

数学学習指導設計Ⅱ

高等学校第2学年

「三角関数／加法定理」

テーマ：加法定理の理解と学習

H1

武智 正樹

丸尾 総太郎

松下 悠平

榊原 祥子

目次

1. 「三角関数／加法定理」を取り扱う理由と目的
・・・3 ページ
2. 高等学校教科書における三角関数の取り扱い
・・・5 ページ
3. 高等学校教科書における加法定理の証明とその問題点、問題設計における注意点
・・・7 ページ
4. 問題の構想と問題作成
・・・10 ページ
5. 授業設計
・・・14 ページ
6. 感想
・・・19 ページ

1. 「三角関数／加法定理」を取り扱う理由と目的

- ・高等学校学習指導要領における三角関数の取り扱い

数学Ⅰ

ア 三角比

(ア) 正弦、余弦、正接

正弦、余弦及び正接を直角三角形の辺の比との間の関係として導入し、それらの意味を理解させるとともに、その有用性を認識させる。また、角を鈍角や 0° 、 90° 、 180° の場合まで拡張し、三角比の意義を理解させる。

(イ) 三角比の相互関係

鈍角までの三角比についての相互関係を扱う。三角比の値のいずれか一つが決まれば、他の三角比の計算ができることや、 90° までの三角比の表を用いて鈍角の三角比が求められることを理解させる。

イ 三角比と図形

(ア) 正弦定理、余弦定理

三角形 ABC のそれぞれの辺と角との間に成り立つ基本的な関係として、
正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad (\text{ただし、} R \text{ は三角形 ABC の外接円の半径})$$

と余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

を扱う。この二つの定理を三角形の決定条件と関連付けて理解させることも重要である。なお、正弦定理については、中学校では $A=B=C$ の形の連立方程式を扱っていないことや三角形に外接する円を扱っていないことに留意し、丁寧な扱いが必要である。また、外心や内心などの性質や円に内接する四角形の性質などについては「数学 A」の「(1) 平面図形」で扱う。

数学Ⅱ

ア 三角関数

(ア)「数学Ⅰ」では、 0° から 180° までの角について正弦、余弦及び正接の意味を理解させ、それを図形の計量の考察に活用できるようにしている。

ここでは、角の概念を一般の角まで拡張して、三角関数の概念を導入する。また、従前の「数学Ⅲ」の「(2) 微分法」で扱われていた弧度法を扱い、扇形の面積や周の長さを求めたり、三角関数のグラフをかいたりするのに弧度法が有用であることを理解させ

る。

(イ) 三角関数の加法定理

三角関数の重要な性質の一つとして加法定理を取り上げる。なお、加法定理から導き出される一連の公式としては、2 倍角の公式及び $a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$ を扱う程度とし、和を積に直す公式や積を和に直す公式などは扱わない。

(「高等学校学習指導要領解説」、文部科学省発行、実教出版)

上記の内容より、現行の高等学校教育における「三角関数」の取り扱いについて考える。まず数学Ⅰの「三角比」の単元において正弦、余弦、正接の概念を導入する。数学Ⅰの範囲においては「図形ありきの三角関数」として取り扱われており、図的解釈が容易に行われる。しかし数学Ⅱ以降の三角関数を用いた単元では、三角関数は独立の関数として取り扱われているため図的解釈を行うことが困難である。ここには生徒の数学離れの要因となる事象が隠されている気がした。そこで我々は、数学Ⅱ以降の単元について「三角比」の単元にあったような図的解釈を用いて理解できないかと考え、数学Ⅱ以降の単元で三角関数を用いる単元として代表的な「加法定理」について考えることにした。

2. 高等学校教科書における三角関数の取り扱い

・高校の教科書では『三角比』『加法定理』はどのように扱われているのか

数学Ⅰにおける『三角比』（啓林館 数学Ⅰ改訂版、数学A改訂版シラバス案より抜粋）

第3章 図形と計量 1. 鋭角の三角比 1 正接・正弦・余弦 2 三角比の利用 3 三角比の相互関係 2. 鈍角の三角比 1 鈍角の三角比 2 $180^\circ - \theta$ の三角比 3 三角比の相互関係 発展 360° までの角の三角比 3. 正弦定理と余弦定理 1 正弦定理 2 余弦定理 4. 図形の計量 1 図形の面積 2 空間図形の計量 3 相似と面積比 4 相似と体積比 5 球の体積・表面積 発展 三角形の内接円・正四面体の内接球 発展 三角形の形状 発展 ヘロンの公式	直角三角形における三角比の意味、それを鈍角まで拡張する意義及び図形の計量の基本的な性質について理解し、角の大きさなどを用いた計量の考えの有用性を認識するとともに、それらを具体的な事象の考察に活用できるようにします。 (1) 鋭角の三角比 正弦・余弦・正接を直角三角形における辺の比の関係として導入し、その意味を理解します。 (2) 鈍角の三角比 角を鈍角や、0°、90°、180° の場合まで拡張し、正弦・余弦・正接の意義を理解できるようにします。また、それらの相互関係について学習し、計算ができるようにします。 (3) 正弦定理と余弦定理 三角形 ABC のそれぞれの辺と角との間に成り立つ基本的な関係を理解し、式の取り扱いができるようにします。 (4) 図形の計量 正弦定理や余弦定理などの活用場面として、平面図形や簡単な空間図形の計量を扱い、いろいろな図形の辺の長さ、面積・体積などが求められるようにします。また、相似な図形の面積比と体積比、球の表面積と体積についても学習します。
---	--

・単元名が『図形と計量』となっていることからわかるように、 $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$ を完全に三角形の範囲 ($0^\circ < \theta < 90^\circ$) で扱っている。

・ $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$ は図形の計量のために用いるものとして扱われているためにそれらのみでは意味を持たず、 θ の範囲も限定されているために非常に静的。

参照：『Keirinkan Web Station』 <http://www.shinko-keirin.co.jp/kosu/index.htm>

数学Ⅱにおける『加法定理』（啓林館 数学Ⅱ改訂版シラバス案より抜粋）

第3章 三角関数 1. 一般角の三角関数 1 一般角 2 弧度法 3 一般角の三角関数 4 三角関数の相互関係 5 三角関数の性質 6 三角関数のグラフ 7 三角方程式と三角不等式 研究／偶関数・奇関数 2. 三角関数の加法定理 1 三角関数の加法定理 2 2倍角・半角の公式 研究／3倍角の公式 3 三角関数の合成 発展／積を和、和を積に直す公式	(1) 一般角や弧度法について学び、三角関数の相互関係を調べ、三角関数の性質を理解してグラフをかくことができるようにし、三角方程式や三角不等式を解くことができるようにする。 (2) 三角関数の加法定理を学び、2倍角の公式や半角の公式、三角関数の合成について理解する。
--	---

・ $\sin$ 、 $\cos$ 、 $\tan$ が $0^\circ < \theta < 90^\circ$ の三角形の範囲を逸脱し、それ自身で意味を持つ関数として捉えられており、範囲が拡張されたために一般性を持った。

・関数としてグラフを書かせている。（書くことが可能になった。）

参照：『Keirinkan Web Station』 <http://www.shinko-keirin.co.jp/kosu/index.htm>

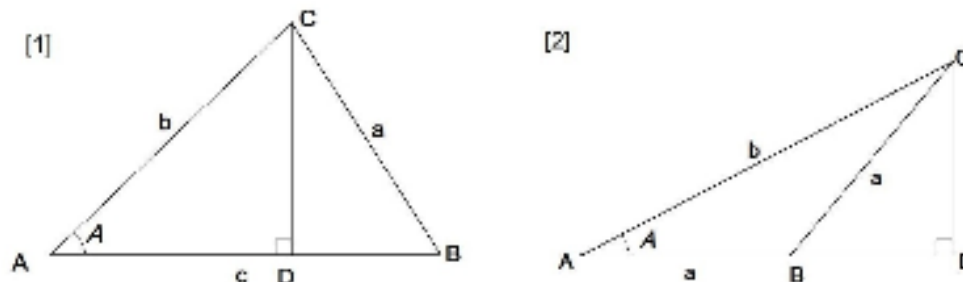
これは教科書会社がホームページで公開しているシラバス案ではあるが、授業の進め方の方針としては「三角関数に一般性を持たせるために一般角や弧度法の観点から話を進めていく」というものである。この授業の進め方にヒントを得た我々は後に、2,3通りの例を挙げて解を導き、それを基に一般解を推測してそれを証明するという方針を考えた。

3. 高等学校教科書における加法定理の証明とその問題点、問題設計における注意点

・加法定理の証明

加法定理を証明するにあたって、まず余弦定理を証明する。

【証明 1】（余弦定理）



上の図[1]、[2]では、いずれの場合でも次が成り立つ。

$$BC^2 = CD^2 + BD^2$$

$$CD^2 = (b \sin A)^2, BD^2 = (c - b \cos A)^2$$

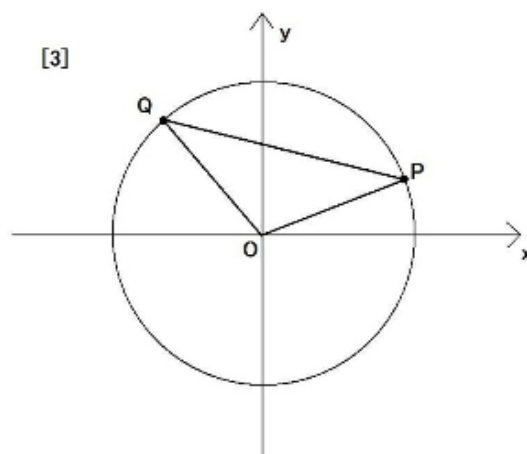
よって、 BC^2 すなわち a^2 は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} a^2 &= (b \sin A)^2 + (c - b \cos A)^2 \\ &= b^2 \sin^2 A + c^2 - 2bc \cdot \cos A + b^2 \cos^2 A \\ &= b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \end{aligned}$$

今行った余弦定理の証明は三角形の範囲で一般に成り立つことは証明したが円上で成り立つとは証明していないので、円上で成り立つのかを確認する。もし円上で余弦定理が成立するために条件が必要である場合はそれを確認する必要がある。ここで円の範囲に拡張する理由は、角度の制限がなくなって一般化されることで証明の目標である加法定理が一般の三角関数で成り立つことを証明するためである。

【確認】（余弦定理は任意の円上で成立するのか）

図[3]のように原点 O と O を中心とする円上の 2 点 P 、 Q を考えると、3 点 O 、 P 、 Q が三角形をなす限り図[1]、[2]の形の三角形をとり続けるので、 $\triangle OPQ$ で余弦定理を用いることができる。



三角形の範囲で証明した余弦定理は追加条件を用いることなく円の範囲に使用することができることが確認されたので、余弦定理を用いて余弦の加法定理の証明を行う。

【証明 2】（余弦の加法定理）

図[4]のように、半径 a の円と動径 α, β との交点をそれぞれ P, Q とすると、 P, Q の座標は、

$$P(a\cos\alpha, a\sin\alpha)$$

$$Q(a\sin\beta, a\cos\beta)$$

となる。2 点間の距離の公式より、

$$\begin{aligned} PQ^2 &= (a\cos\beta - a\cos\alpha)^2 + (a\sin\beta - a\sin\alpha)^2 \\ &= a^2\cos^2\beta - 2a^2\cos\beta\cos\alpha + a^2\cos^2\alpha + a^2\sin^2\beta - 2a^2\sin\beta\sin\alpha + a^2\sin^2\alpha \\ &= 2a^2 - 2a^2(\cos\beta\cos\alpha + \sin\beta\sin\alpha) \end{aligned}$$

また、 $\triangle OPQ$ に余弦定理を適用すると、

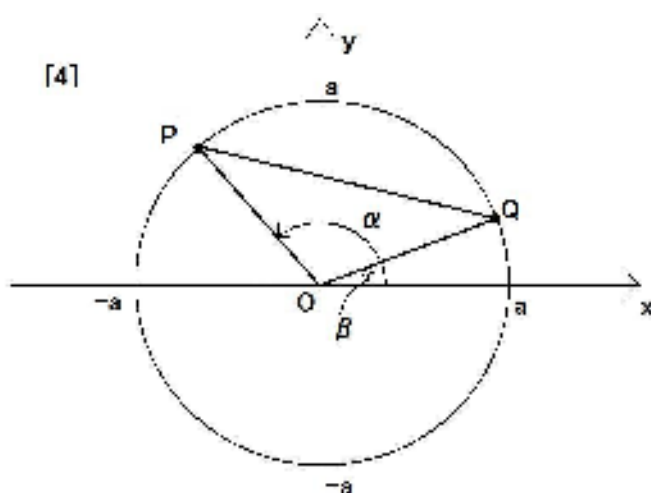
$$\begin{aligned} PQ^2 &= OP^2 + OQ^2 - 2OP \cdot OQ \cos \angle POQ \\ &= a^2 + a^2 - 2a^2 \cos(\alpha - \beta) \\ &= 2a^2 - 2a^2 \cos(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

以上より、

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

この両辺の β を $-\beta$ とすると、

$$\begin{aligned} \cos(\alpha + \beta) &= \cos\alpha \cos(-\beta) + \sin\alpha \sin(-\beta) \\ &= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \end{aligned}$$



正弦の加法定理は、 $\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$, $\cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ より、

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \cos\left\{\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)\right\} = \cos\left\{\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \beta\right\} \\ &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos\beta + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\sin\beta \\ &= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta\end{aligned}$$

先ほどと同様に β を $-\beta$ として、

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

上記のような教科書にあるような加法定理の証明は最後に一般性を持たせる段階で行うべきものであり、我々の方針である数パターンの例を挙げて加法定理の展開の形を推測させようとするものには沿わない。この証明を授業の最初に行うと、加法定理を初めて学習する生徒にしてみれば「言われてみると確かにそうなるけど、それにどんな意味があるの？」で終わってしまうためだ。そうすると生徒の数学に対する関心は薄れてしまい、それ以降は数学をしているのは教師だけという状況になりかねない。この状況を解決するための授業設計を行うには、まず最初に生徒に数学的関心を促す方法として数学的活動を行わせるような問題設定を行わなければならない。

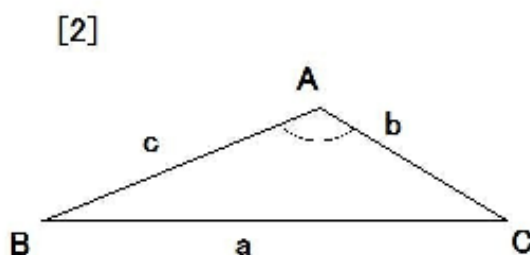
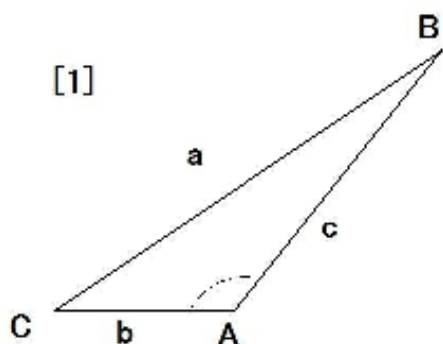
4. 問題の構想

・加法定理を用いる問題場面

新編数学Ⅱ改訂版（啓林館／平成 19 年 2 月 1 日検定）では、『 $\sin 75^\circ$ 、 $\cos 75^\circ$ の値を計算で求めることができるだろうか。』という問題を与えている。 120° 、 45° の値は既習であるとした上で、 75° は $120^\circ - 45^\circ$ で与えられることよりこの差の式を用いて表すことができないかを検討しており、ここ後に続く内容として前述のような加法定理の証明方法を用いて証明している。しかしこれでは生徒が数学をするという状況を生み出すことが出来ていない。我々の方針は図的解釈を踏まえた加法定理の理解であるので、この方針を基に問題を考えると次のような三角形の求積問題を考えることに至った。

[1] $\angle A = 105^\circ$ とする。三角形 ABC の面積を求めよ。

[2] $\angle A = 105^\circ$ とする。a を b、c を用いて表せ。



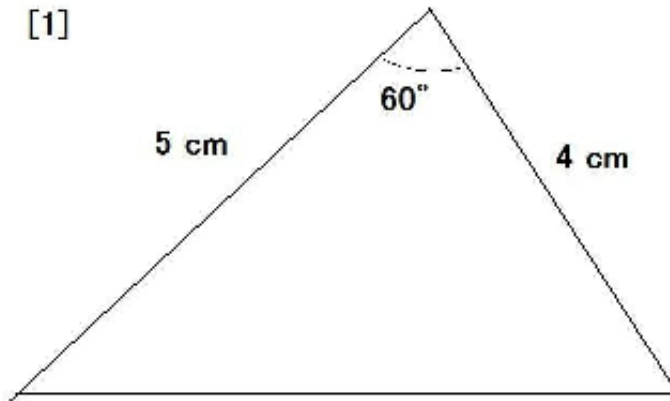
これらの問題では、既習事項である $\sin$ を用いた三角形の面積の求積であったり、余弦定理の復習として取り上げることができる。しかし、立式はできても当然途中で計算不能になる。この問題の意図は、『これがわかれば、求めるべき数値を求めることができる』という状況を作り出すことで必要性を生み出し、生徒の数学的関心を促そうとするものである。

これらをまとめることにより、次のような問題場面を設定し、この問題を解くことで我々の方針である「加法定理の図的解釈」を狙うものとするにしたい。なお、この問題を解く上での生徒に期待する活動と、教師が行う支援に関しての概略も共に書くこととする。

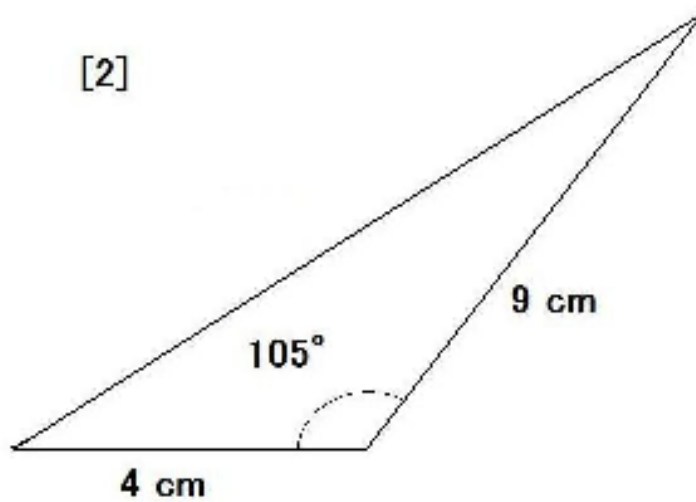
・問題提示 1 (最初に考えた問題)

問題 次の三角形の面積を求めよ。また、未知である辺の長さを求めよ。

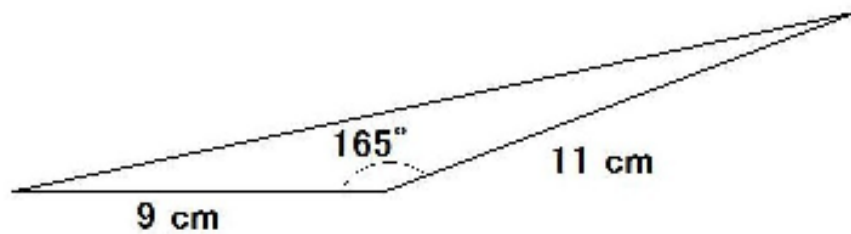
[1]



[2]



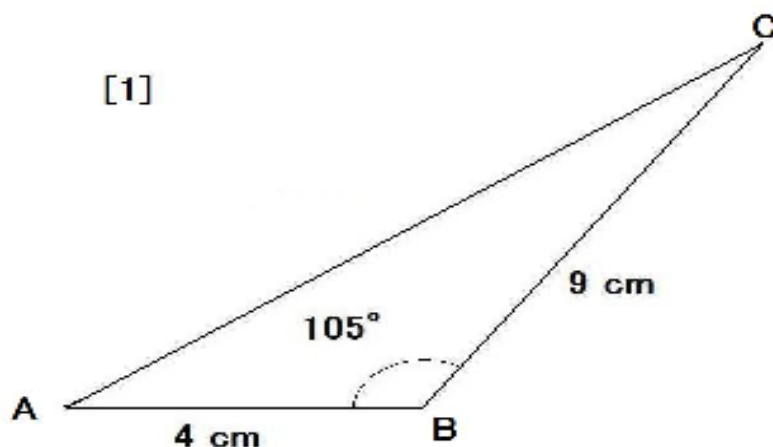
[3]



ここで、[1]の内容は既習事項であるため授業で生徒全員に行う必要はないと考え、教師が生徒に行う支援の1段階として取り扱うことにした。また、[3]は[2]ができてからの評価問題であり一般性を考えるために用いる問題である。我々が今から考えるのは「加法定理」の単元の最初の授業であるとするので、時間配分や生徒の理解度などを考えると最初の授業で用いるのは非常に困難である。よって、今回の授業設計で取り扱う問題は[2]だけにすることにした。

・問題提示 2 [1 回目の授業] (訂正版)

問題 次の三角形の面積を求めよ。また、未知である辺の長さを求めよ。



・期待する数学的活動

A: 面積の求積の公式を用いればよいことを理解し、その公式に沿った式を立てる。

B: 三角形を適当 (適切) に分解して、 $\sin 105^\circ = \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ$ (または $\sin 75^\circ = \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ$) となることに気付く。

C: 未知である辺の長さを求めるのに、A、B で行ったような活動を行う。

・教師の行う支援

A: 面積の求積の公式を立てることのできない生徒には既習の角度で表わされる三角形を用いた問題を提示し、その考え方と同様に考えることで本問でも式を立てることができることを理解させる。

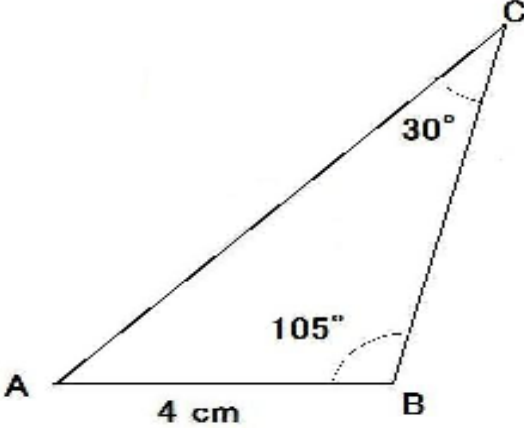
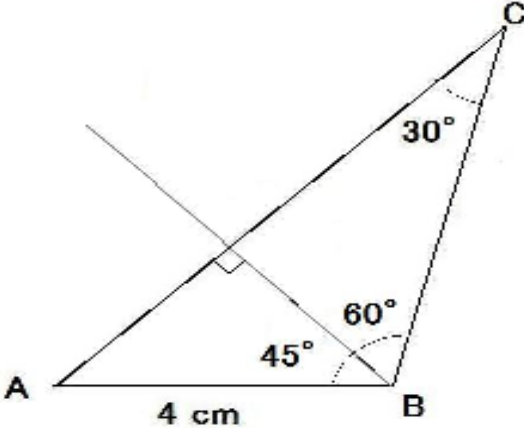
AB: 活動 A においてある程度の成果が得られた時、 $\angle BAC$ または $\angle ACB$ に既習の値 (30° 、 45° 等) を与えて、面積を求めさせる。

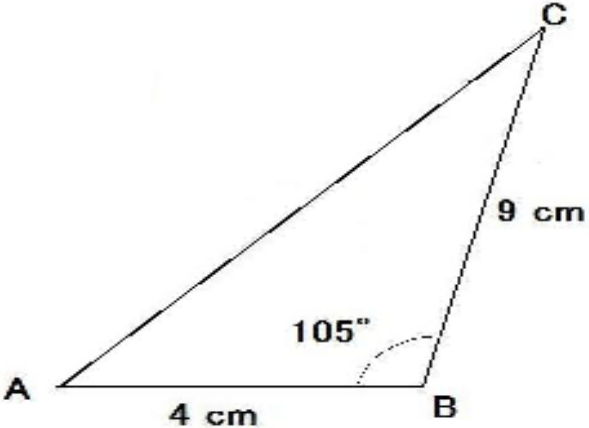
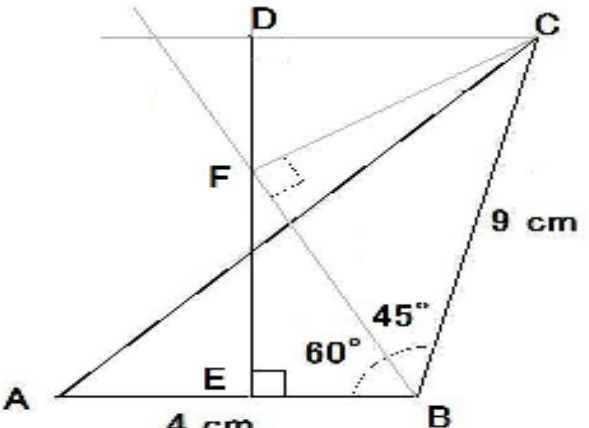
B: $\angle BAC$ または $\angle ACB$ に未知の値を与えて同様に計算させ、一般の角ではどのような値になるのかを考えさせる。(ここで出てきた値を基に、教師は加法定理のまとめを行う。)

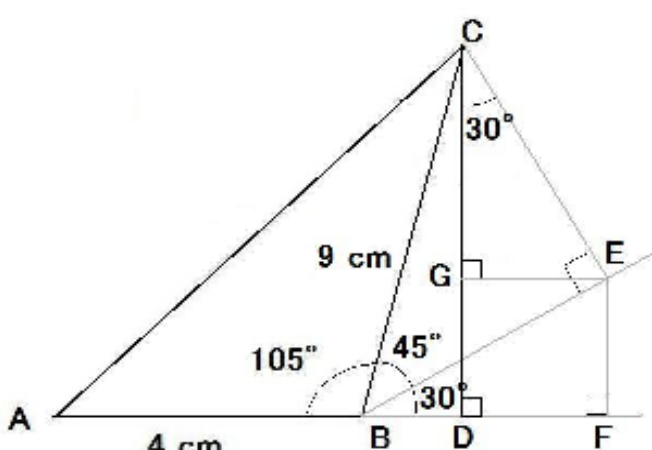
BC、C: 本時の目標は B まででほぼ達成されており、ここでは練り上げの要素が強くなる。辺の長さを求める公式の立式と、図 (もしくは $\sin 105^\circ$ からの変換) を用いた $\cos 105^\circ$ の計算を教師の支援なしで達成できることを期待する。必要があれば A~B で行った支援を行う。

5. 授業設計

これまでの考えを基に下記のような指導案を考えた。用いる問題は授業の構想で最終的に考えたものとする。
「指導内容」、「学習活動と支援」、「指導上の留意点」の3点を軸において考え、授業のねらいを達成するための実際の教師の言動を推測しながら考えた。

指導内容	学習活動と支援	指導上の留意点
問題提示(10分)	・問題提示 T「今日から『加法定理』の単元に入ります。でもその前に、まずこんな問題を考えてみましょう。」 問題：次の三角形の面積を求めよ。  ○解法の見通しが立てれない生徒に行う支援 T「補助線を引いてみましょう。」 ○垂線が引けない生徒に行う支援 T「105°をうまく分けてみましょう。」 T「この問題ではBからACに垂線を引くことによって三角形を2つに分解すると、既に習ったことのある三角形の辺の比の関係を使えばそれぞれの三角形の底辺と高さを求めることができるので面積を求めることができます。」  T「では、$\angle ACB$ がわからない場合（未知の場合）の面積を求めてみましょう。」	・既習事項を用いて解ける問題を提示する。 ☆補助線を引いて三角形を分解できるという感覚をつかむ。 (5分) ・角度を適切に分解すれば解を導きやすくなることを気付かせる。

指導内容	学習活動と支援	指導上の留意点
自力学習(25分)	問題：次の三角形の面積を求めよ。  ・自力学習 T「各自で適当に補助線を引いて面積を求めてみましょう。」 ⇒三角形の面積の求積公式を用いる場合（$\sin 105^\circ$を用いる場合）と、CからABの延長線に垂線CDを引いてCDを高さとする場合（$\sin 75^\circ$を用いる場合）の2通りについて考える。 ★三角形の面積の求積公式を用いる場合の図的解法 三角形の面積の求積公式より、 $S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 105^\circ$ $= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 \times \sin 105^\circ \dots \textcircled{1}$ また、$\angle ABC$を60°と45°に内分する直線を基準にして下図のように三角形を分解する。  $DE = DF + FE$ $= CF \times \cos 60^\circ + BF \times \sin 60^\circ$ $= 9 \sin 45^\circ \times \cos 60^\circ + 9 \cos 45^\circ \times \sin 60^\circ$ $= 9(\sin 45^\circ \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \sin 60^\circ)$	(10分) ★この後に予想される活動によってそれぞれ支援を用意する。 ・補助線を引いてわかっている角度を書き込ませる。 $\angle BFE = 30^\circ$ より $\angle CFD = 60^\circ$

指導内容	学習活動と支援	指導上の留意点
	三角形の面積は(底辺)×(高さ)÷2 なので、 $S = \frac{1}{2} \times AB \times DE$ $= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 \times (\sin 45^\circ \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \sin 60^\circ) \cdots \textcircled{2}$ 式①、②より、 $\sin 105^\circ = \sin 45^\circ \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \sin 60^\circ$ であることがわかる。 ★CD を高さとする場合の図的解法 $CD = 9 \times \sin 75^\circ$ より、三角形の面積は、 $S = \frac{1}{2} \times AB \times CD$ $= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 \times \sin 75^\circ \cdots \textcircled{3}$ また、下図のように∠CBD を45°と 30°に内分する直線を基準に三角形を分解する。  ∠CBD を45°と 30°に内分する直線に C から垂線 CE を、E から BD の延長線に垂線 EF を、E から CD に垂線 EG を引くと、 $CE = 9 \sin 45^\circ$ $\therefore CG = CE \times \cos 30^\circ$ $= 9 \sin 45^\circ \cos 30^\circ$ また、 $BE = 9 \cos 45^\circ$ $GD = EF$ $= BE \times \sin 30^\circ$ $= 9 \cos 45^\circ \sin 30^\circ$	・補助線を引いてわかっている角度を書き込ませる。 $\angle ECG = 30^\circ$

指導内容	学習活動と支援	指導上の留意点
解説(10 分)	$\begin{aligned}\therefore CD &= CG + GD \\ &= 9\sin 45^{\circ}\cos 30^{\circ} + 9\cos 45^{\circ}\sin 30^{\circ} \\ &= 9(\sin 45^{\circ}\cos 30^{\circ} + \cos 45^{\circ}\sin 30^{\circ})\end{aligned}$ よって、三角形の面積は、 $\begin{aligned}S &= \frac{1}{2} \times AB \times CD \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 9(\sin 45^{\circ}\cos 30^{\circ} + \cos 45^{\circ}\sin 30^{\circ}) \cdots \textcircled{4}\end{aligned}$ 式③、④より、 $\sin 75^{\circ} = \sin 45^{\circ}\cos 30^{\circ} + \cos 45^{\circ}\sin 30^{\circ}$ であることがわかる。 ☆それぞれの図的解法において手が止まる場合は、手の止まっている箇所に応じて支援を変える。 ○それぞれの基準となる直線が引けない場合 T「最初の問題では、105°の角をうまく分解して面積を求めましたね。では今回もうまく角を分解してみましょう。例えば$105^{\circ} = 45^{\circ} + 60^{\circ}$、$75^{\circ} = 45^{\circ} + 30^{\circ}$に分解できますね。このように角を分解した直線もうまく使ってみましょう。」 ○基準の直線は引けたが図の分解ができない場合 T「三角形の面積は(底辺)$\times$(高さ)$\div 2$で求めることができますね。底辺を AB だと考えると、高さはどこにあたるのかを考えてみましょう。」 ○底辺と高さは見えているがその長さを求めることができない場合 T「角をうまく分解できているので、ある辺の長さを三角関数を用いて表すことができますね。そうやって求めた辺の長さをうまく使って高さを求めてみましょう。」 ○1つの解法ができた生徒に行う支援 T「べつの方法で面積を求めることができないか考えてみましょう。」 T「では、この問題の三角形を分解する方法を考えてみましょう。」 $\Rightarrow$ $\begin{aligned}\sin 105^{\circ} &= \sin 45^{\circ}\cos 60^{\circ} + \cos 45^{\circ}\sin 60^{\circ} \\ \sin 75^{\circ} &= \sin 45^{\circ}\cos 30^{\circ} + \cos 45^{\circ}\sin 30^{\circ}\end{aligned}$ という関係となることを導く。 T「このように、未知の角度を適切に分解すると値を求めることができます。」	・生徒の進行状況や理解度を考慮して、それぞれの生徒が行っている図的解法に合った支援を行う。 ←この支援は一斉に行ってもよい。 ←生徒が底辺、高さをどのように考えているのかをしっかりと見極める。 ←角を分解する時に引いた直線を軸にして直角三角形を作ることの直接言っても構わない。 (35 分) ・生徒が理解しているかを測るため、解説中に生徒に質問しながら解説していく。 (45 分)

指導内容	学習活動と支援	指導上の留意点
まとめ(5分)	T「この2つの式から、ある性質が見えてきます。」 ⇒ $\sin(45^\circ + 60^\circ) = \sin 45^\circ \cos 60^\circ + \cos 45^\circ \sin 60^\circ$ $\sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$ と分解できることを導く。 T「ということは、一般的に(次の式)として書けそうですね。」 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ ⇒一般にこのように表わせるという証明は次回行う T「この式のように、角度を適当に分解することであまり展開できる定理を『加法定理』といいます。」 T「では次回は、同じ問題でACの長さを求めてみることにしましょう。」	(50分)

最終的に、問題提示の方法はまず三角形を既習の形に分解できるようになることから意識させ、習っていない角度でも「適切に分解すれば既習の値を用いることができるのでは？」と生徒に思わせることを1つの大きなねらいとする形をとることにした。

この後の授業では、今回の問題で長さが未知である辺ACの長さを求める、もしくは問題の構想の段階で考えたものを用いて同様のことを繰り返すなどして加法定理の展開がどのようなものになりそうかを生徒に推測させて、最終的には一般的な証明に移るという流れを構想する。これは当初の我々の方針を十分に満たしており、今回用いた問題や今回考えた指導案はほぼ満足なものであるといえるだろう。

6. 感想

武智正樹

中学校の時の数学の先生に憧れ、数学の教師を目指していました。先生になるのは、「簡単だ。」というのが最初の気持ちでした。しかし、この授業を受けて、先生は生徒にただただ教えるだけではだめだということが最初にわかったことでした。また、なぜ数学史など学ばなければいけないのかという疑問も授業を受けていて思った事でもありました。しかし、今までやってきて、それが、なぜなのか分かった気がします。あくまでも自分の解釈ですが。けどそれは、まず無駄にならないものであることは確かであると思います。この授業を受けていなければ、これから教師になったとききっと指導案や生徒への支援など苦労していたでしょう。この経験が無駄にせず、いい授業ができるようにこれからもいろいろ考えていきたいと思います。

丸尾総太郎

この授業を通して、教師は授業時間数と時間配分を考え、指導案を作成するためにたくさんの時間を使っているのだと知りました。1時間分の指導案をつくる中でも授業の目標やねらいを考え、生徒の反応や予想される活動を考えているのだと思うと、すごく大変な仕事なのだと思います。また高校のときは教科書に書いてある公式を暗記ものとしてただ覚えていただけでしたが、大事なものは公式を導くことができそれを理解した上で問題解決することだと思います。生徒への支援に関しては、個人差に応じた支援が必要であり、ただ単に問題解決を導かせる支援ではなく、あくまで生徒の自力解決を重視した数学的価値のある支援でなければならないことを学んだ。

教育実習をするときに指導案をつくることになると思いますが、この授業で学んだことを忘れずに頑張りたいと思います。

榊原祥子

高校時代では機械的に加法定理を覚えて用いていたが、今回三角関数を詳しく調べる過程で、余弦定理を一般化して円上でも成り立つことや、加法定理の証明の導き方など、新たに知ることが多かった。また授業で問題を解決させるにあたって、加法定理を覚えてから三角形の面積を求めるのでは、「生徒は計算機になっているだけで、数学をしているのではない」という先生の言葉がすごく心に残った。これは三角関数の分野だけでなく、すべての分野で言えるので、これから指導案を作る機会があるときは気をつけたいと思った。また指導案を作るときも、時間配分を考えたり、ねらいを達成するためにどんな問題を提示するべきかを考えたりしないといけないし、生徒が期待通りの活動をするかもわからないので、支援のしかたを考えたり留意点を考えたりと、授業を有意義なものにするためには何度も吟味しなければいけないとおもった。これから教育実習を迎えるにあたって、この授業で身につけたたくさんの知識や考え方をぜひ生かしていきたいと思った。

松下 悠平

実際に指導案を考えてみて、実際にやってみなければわからないことがとても多かった
ので今回この活動を経験できたことは非常によかった。特に、「教師が数学をしていること
になる」という点においては、自分の高校時代の数学の授業ではそのような体制が見受け
られたので真剣に受け止めようと思った。今回の経験がなければ自分も教師主体の授業に
なっていた可能性が高かったので、今思うととても怖いことをしようとしていたような気
がしてならない。教師の支援はどうしても経験がものをいうことが多いと思うので、これ
からしっかり経験を積んでもっとしっかりした指導案を作りたいと思う。