

パターンの科学としての数学観に基づく算数・数学教授学に関する研究

児童・生徒の数学的な見方・考え方と問題解決学習に焦点をあてて

A Study on Didactics of Mathematics Based on Perspectives of the Science of Patterns : Focus on Students' Mathematical Way of Thinking and Problem Solving

学習科学分野

前田 静香

1. 研究の目的

算数・数学教育において、育てたい数学的な見方・考え方の明確化、実践される問題解決学習の質的保証は避けられない課題である。算数的活動、数学的活動が行われる根幹にあるものが「数学的な見方・考え方」であり、それらの活動が実践される場が「問題解決学習の授業」である。授業を創る場合、そこで何を教えるか、どんな方法・手法をとらせるか、学習者の実態は、とさまざまなことに考えを巡らせる。しかし、なぜそれを教えるのか、どうしてその題材なのか、なぜその活動なのかとその教育的価値を考えることは大変難しい。しかし、それらが議論されなければ、真に算数・数学教育の価値を考えることはできないともいえる。そのためには、算数・数学教育を支える数学観が必要不可欠である。

本研究では、数学的な見方・考え方と問題解決学習を数学的・教育的に価値づけることのできる数学観として、「パターンの科学としての数学観」に着目した。そして、我が国の算数・数学教育においてパターンの科学としての数学観に基づく算数・数学教授学を構築することを目的としている。目的の達成のために、本研究では以下の4つの研究課題が導出され、すなわち、

研究課題 A：数学的認識論の本性として、パターンの科学としての数学観が認められるか

研究課題 B：パターンの科学としての数学観に基づけば、我が国の算数・数学教育はどのように捉えなおされるか

研究課題 C：算数・数学教育におけるパターンはどのように定義され、パターンの探求ではどのような様相が認められるか

研究課題 D：パターンの科学としての数学観に基づく算数・数学教授学の構築に向けて、パターンとパターンの探求の様相はどのような連関モデルとして示されるかである。

2. 研究の結論と残された課題

本研究で取り扱うパターンの科学とは、数学の捉え方である。W.W.ソーヤーは「数学とは、可能なすべてのパターンの分類と探究である」(1960, p. 6)とし、自然界に現れるパターン、人間の精神によって発明されたパターン、ほかのパターンから作られたパターンを理解しようとする探究的科学としての数学を認めることができる。P.キッチャーの認識論にもとづけば、このパターンの科学としての数学観、つまり我々が様々な対象に対してパターンを認めること、またパターンとみなしたものを数学として構成することが可能であることが明らかになった。

パターンの科学としての数学観によって、学習者はもちろん、教師にとっても数学は自ら作り出すことのできるものとして捉えられることが明らかとなった。つまり、学習者は対象を探究し、数学を構成する行為を通して数学的な見方・考え方を育み、教師はこの数学観に基づいて学習の内容及び活動に教育的価値を付与する分析的な視点が得られる。またパター

ンの科学として算数・数学の内容を俯瞰することは、その特性から横断的に内容を捉えることが可能であり、また学習を長期的な視点で保証することが可能である。

一般的に数学をパターンの科学として捉える場合、数のパターン、計算のパターン、幾何学的なパターンというように対象に依存するパターンを探究するものとして位置づけられる。一方で本研究が着目したのは、「数学をパターンの科学」とするとき認められる対象の認識と探究的活動である。よって我が国の算数・数学教育においてパターンの科学としての数学観を採用する場合、一般的な対象に依存するものとしてのパターンではなく、対象の捉え方としてパターンの定義が行われる必要があることが明らかとなった。

結果として、本研究では4つのパターンを定義した。

集合のパターン(PS)：	様々な種類のものの集まりの中で共通するものを認識することで認められるパターン
対応のパターン(PF)：	一意対応するものを認識することで認められるパターン
増減のパターン(PID)：	対象の数量的変化を認識することで認められるパターン
移動のパターン(PM)：	対象の動的变化を認識することで認められるパターン

これらの捉え方で対象を認識することで対象をパターンとして認識することが可能になる。4つのパターンは独立するものではなく、相互に補完するものである。また得られたパターンを対象としてさらに探究することで新たなパターンとしてみなすことのできる可能性も含んでいる。以上の事柄をもとに、本研究では「パターンとパターンの探究の様相の連関モデル」(図1)を構築した。

本モデルは教師が授業を設計する際、自力解決の設定や、教材を研究する際の手がかりとなるだけでなく、支援を行う場や内容についても分析することができるモデルである。

算数・数学教育が価値ある教育となるためには、質の高い授業が行われ、学習者の豊かな思考が育まれていく必要がある。しかしながら、これまでの算数・数学教育においてその様な授業を実践することが可能であった教師はほんの一握りであったのではないだろうか。その背景には、実践にお

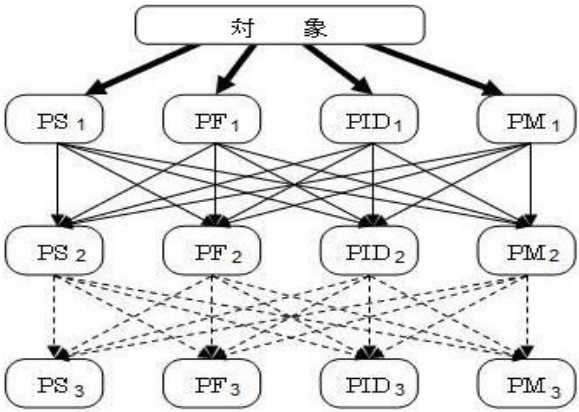


図 1

いて教師が算数・数学教育に関する研究をもとに十分に授業を設計することができなかった事にある。先行研究にて主張されてきたことを理解し、教材を分析する力のある教師のみがなし得てきた問題解決学習を、新たにパターンの科学としての数学観として提起することで、すべての教師が教材を分析すること、授業を設計することに取り組むことができると考える。本研究の成果は教材に対する捉え方、授業設計の際の分析的な視点の提案を行った点にあり、本研究が我が国の算数・数学教育のさらなる発展の一助となることができれば幸いである。

今後に残された課題としては、本研究において導出された、算数・数学教育における対象の捉え方としての4つのパターンと構築されたモデルについて、理論的な分析は行っているが実証的な検証がなされていないことである。今後、実証的な研究が行われることで理論的な分析では明らかにならなかった問題点を加味し、さらなる理論の精緻化が行われる必要がある。