③立方体の１辺を$x$cm、表面積をycm^2とすると$y = 6x^2$ と表せる。　このよう

に、x とy の関係が$y = ax^2$で、表される例をほかにもあげてみよう。

ⅴ…ガリレイ(1564~1642)は、ピサの斜塔から、重さのちがう物体を同時に落としたとき、地面に落ちるまでの時間が同じであることを発見しました。また、その後の科学者によって、物体がx 秒間に落ちる距離をy m とすると、およそ $y = 5x^2$ という関係があることが発見されました。

ⅵ…①1 段目から順の、1 個、3 個、5 個、7 個、……と規則的に並べていきます。このとき、50 段目までのタイルの枚数を考えてみましょう。

②1 辺が 2 cm の正方形のタイルを、上から 1 段目に 1 個、2 段目に 3 個、3 段目に 5 個、…と階段状にしきつめていきます。

段の数が 2 段、3 段、…と増えるとき、段の数にともなって変わる数量をいろいろ見つけましょう。

ⅶ…x 秒間に 1 往復する振り子の長さをy m とすると、y はx の 2 乗に比例し、$x = 4$ のとき$y = 4$ になります。このとき、3 秒間に 1 往復する振り子の長さを求めなさい。

2.4.4　各教科書が記載している問題の分類

「新版中学校数学３」　大日本図書　17 年 2 月 3 日検定済

…ⅰ、ⅱ、ⅳ、噴水

「数学３」　教育出版　17 年 2 月 3 日検定済

…ⅵ、ⅶ

「中学校数学３」　学校図書　17 年 2 月 3 日検定済

…ⅳ、ⅵ

「楽しさひろがる数学３」　啓林館　17 年 2 月 3 日検定済

…ⅰ、ⅱ、ⅲ、ⅴ

「新しい数学」　東京書籍　17 年 2 月 3 日検定済

…ⅱ、ⅳ、ジェットコースター、噴水、花火

「中学数学３」　大阪書籍　17 年 2 月 3 日検定済

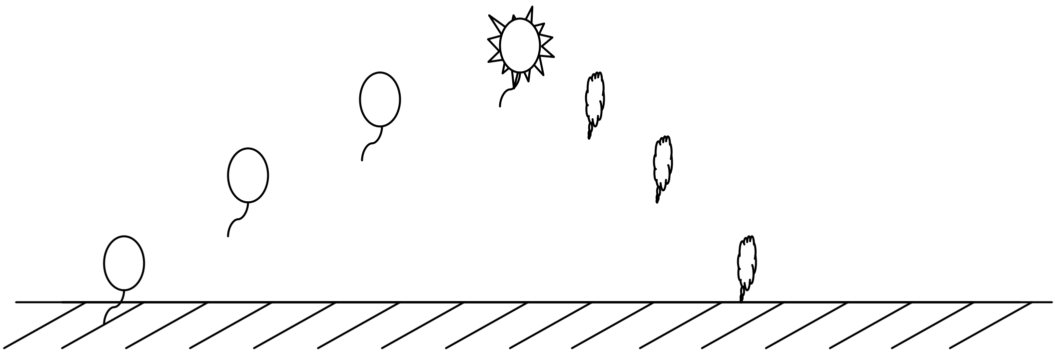
…ⅱ、ⅲ、ⅳ

3.問題場面

3.1 問題場面の分類

3.1.1　問題場面

A. 地上から風船を放ち、フラフラと空高く上がっていく。ある地点で破裂し、地上まで落ちる。



次の表は風船が地上から上がっていき破裂するまでの時間をx、
地上からの高さをyとして作成したものである。

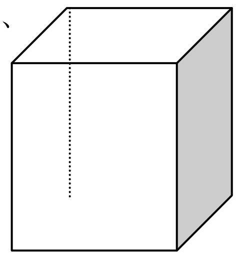
x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	3	6	9	12	15	18

次に風船が破裂してから地上に落ちるまでの時間をx、落ちた距離をyとして作成したものである。

x	0	1	2	3
x^2	0	1	4	9
y	0	2	8	18

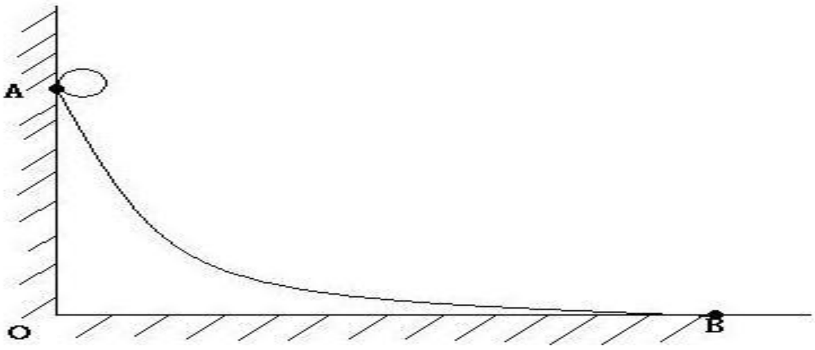
これらのとき、フラフラと上がっていってから破裂するまでの関係と、破裂してから地上に落ちるまでの関係をxとyの式で表せ。

B. 右の図のような正四角柱で、底面の一辺を$x$cm、高さを 5cm とするとき、辺の長さの総和及び



体積をxとyの式で表しなさい。

C. 点 a から点 b までレールを作り、ボールを転がした。
地面から点 a までは 300cm、点 O から点 b までは 50 Xcm る。



時間 x 秒後にボールがすすむ距離を ycm とすると､次のような結果が得られた。

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	5	20	45	80	125	180

問 1
上の表から方眼紙にグラフを書いてみよう。
問 2
グラフから式で表すことができるか考えてみよう。

3.1.2　作成理由

A : 風船の上昇時に一次関数、下降時に二次関数になるようになっていて 1 つの問題場面から一次関数と二次関数の違いと類似点が見られるようにしたいため。
B : 立方体の体積などの既知の公式から二次関数 $y=ax^2$ の式を導いてほしいため。
C : 目に見える身近な現象から二次関数 $y=ax^2$ の式を導いてほしいため。

3.2　問題場面の設定について

1 次関数の事象である確信は無かったため、1 次関数が明らかなエレベーターを用いた問題場面に変更して考えた。
しかし授業時間などを考慮した結果､1 次関数の問題提示は必要ないという結果に帰着し、1 次関数の問題自体を削除した。

4.生徒の反応及びそれに対する教師の支援

4.1 生徒の反応

4.1.1 教師が期待する反応

・与えられたデータをもとに、時間と距離の対応表をつくる。

X(秒)	1	2	3	………	?
Y(m)	5	20	45	………	500

・既習の一次関数の式について考える。

●y=ax について

(ⅰ)5=a×1　　(ⅱ)20=a×2　　(ⅲ)45=a×3

a=5　　a=10　　a=15

(ⅰ)～(ⅲ)のそれぞれの a が違う。
⇒y=ax は満たさない。

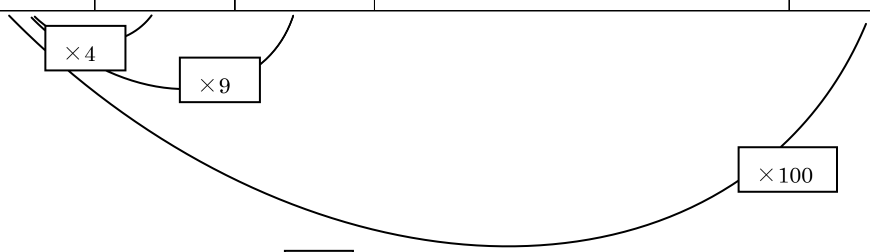
●y=ax+b について

(ⅰ)$\begin{cases} 5 = a \times 1 + b \\ 20 = a \times 2 + b \end{cases}$　(ⅱ)$\begin{cases} 5 = a + b \\ 20 = 2a + b \end{cases}$ → $\begin{array}{r} 20 = 2a + b \\ -)\ 5 = a + b \\ \hline 15 = a \end{array}$

$a = 15, b = -10 \rightarrow y = 15x - 10$
$y = 45, x = 3$を代入$\rightarrow 45 \neq 45 - 10$
$\Rightarrow y = ax + b$は満たさない。

対応表について関係を考える。

X(秒)	1	2	3	………	?
Y(m)	5	20	45	………	500



それぞれを二乗の形で考える。

X(秒)	1	2	3	………	?
Y(m)	5	20	45	………	500

$\times 2^2$　$\times 3^2$　$\times 10^2$

X が 2 倍、3 倍と増加するにともない Y が 4 倍、9 倍と増加していることから Y の増加が X の増加の 2 乗に比例すると考える。ここからりんごが地上に到達するには Y の増加が 100 倍になっていることから X の増加は 10 倍になると考え、10 秒後に地上に到達すると考える。

これより Y=500(m)のとき X=10(秒)と分かる。

これらは y=ax² または放物線になるものとして考えすぎていたため、生徒の既知の式、規則性にそって考えた。さらに予想した生徒の反応を A「傾きを利用した数学的活動」、B「階差を利用した数学的活動」、C「2 乗に比例することに注目した数学的活動」の 3 つのパターンにまとめた。

A　階差数列を用いて

X(秒)	1	2	3	………	?
Y(m)	5	20	45	………	500

＋15　＋25　＋35？

＋10　＋10？

B　かたむきを考える

X(秒)	1	2	3	………	?
Y(m)	5	20	45	………	500

＋15　＋25　＋35？

・ y =ax に代入してみる

$5=a\times 1$　　$20=a\times 2$　　$45=a\times 3$

$a=5$　　　$a=10$　　　$a=15$

となり x=1 の時 a=5、x=2 の時 a=10、x=3 の時 a=15 なのでこの表を書いてみると

X	1	2	3	………	
a	5	10	15	………	

+5　+5　+5?

と a が一次関数の式になっていることに注目し、a=bx に代入すると b=5 になり、a=5x が求められる。

ここで、y=ax に a=5x を代入して y=5×x×x という式が成り立ち y=500 を代入して X=10（秒）が求められる。

C　二乗に比例することに注目

X(秒)	1	2	3	………	?
Y(m)	5	20	45	………	500

×4　×9　×100

X(秒)	1	2	3	………	?
Y(m)	5	20	45	………	500

$\times 2^2$　$\times 3^2$　$\times 10^2$

上の表になることに気づき、y の最初の値に x の２乗をかけると y の値が求められることに気づき、y=500 の時を考えると、$5\times x^2=500$ となり x=10 が求められる。

生徒の考え方のパターンを①A→B→C、②A→C→B、③B→A→C、④B→C→A、⑤C→A→B、⑥C→B→A のすべてを考えようとした。しかし先生の指摘を踏まえたうえで討論した結果、すべてのパターンを考える必要はないということに帰着した。

今回は、①A→B→C、④B→C→A、⑤C→A→B にしぼって考えた。

≪ＡからＢの支援≫
Ａでは変化の割合が一定ということが分かる。一定ということは比例の関係があることに着目。
⇒表の縦の関係について考えてみる。
≪ＢからＣの支援≫
y=ax という式がｙはｘに比例しているとするなら、ｙ＝５×ｘ×ｘという式がｙはｘの２乗に比例していると言えますか。
⇒ｙがｘの２乗に比例しているならｘが２倍３倍となるときｙはどのように変化していきますか。
≪ＣからＡの支援≫
Ｘが１の時に他との関係を着目していたが、今度は隣どうしの関係に着目させる。
⇒Ｘが１の時と、Ｘが２の時とではどんな関係がありますか。同様にＸが２の時と、Ｘが３の時とではどんな関係がありますか。

4.1.2 期待する活動以外の予想される反応

与えられたデータをもとに、時間と距離の対応表をつくる。

X(秒)	1	2	3	………	?
Y(m)	5	20	45	………	500

●y=a(x+b)について

（ⅰ）$\begin{cases}5 = a\times(1+b)\\ 20 = a\times(2+b)\end{cases}$ （ⅱ）$\begin{cases}5 = a+ab\\ 20 = 2a+ab\end{cases}$ → $\begin{array}{r} 20 = 2a+ab \\ -)\ \ 5 = a\ +a\,b \\ \hline 15 = a \end{array}$

$a = 15, b = -2/3 \rightarrow y = 15(x - 2/3)$
$y = 45, x = 3$を代入→$45 \neq 45 - 10$
⇒$y = a(x + b)$は満たさない。

対応表について関係を考える。

X(秒)	1	2	3	4 ……… 9	10
Y(m)	5	20	45	80? ……… 405	500

１５　２５　３５？　・・・・・・　９５？

5. 指導計画

5.1 指導計画表

数学学習指導設計Ⅱ（＃１２）　　　Ｊ３　北濱　大下　中川　田中

時間	授業の流れ	指導上の注意
導入 （5 分）	今日から新しい単元に入りたいと思います。 皆さんは重力という言葉は知っていますよね？ 「聞いたことある！」 重力があるから物が落ちたり、人が地面に立っていられるのですが、 今例えばリンゴが手にあるとする。 教室の窓から落としたらどんなふうに落ちていくと思う？ ちょっと考えてみて。 「ん～よく分からない～。」 「まっすぐ落ちていく！」 「同じ速さで落ちていく！」 （イメージしにくかったら消しゴムを机の上で落としてみてごらん。） じゃあ次は 高さ 500m の地点からリンゴを落としたらどうなるか想像できる？ 「さっきと変らないと思う！」 「とっても速く落ちてきそう！」 どうなるか調べてきたんだけど 1 秒後に手を離した地点から 5m、 2 秒後に 20m、3 秒後に 45m 落下する。	 （教師も教卓で実際にやって見せる。） 黒板に図を描きながら説明する。

らしい。
でも、これ以上はわからなかった。
それで地上に到達するのは何秒後か知りたい。

どうすれば求められるか考えてみて。

展開
（25 分）

☆数学的活動☆

A　階差数列を用いて

X(秒)	1	2	3	… … …	?
Y(m)	5	20	45	… … …	500

+15　+25　+35？

+10　+10？

B　かたむきを考える

X(秒)	1	2	3	… … …	?
Y(m)	5	20	45	… …	500

+15　+25　+35？

・ y =ax に代入してみる

$5=a\times 1$　　$20=a\times 2$　　$45=a\times 3$

$a=5$　　$a=10$　　$a=15$

となり x=1 の時 a=5、x=2 の時 a=10、x=3 の時 a=15 なのでこの表を書いてみると

X	1	2	3	…	

				… …	
a	5	10	15	… … …	
	+5	+5	+5?		

と a が一次関数の式になっていることに注目し、a=bx に代入すると b=5 になり、

a=5x が求められる。

ここで、y=ax に a=5x を代入して y=5×x×x という式が成り立ち y=500 を代入して

X=10（秒）が求められる。

C　二乗に比例することに注目

X(秒)	1	2	3	… … …	?
Y(m)	5	20	45	… … …	500
		×4	×9		×100

X(秒)	1	2	3	…	?

				… …	
Y(m)	5	20 $\boxed{\times 2^2}$	45 $\boxed{\times 3^2}$	… … …	500 $\boxed{\times 10^2}$

上の表になることに気づき、y の最初の値に x の２乗をかけると y の値が求められることに気づき、y=500 の時を考えると、$5\times x^2=500$ となり x=10 が求められる。

■３つの活動A、B、Cのパターン化

(1)　A ⟶ B ⟶ C

(2)　B ⟶ C ⟶ A

(3)　C ⟶ A ⟶ B

≪AからBの支援≫

Aでは変化の割合が一定ということが分かる。一定ということは比例の関係があることに着目。

⇒表の縦の関係について考えてみる。

≪BからCの支援≫

y=ax という式がｙはｘに比例しているとするなら、ｙ=５×ｘ×ｘという式がｙはｘの２乗に比例していると言えますか。

⇒ｙがｘの２乗に比例しているならｘが２倍３倍となるときｙはどのように変化していきますか。

≪CからAの支援≫

Xが１の時に他との関係を着目していたが、今度は隣どうしの関係に着目させる。

⇒Xが１の時と、Xが２の時とではどんな関係がありますか。同様にXが２の時と、Xが３の時とではどんな関係がありますか。

<table>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>まとめ
（20 分）</td><td>（それぞれの活動について説明する）
Aについて
隣同士の差をみて＋１５、＋２５となっているから規則性があるだろうと考えて、
Ｘ＝４の時はＸ＝３の時の＋３５だろうと考えたんだね。
それで次は、＋４５、＋５５と考えていったら、ちょうどＹ＝５００の時のＸが求められた。

Bについて
とりあえずよくわからないから、今まで習ったＹ＝ＡＸの式にそれぞれ代入してみると
５＝Ａ×１　　　Ａ＝５
２０＝Ａ×２　　Ａ＝１０
４５＝Ａ×３　　Ａ＝１５
となったからこれを表すると、
<table>
<tr><td>X</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>・・・</td><td></td></tr>
<tr><td>A</td><td>5</td><td>１０</td><td>１５</td><td>・・・</td><td></td></tr>
</table>
となってこの表は一次関数の式だから
Ａ＝５Ｘという式が求められて、Aはもともと
Ｙ＝ＡＸという式の一部だったから代入して、
Ｙ＝５×Ｘ×Ｘとなり Ｙ＝５００を代入して
Ｘを求めたんだね。

Cについて
Ｙの値が初めの４倍、９倍・・・１００倍となっていることに気づいて、これがＸの２乗になっていて一次関数の時みたいにＹはＸの２乗に比例していると気づいてＹ＝ａＸ＾２の式にそれぞれ代入してａ＝５を求めてＹ＝５００の時のＸを求めたんだね。

授業の始めに「同じ速さで落ちていく！」って誰か言ってくれたけど、同じ速さで落ちるってことは y=ax で表されるよね。でも今回は $y=5x^2$ だか</td><td></td></tr>
</table>

	ら同じ速さで落ちるのではないことが分かるね。 x^2に比例する関数だね。今、yは距離、xは時間を表しているのは分かる？ だから時間が経つほど落ちる距離が長くなってることが分かるね。 物が落ちる時、$y=ax^2$の式で表せることが分かったね。 では､次の時間他に$y=ax^2$で表せるののがないか探してみよう。	活動Aの表を指し示しながら説明する。

5.2　板書計画

問題場面の絵を貼り付ける	活動Aの生徒の発表	活動Bの生徒の発表	活動Cの生徒の発表
	活動Aの解説	活動Bの解説	活動Cの解説

６．感想

自分たちの最終目標は二次関数の授業を行うことであったが、縦のつながりを考えはじめ一次関数の問題を取り入れていた。しかし、問題場面の必要性を加味して討論したところ一次関数の問題はなくすことにした。この様に問題場面を設定する上でどんな問題が適切で必要不可欠なものかを判断するかがとても難しかった。
教師は毎回の単元ごとにこんなに詳しく教材研究しているのかと驚いた。実際にはこんなに綿密にはされていないとするならば絶対にすべきだと感じた。何故なら、教材研究を進める中でうまれる考えもあると痛感したからだ。今回の自分たちの取り組みを通して教材研究の重要性を感じるとともに生徒への支援の難しさ等を痛感した。

大下仁美

半年かけてひとつの授業の指導案をつくってみて生徒に数学を教えるということがと

ても難しく大変なことなのだなと思った。以前から教師になって授業をすることが大変なことだとは思っていたがあらためて感じることのできる経験であったと思う。自分が受けてきた授業が教師に自分たちがやったことまたはそれ以上の試行錯誤の上になりっていたのだなと思った。また、なにもわからない生徒に教えるのと、友達同士でわからないところを教えあうのとは全く違うものだとも感じた。授業を作っていく上で自分が最も重要に思ったことは、生徒がいかに数学の公式や定理などを学ぶにあたってその数学的事象に興味をもてるようにするかなのではないかなと思った。

北濱仁希

私は、この数学学習指導設計という授業を約半年間受けてきて、最初は一体どんなことをさせられるのだろうと思っていました。それぞれの歴史について調べて何になるんだろうとか、先生は一語一語指摘されるので、一言一言気をつかって使うようになりました。似ているようで実は違ってたり、歴史を調べることでなぜそのような関数がでてきたのかがなんとなく分かるようになりました。
ある単元の１つの時間の指導案を作るだけなのに、こんなにも時間がかかるものなのだと思いました。数学的活動という言葉がいまいちよく分からない時にはグループの人や、他のグループの人とよく言いあいになりました。そもそも数学的活動は、人それぞれの教え方があるので、違いがあって当たり前なものだと思うので、言い合いをすることは通常のことなのだと思いました。生徒もみんな違うので様々な数学的活動やそれににあった支援をしていくものだと思います。
この授業を受けて、私が先生になったら、いつでも生徒にとってベストな支援ができるようになりたいと思う。

田中裕之

今回の授業を通して特に感じたことは、一度教育実習に行った経験が全く活かせなかったということです。講義で指導案を作り始めた時になかなかいい問題が作れず、班の足を引っ張ってしまったかなと思います。指導案の練り上げの部分で、文章ではよく書けたとは思いますが実際授業を行うときにどういった言い回しで最後を締めくくるのかが今回の講義で作った指導案で出来なかったのが残念です。今回は一つの授業を半年かけて作ってきたので自分の中ではかなりよい指導案ができたのではないこと思っていますが、実際に実習に行った時はこのようなものを２、３日で作らなければならないので本当に毎回このような指導案が作れるのか不安です。ただ、指導案を書く事や実際に授業を行う事は経験が一番大事だと思うので講義を受けて自分の中で一番の得たものだと思います。

中川和哉