

《割り算の筆算》

～筆算を自ら作っていく中で、

割り算の筆算のしくみについて考える～

A 班 小学校・領域「数と計算」

地域学部地域教育学科 4 年 入 澤 勝 利

地域学部地域教育学科 4 年 小 野 雄一朗

地域学部地域教育学科 3 年 立 石 望

地域学部地域教育学科 3 年 山 中 法 子

地域学研究科地域教育専攻 1 年 尾 崎 正 和

目次

1 単元設定の理由	p2
2 筆算の歴史(ガレー法について)	p3
2-1 ガレー法の特徴	p3
2-2 現在の長除法までの過程とその比較	p4
3 世界の筆算	p5
4 筆算の仕組み	p5
4-1 包含除と十進位取り記数法について	p6
4-2 仮商をたてることと仮商の修正	p7
5 割り算の筆算の全体の指導の流れ	p10
6 単元計画	p14
6-1 単元のねらい	p14
6-2 単元の流れ	p14
7 本時の指導案	p15
7-1 本時の目標	p15
7-2 本時の問題設定	p15
7-3 本時の期待される数学的活動	p15
7-4 本時の展開	p16
◆参考文献一覧	p21

1 単元設定の理由

A 班では、小学校四年生、「(A) 数と計算」の領域である「割り算の筆算」について、取り上げることとする。

班の中の一人が学習ボランティアを行っている際に、関わった児童は商の立て方(位取りができてない商、仮商の修正ができていない)や、被除数、除数、商及び余りの間の関係の理解が不十分であると感じる場面が多々あった。このような児童の実態の背景には、教授上の問題があるのではないかと考えた。

そこで、教科書において割り算の筆算の単元に目を通すと、形式的な操作ばかりの説明となっている。下記に示すように、被除数に着目し、商を立てることを、「たてる」→「かける」→「ひく」→「おろす」→「たてる」→「かける」のように、操作ばかりが強調されていた(図 1)。また実際の授業においても、割り算の筆算の導入段階で、長除法のよさ

や仕組みを児童が実感することなく、表記法($\overline{)}$ が教えられている傾向がある。また、児童自身がアルゴリズム化していく授業が少ないのではないかと感じ、それでは割り算の筆算の学習として不十分ではないかと考えた。

割り算の筆算を理解して使うためには、割り算の筆算が成り立つ仕組みを児童自身が知る必要があるのではないかと私たちは考えた。商の立て方や、筆算の仕組みを理解し、筆算を自ら作ることで、そのよさを体得できると考える。私たちは、これらのことを大切にしたい授業を行うべきではないかと考え、割り算の筆算の授業を設計することにした。

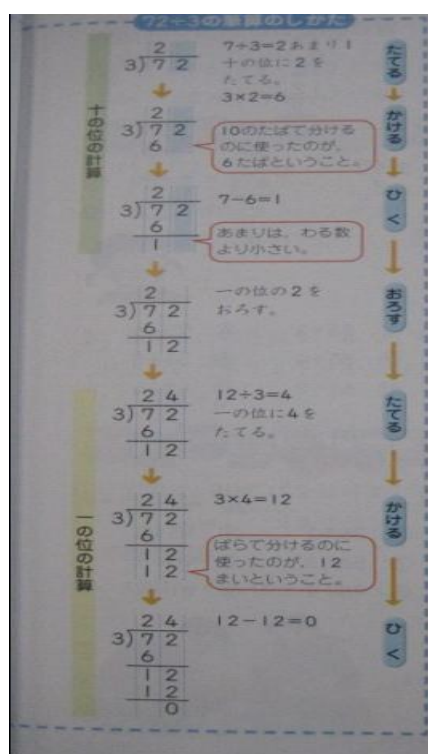


図 1

啓林館 わくわく算数 小学校四 p.36

2 筆算の歴史(ガレー法について)

割り算の筆算の授業を考えるにあたり、どのように割り算の筆算が作られてきたのか、また、その時代背景を検討する。

現在の日本で学習されている割り算の筆算は長除法である。「Japan Society of Mathematical Education 算数教育 数学史ガレー割算」によると、ガレー法（14 世紀に登場）が長除法の原型になったと述べられている。ガレー法が発展した形として、a danda(15 世紀に登場)が用いられ、その後さまざまな過程を経て、現在用いられている長除法が登場した。

以下では、そのガレー法の特徴と現在用いられている長除法との比較を行う。

2-1 ガレー法の特徴

ガレー法とは、14 世紀にアラビア人が工夫した方法として紹介されたとされている。ガレー法ではどのように計算されているか、 $675 \div 25$ を例として考えると以下のようなになる。

	00
00	035
13	175
270	275
<u>675</u> (27	<u>675</u> (27
255	255
2	2
(ガレー法)	(ガレー法を分かりやすく表記)

<見解>

① 仮商の立て方

商をたてることが困難であり、たてた商が大きすぎたり小さすぎたりする場合にはやり直さなければならない。これは、被除数、除数共に分解して考えるために、仮に商を立てたとき、部分積についての数が正確でないためである。

② 部分積の表記

被除数から部分積を引く一連の過程が見えない。そのため、途中、商を除数に掛けて積を作るとき、繰り上がる数を記憶しなければならない。

③商の確かめ

②に関連して、被除数から部分積を引いた差を見ることが困難で、商の確かめができない。つまり、以前の除法は、繰り上がる数を記憶することが最も重大な問題だった。

2-2 現在の長除法までの過程とその比較

ガレー法が使われていた時代から、長除法が生まれるまでに **a danda** といわれるものがある。これは 1460 年ごろのイタリアの写本で用いられていた方法である。この方法を $675 \div 25$ を例として考えると以下のようなになる。

$$\begin{array}{r} 25) 675 \quad (27 \\ \underline{4} \\ 27 \\ \underline{10} \\ 175 \\ \underline{140} \\ 35 \\ \underline{35} \\ 0 \end{array}$$

・この計算形式も、除数を分解して商を立てる方法が用いられた。そのため計算は相当に長くなった。繰り上がる数を記憶する必要はないが、除数の桁の数が多くなれば計算は非常に長くなって不便である。

◆現在の長除法(例題： $675 \div 25$)

$$\begin{array}{r} 27 \\ 25 \overline{) 675} \\ \underline{50} \\ 175 \\ \underline{175} \\ 0 \end{array}$$

・被除数、被除数から部分積を引いた過程が、位取り記数法にのっとり位を揃えている。また、除数をガレー法のように分解して考えるのではなく、ひとつのまとまりとして見ること、商を立てている。

<見解>

ガレー法は、一つの商を導き出すのに長い手順が必要で、計算式がとても長大なものになる。また、全ての計算過程が示されるが、非常に長く時間も紙面も面積をとる。しかし、昔の人にとっては、商を立てるために、被除数、除数を分解して考えるということは画期的であったのではないだろうか。商の修正こそあれど、現在の筆算のように、被除数の大きい位と除数を比較し商を立てることは共通している。

3 世界の筆算

$\begin{array}{r} 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$	$9/48/5 \times 3$	$\begin{array}{r} 5 \\ 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$	$48:9=5$	$\begin{array}{r} 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$
$\begin{array}{r} 487 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 37 \\ 36 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$	$(37:3)$	$\begin{array}{r} 5 \\ 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$	$(1:1)$	$\begin{array}{r} 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$
$\begin{array}{r} 4879 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 37 \\ 36 \\ \hline 19 \\ 18 \\ \hline 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$	$(37:3)$	$\begin{array}{r} 5 \\ 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$	$(1:1)$	$\begin{array}{r} 48 \overline{) 9} \\ 45 \\ \hline 3 \end{array}$

<見解>

諸外国との比較でも形は違っても、仕組みは同じである。どれも被除数の大きい数から商を立てる手順である。つまり、割り算の筆算において包含除の考え方がされていた。そのように進めていく共通の合理性があるのではないかと考えた。

4 筆算の仕組み

これまでの比較の中から、割り算の筆算においては、包含除の考え方で行われている点、被除数の最高位と除数を比較し、商を立てるという共通点が見られた。また、どれも十進法による位取りはされていたが、ガレー法のように、計算されている数字が、ずれて表記されているものもあった。さらに、仮商の立て方や修正についても考えていく必要性があることに気がついた。

導き出した共通点から、筆算における仕組みを見ていく。

4-1 包含除と十進位取り記数法について

割り算の筆算においては包含除の考え方がなされていることが上述したように明らかになった。この筆算を学習する以前の割り算の学習においては、包含除と等分除という二つの考え方で学んでいる。それぞれの考え方は以下に示す通りである。

《等分除》

・等分除とは同じ数になるように分ける作業である。

(問題)「15 個のあめがあります。5 人に分けると、一人分はいくつになるでしょう。」

(式) $15 \div 5 = 3$

$$15 = 5 \times 3$$

つまり、5 等分した一つ分が 3 である。故に、5 を 3 倍すれば、はじめの数になる。

《包含除》

・包含除とは同じ数ずつ分ける作業である。

(問題)「15 個のあめを 5 こずつ分けると、何人にわけられるでしょう。」

(式) $15 \div 5 = 3$

$$15 = 3 \times 5$$

3 が 5 つある。故に 3 を 5 倍すれば、はじめの数になる。

次に、割り算の筆算において包含除の考え方がなされる理由について以下に述べていく。割り算の筆算では、除数の桁数に関係なく、除数そのものをひとくくりの「かたまり」として見る考えがされている。例えば $678 \div 23$ であれば、ガレー法では「20」と「3」と、除数を分解して考えるのに対し、現在の長除法では、「23」のかたまりとして被除数と見比べ、商立てを行っている。さらに、被除数の大きい数から考えるということがされており、その考え方を数学的に式であらわすと、次のようになる。

$$\boxed{a \div b \quad a = 10b \times k + b \times l}$$

$a > b, k, l = \text{整数} \quad a > 0, b > 0, k > 0, l > 0$

(例題: $72 \div 3$)

$$72 \div 3 \quad 72 = 10 \times 3 \times 2 + 3 \times 4$$

この式には、除数を桁数に関係なく「かたまり」として捉える考え方だけでなく、被除数の最上位から除数を見て商を立てる考え方もできている。これは、十進位取り記数法の考

え方と包含除の考え方を同時に用いるからである。

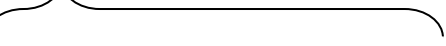
十進位取り記数法は、学習指導要領（平成 11 年 5 月 p74）では次のように定義されている。

「①それぞれの単位の個数が 10 になると新しい単位に置きかえる。〔十進法の考え〕

②それぞれの単位を異なる記号を用いて表すかわりに、これを位置の違いで示す。〔位取りの考え〕」

このことを割り算の筆算にあてはめて考えるならば、被除数の最高位に合わせて商を立てること、位を揃えて被除数と部分積の過程を見やすくすることができることである。今までに述べた包含除の考え方にそのことを合わせ、 $72 \div 3$ という問題で考えると、以下のようになる。

（例題： $72 \div 3$ ）

$\begin{array}{r} 26 \\ 3 \overline{) 72} \\ \underline{60} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$	72 の中に、3 のかたまりがいくつ入っているかを考えるために、 <u>72 の中に、30(3×10)のかたまりがいくつ入っているかを検討する。</u> そのため 70 と 30 を見ることで、つまり 7 と 3 を比較することで商を立てる。
	 十進位取り記数法の考え方  包含除の考え方

つまり、先ほど触れた、被除数の中にいくつかたまりが含まれているかという包含除の考え方に加え、十進法の考えが合わさることにより、 $7 \div 3$ と見ることができるのである。そのため、割り算の筆算は包含除の考えに加え、十進位取り記数法の考えを用いるので、このような数の見方ができるのである。

4-2 仮商をたてることと仮商の修正

見積もりをもとに仮商をたてることを以下に記す。

4 年生「わり算 2」の単元の目標 教科書(わくわく算数 4 上)の指導書の例
 数学的な考え方：見積もりをもとに、仮商の立て方や修正の仕方について考える。

【 $345 \div 21$ の筆算の仕方】

$21 \overline{) 345}$ ← 『百の位の計算』… $3 \div 21$ だから、百の位に商はたたない。

$21 \overline{) 345} \begin{array}{c} 1 \\ \end{array}$ ← 『十の位の計算』… $34 \div 21$ で、十の位に商 1 を立てる。

$$\begin{array}{r} 21 \\ \underline{21} \\ 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 16 \\
 21 \overline{) 345} \\
 \underline{21} \\
 135 \\
 \underline{126} \\
 9
 \end{array}
 \leftarrow \text{『一の位の計算』} \cdots 5 \text{をおろす.}$$

135 を 21 で、一の位に商 6 を立てる. $135 \div 21 = 6$ あまり 9

<見解>

この中には、見積もりをもとにした仮商の立て方を考えることの説明は見当たらない.
 また、 $345 \div 21$ をどのように考えると商がでてくるのか考えにくい. そのため、どのような見積もりをすることがよいのかわかれば、商を立てることの理解は、確実になるのではないだろうか. 見積もりをもとにして、仮商をたてることや、「仮商の修正の仕方」という数学的な考え方を見ていくことも必要となる.

例えば、 $678 \div 38$

$$\begin{array}{r}
 17 \\
 38 \overline{) 678} \\
 \underline{38} \\
 298 \\
 \underline{266} \\
 32
 \end{array}$$

① $6 \div 38 \rightarrow \times$
 ② $67 \div 38$ として商を立てる※

※見積もりをもとにして仮商を立てる.

① 数をまとめる.

$678 \rightarrow 700$ とみる.

$38 \rightarrow 40$ とみる.

② 仮商の見積もり(暗算をする.)

$700 \div 40$

$= 70 \div 4$

仮商は 10

→計算のきまりを使い、10 でわれば、式が簡単になる.

$4 \times 20 = 80$ となって大きすぎるから、20 はとれない.

ただし、10 は取れるな.

③ 計算する.

$38 \times 10 = 380$

$678 - 380 = 298$

④ 数をまるめる.

298→300 とみる.

38→40 とみる.

⑤ 仮商の見積もり(暗算)をする.

$$300 \div 40$$

$$= 30 \div 4$$

→計算のきまりを使い, 10 でわれば式が簡単になる.

仮商は 7

$4 \times 8 = 32$ になっておおきすぎるから, 8 はとれない.

ただし, 7 はとれるな.

⑥ 計算する.

$$38 \times 7 = 266$$

$$298 - 266 = 32$$

これを筆算に表すと, <省略された筆算>になる. 形式的に省略されたことを認めること
によって<省略した筆算>となる.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 10 \\ 38 \overline{) 678} \Rightarrow \quad 38 \overline{) 678} \\ \underline{380} \quad \underline{38} \\ 298 \quad 298 \\ \underline{266} \quad \underline{266} \\ 32 \quad 32 \end{array}$$

<見解>

これは割り算の筆算に入る前に, おおよその商を見積もることに有効かもしれないが,
実際の割り算の筆算の中では, 以下のような見積もりがされてあると考える.

$$\begin{array}{r} 17 \\ 38 \overline{) 678} \\ \underline{38} \\ 298 \\ \underline{266} \\ 32 \end{array}$$

① $6 \div 38 \rightarrow \times$

② ※ $67 \div 38$ として商をたてる. (上述したように十進位取り記数
法, 包含除の考えに基づき, 被除数と除数を比較する.)

③ 「仮商の見積もり」

$67 \div 38 \rightarrow 6 \div 3$ と見て, おおよそ 2 が立つと考える.

その後, 除数に「8」にかけて, 繰り上がりの数を考えるために商の

修正を考える.

実際に、筆算で計算する際には、このように仮商の修正が行われていると考える. そのため、割り算の筆算をとく上で、見積もりをもとにして、仮商をたてることや、「仮商の修正の仕方」という数学的な考え方を児童自身が、見ていくことも必要となると考える.

5 割り算の筆算の全体の指導の流れ

次に、実際に教科書（わくわく算数4上 啓林館）での割り算の筆算の指導法の流れについて検討してみる.

4年生（上）では、除数が一桁の割り算の筆算、4年生（下）では除数が二桁の割り算の筆算が取り扱われている. 被除数、除数ともに桁数が変わることによってどんな変化が見られるのかを見ていく.

4年生（上）

4年生（下）

- ① ≪2桁÷1桁≫ ② ≪3桁÷1桁≫ ③ ≪2桁÷2桁≫ ④ ≪3桁÷2桁≫
除数が一桁 →→→ 除数が二桁

① ≪2桁÷1桁≫

$$\begin{array}{r} 24 \\ 3 \overline{)72} \\ \underline{6} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

・包含除・十進位取り記数法を基に先にあげたように
 $a \div b$ $a=10b \times k + b \times l$ で考えると,

$$72 \div 3 = 24$$

$$72 = 10 \times \boxed{3} \times 2 + \boxed{3} \times 4$$

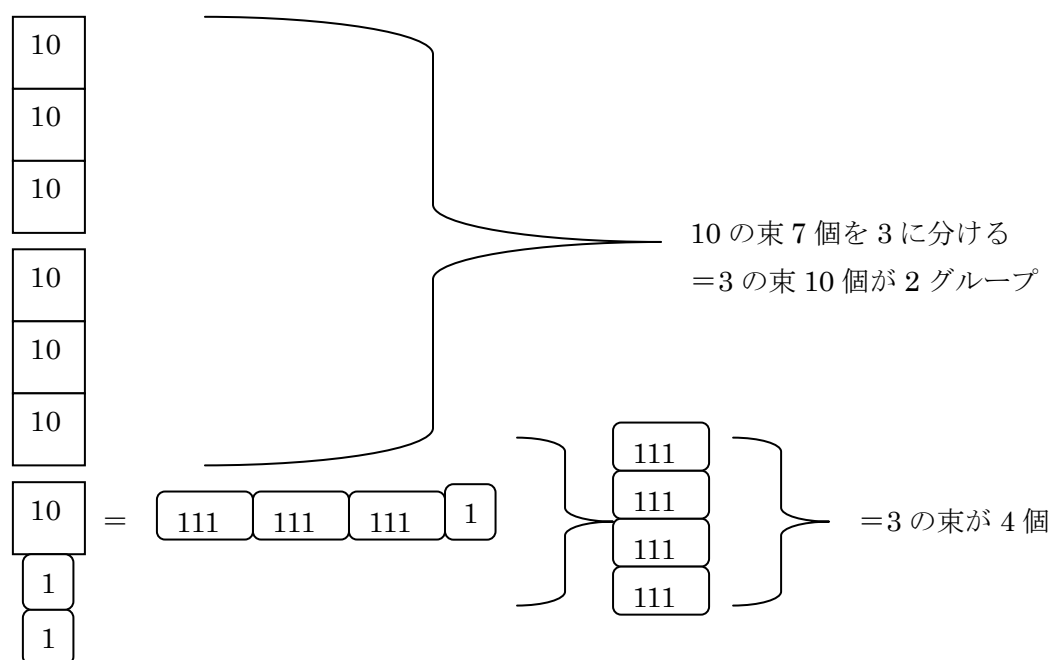
$$72 = 60 + 12$$

となる.

そのため、式に「10」とあるように、十進法の考えで「3」を「30」というかたまりで見ることができる. 更に、包含除の考えのもと、被除数の最高位数である7（70）の中にいくつ入っているかを考えることができる. そのため、70と30と見ることができ、被除数の十の位を先に見て、 $7 \div 3$ と見ることができる.

そして、商2を十の位に立てた後、被除数から部分積を引き、その差である12を、さらに3で割るために、商4を一の位にたてる.

図的モデル



・図に表すことで，割り算の筆算の考え方について考察しようとしたが，考えのもととなる根拠を見つけることができなかった．

② ≪3桁÷1桁≫

この場合も上記と同様に十進位取り記数法の考えに基づき行う。

③ ≪2桁÷2桁≫

$$\begin{array}{r} 4 \\ 24 \overline{)96} \\ \underline{96} \\ 0 \end{array}$$

$a \div b$ $a=10b \times k + b \times l$ で考えると,

$$96 \div 24 = 4$$

$$96 = \boxed{24} \times 4 \quad (\times 1)$$

となる。

①, ②と異なり, 除数が二桁である。

除数が二位数になった場合, 「20+4」と見るのではなく, 「24」としてみた方が, 商を立てる際に, 繰り上がりの数を考慮して, 正確な仮商をたてることができる。

次に, $96 \div 24$ の筆算の中で商を立てる際の見積もりは, 以下のよう
に考える。

→ $9 \div 2$ を考え, おおよその数 “4” を求める。

→ おおよその数 “4” は正しいのか。

→ 24×4 をしてみる。 $24 \times 4 = 96$ よって, 商が4で当てはまる。(仮商の修正はなし)

この問題のように, 除数が2桁だからこそ, おおよその数を求めることがより必要となる。さらに, 場合によっては仮商の修正について考える必要がでてくる。以下に仮商の修正が必要な例を挙げる。

※

$$\begin{array}{r} 3 \\ \cancel{4} \\ 23 \overline{)91} \\ \underline{\cancel{92}} \\ 69 \\ \underline{69} \\ 22 \end{array}$$

仮商の修正が必要な場合(例)

$$90 \div 20 \rightarrow \text{およそ } 4 (\text{仮商})$$

$$23 \times 4 = 92$$

$$91 (\text{被除数}) < 92 (\text{部分積}) \rightarrow \text{修正が必要}$$

商に3をたてる。

④ 《3桁÷2桁》

$$\begin{array}{r} 42 \\ 23 \overline{)984} \\ \underline{92} \\ 64 \\ \underline{46} \\ 18 \end{array}$$

①の考え方を利用しているため、 $98 \div 23$ と考えられる。

更に、除数「23」をひとくりとして、おおよその数を立てる仮商の見積もりをし、商を立てている。これは、②の考え方を利用している。

・包含除および十進位取り記数法を基に考えると、

$$a \div b \quad a = 10b \times k + b \times l$$

$$253 \div 23 = 11$$

$$253 = 10 \times \boxed{23} \times 1 + \boxed{23} \times 1$$

$$253 = 230 + 23$$

のように、「23」をひとくりとして見る。

<見解>

上述したように、ガレー法においては、被除数・除数ともに位ごとに分解して考えているが、現代の割り算の筆算における、除数が二桁の場合では、「除数」そのものをまとまりとして考える。これは長除法との大きな違いである。

割り算の筆算では、2桁÷2桁の方法が習得できれば、被除数・除数の桁数に関わらず、その考え方で問題を解決する事ができると考える。それは、2桁÷2桁の中までに、十進位取り記数法の考えや、除数をひとくりとしてみる考えができているからである。

これらのことを踏まえた上で、単元の構成を考える。

6 単元計画

6-1 単元のねらい

- ・筆算を自ら作っていく中で、被除数の最高位数から見て商立てをできるようになる。また、十進位取り記数法に基づき、被除数と除数の位を見比べて商立てをできるようになる。

6-2 単元の流れ

第一次 割り算の筆算の原理を知る

時	指導内容	本時の目標	問題
1-2 本時	・いろいろな割り算の筆算の解法の共通点と相違点. ・割り算の筆算における商の立て方. ・長除法	・既習事項を基に、割り算の筆算を作る. ・十進位取り記数法と包含除の考え方を基に、被除数と除数の位を比較して商立てができる.	「 $78 \div 3 = 26$ です. この問題を、筆算を使って考えるとどんな考えができるかな.」
3	・演習	・前時の学習を基に長除法を用いて、割り算の筆算の学習の定着を図る.	・2桁÷1桁 ・3桁÷1桁 例) $112 \div 7 = 16$ $711 \div 3 = 237$ ※数値設定の理由
4	・被除数と除数の桁数の関係による商の立て方ー①	・被除数と除数の位を比較して商立てすることができる.	商が二位数. ・商が二位数 例) $336 \div 16 = 21$ $744 \div 24 = 31$
5	・被除数と除数の桁数の関係による、商の立て方ー②	・被除数と除数の位を比較した上で、およその見積もりを基に、商立てをする.	商が一位数. 例) $392 \div 56 = 7$
6	・演習	・既習の学習をもとに、桁数にかかわらず、長除法を用いて割り算の筆算が解けるようになる.	さまざまな商の桁数の計算. 例) $2688 \div 6 = 448$ $3720 \div 248 = 15$

(ア) 啓林館の教科書では、4年(上)で割り算の筆算(2桁÷1桁, 3桁÷1桁)を計算し、4年(下)では割り算の筆算(2桁÷2桁, 3桁÷2桁)を取り上げられていた。しかし、私たち筆算の割り算グループは(上)(下)の分類を取り除き、一

気に $2 \text{ 桁} \div 1 \text{ 桁}$ から $3 \text{ 桁} \div 2 \text{ 桁}$ まで取り上げる事とする。

※数値設定の理由

$112 \div 7 = 16$ では除数 7 を 70 と見て商立てをするのに対し、 $711 \div 3 = 237$ では除数 3 を 300 と見て商立てをすることが求められる。このように、被除数と除数の関係によって数の位の見方を変えることを、児童に実感してもらいたいと考えたため上のような数値を設定した。

7 本時の指導案

7-1 本時の目標

いろいろな割り算の筆算の解法を比較・検討した上で、割り算の筆算における、包含除と十進位取り記数法に基づく商の立て方を習得する。

7-2 本時の問題設定

【本時の問題】

『 $78 \div 3 = 26$ です。この問題を、筆算を使って考えるとどんな考え方ができるかな。』

【数値設定の理由】

①被除数の一の位の数が、除数の一の位の数より小さい。

②被除数の一の位の数と除数の一の位を、割った際に余りがでる。

→子ども達が既習の事項を用いて行う割り算の筆算は 1 の位から順に計算していくものであると予測できる。そのため、 $48 \div 3$ の問題では、 $8 \div 3 = 2 \cdots 2$ と計算すると予想される。この時点で余りが出ても計算可能であるが、最上位数から計算する事で余りを考える必要性がなくなるというより簡単な方法であるということを実感しやすい。

③筆算の必要性を感じる数字、つまり数値が既習の九九で解けるものでない。

→ $48 \div 3$ は計算過程の中で、2 回九九を用いて計算する必要がある、子ども達が計算により困難を感じると考えられる。さらに、おおよその見積もりでできる数、また見積もりでできる数から近いもの($87 \div 3 \rightarrow 90 \div 3$ で 30、おおよそ 29。)でない方が好ましい。

7-3 本時の期待される数学的活動

A：最初に被除数の一の位と除数を見て商立てを検討する。

B：被除数に、できるだけ近い部分積を求めるために、商立ての際九九を用いて解く。

C：十進位取り記数法をもとに被除数の位に合わせて商を立てる。

7-4 本時の展開

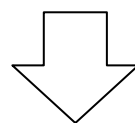
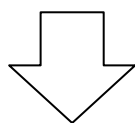
活 期待される児童の数学的活動 **支** 教師の支援 **意** 教師の意図

<第1時>

問題の提示

『 $78 \div 3 = 26$ です。この問題を、筆算を使って考えるとどんな考え方ができるかな。』

意 26 という答えを求める事を目的にするのではなく、筆算を作ることに焦点化したい。



自力解決A-1

活 最初に被除数の一の位と除数を見て商立てをする。

(活動例1) 被除数の一の位 $8 \div 3$ から見る。

$$\begin{array}{r} 78 \\ \div 3 \\ -6 \quad \times 2 \\ \hline -60 \quad \times 20 \\ \hline 12 \\ -12 \quad \times 4 \\ \hline 0 \\ 20 + 2 + 4 = 26 \end{array}$$

支 いままでの割り算どこからみてきた？

意 被除数をかたまりとしてみる事を意識させたい。

自力解決A-2

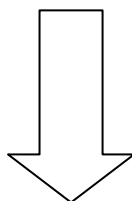
活 最初に被除数の一の位と除数を見て、被除数の十の位から数を借りて、商立てをする。

(活動例) $8 \div 3$ が割り切れないため、10 借りてくる。

$$\begin{array}{r} 78 \\ \div 3 \\ -18 \quad \times 6 \\ \hline 60 \\ -60 \quad \times 20 \\ \hline 0 \\ 6 + 20 = 26 \end{array}$$

支 いままでの割り算どこからみてきた？

意 被除数をかたまりとしてみる事を意識させたい。



自力解決B

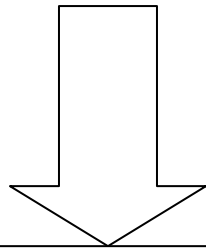
活 78 をひとくくりとしてみる.

支 もっと考えやすいかたまりはないかな.

意 包含除の考え方をを用いる事でより簡単に計算する事に気づかせたい.

(例 1)

$$\begin{array}{r} 78 \\ \div 3 \\ \hline -27 \times 9 \\ \hline 51 \\ -27 \times 9 \\ \hline 24 \\ -24 \times 8 \\ \hline 0 \end{array} \quad 9+9+8=26$$



自力解決C

活 十進位取り記数法をもとに, 被除数の位に合わせて, 除数の位を考え, 商立てをする.

支 3 をもっと大きい数のかたまりとして考えることができないかな.

意 包含除に加え, 十進位取り記数法の考え方につながるような商立てに気づかせたい.

(例 1)

$$\begin{array}{r} 78 \\ \div 3 \\ \hline -30 \times 10 \\ \hline 48 \\ -30 \times 10 \\ \hline 18 \\ -18 \times 6 \\ \hline 0 \end{array} \quad 10+10+6=26$$

(例 2)

$$\begin{array}{r} 78 \\ \div 3 \\ \hline -60 \times 20 \\ \hline 18 \\ -18 \times 6 \\ \hline 0 \end{array} \quad 20+6=26$$

集団での課題の検討

活 これまで作った筆算の共通点を考える.

○ どのように考えて割り算の筆算をつくりましたか.

①最初に被除数の一の位と除数を見て商立てをする.

(活動例 1) 被除数の一の位 $8 \div 3$ から見る.

$$\begin{array}{r} 78 \\ \div 3 \\ \hline -6 \quad \times 2 \\ \hline -60 \quad \times 20 \\ \hline 12 \\ -12 \quad \times 4 \\ \hline 0 \\ 20 + 2 + 4 = 26 \end{array}$$

(活動例 2) $8 \div 3$ が割り切れないため, 10 借りてくる.

$$\begin{array}{r} 78 \\ \div 3 \\ \hline -18 \quad \times 6 \\ \hline 60 \\ -60 \quad \times 20 \\ \hline 0 \\ 6 + 20 = 26 \end{array}$$

②78 をひとくくりとしてみる.

(例)

$$\begin{array}{r}
 78 \\
 \div 3 \\
 \hline
 -27 \quad \times 9 \\
 \hline
 51 \\
 -27 \quad \times 9 \\
 \hline
 24 \\
 -24 \quad \times 8 \qquad 9+9+8=26 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

③ 十進位取り記数法をもとに，被除数の位に合わせて，除数の位を考え，商立てをする.

(例 1)

$$\begin{array}{r}
 78 \\
 \div 3 \\
 \hline
 -30 \quad \times 10 \\
 \hline
 48 \\
 -30 \quad \times 10 \\
 \hline
 18 \\
 -18 \quad \times 6 \\
 \hline
 0 \qquad 10+10+6=26
 \end{array}$$

(例 2)

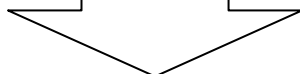
$$\begin{array}{r}
 78 \\
 \div 3 \\
 \hline
 -60 \quad \times 20 \\
 \hline
 18 \\
 -18 \quad \times 6 \\
 \hline
 0 \\
 20+6=26
 \end{array}$$

支 ①②③の考え方の中に，共通点はあるかな．途中の式の中でなにか気づいたことはない．

意 78 の中に 3 がいくつ入っているかという考え方（包含除）に気づかせたい．

意 位取りにそって，被除数から部分積を引く一連の過程を表記していることに気づかせたい．

第二時へ



<第2時>

集団での課題の検討

活これまで作った筆算の相違点を考えることで、包含除の考え方に加え、十進位取り記数法の考え方を知る。

○ 前回あげてもらった筆算の途中の式(上記①②③)の異なる点はなんでしょう。

・ ①は、78を70と8と分解して考え、商立てを行っている。そのため、①における2という数字は、 $8 \div 3$ の商をさしている。一方で、②は、被除数を78というまとまりで捉えることができています。つまり、78の中に3のかたまりがいくつ分できるかという考えができています。(①と②の相違点)

・ ②は3というかたまりが78の中に、何個入っているか包含除の考えで商立てをしているのに対し、③はそれに加え、除数の3というかたまりを、十進位取り記数法に基づいてより大きな30と見ることができているため、7と3を見て商立てができる。

(②と③の相違点)

意包含除に加え、十進位取り記数法の考え方に基づいた商立てに気づかせたい。

十進位取り記数法に基づいて商を立てることで、被除数の最高位数と除数を比較し、商立てをすることができる。

・ これまでの問題の解決の過程を振り返り、現在用いられている長除法を示す。

◆ 参考文献一覧

Japan Society of Mathematical Education 算数教育 数学史ガレー割算

社団法人日本数学教育学会, 日本数学教育会誌 (vol.40,No.6,pp87-90)

社団法人日本数学教育学会, 算数教育 (vol.2,No.1,pp8-10)

文部科学省 「小学校学習指導要解説 算数編」東洋館出版社, 平成 11 年 5 月

清水静海・船越俊介 ほか 41 名 「わくわく算数 4 上」 啓林館, 平成 16 年

大矢真一 「整数の概念と計算」新興出版社・啓林館, 1958 年

【参考資料】

(シリウス静岡教育サークル・森竹高裕)

<http://homepage1.nifty.com/moritake/sansu/4/4wari1.htm>