

## 算数の学習指導における図の役割に関する研究

鳥取大学地域学部 安井紗笑

指導教官 溝口達也

**本論文章構成**

## 第 1 章 研究の目的と方法

## 1.1 研究の動機

## 1.2 研究の目的と方法

## 第 2 章 事例を通した研究課題の導出

## 2.1 小学校第 2 学年の児童における

## 問題解決の事例

## 2.2 解釈枠組みにおける事例の構築

## 2.3 事例の考察に基づく研究課題の導出

## 2.4 研究課題の吟味

## 第 3 章 図に関する基礎的考察

## 3.1 先行研究における図の捉え方

## 3.2 先行研究の検討

## 第 4 章 テープ図導入場面における授業設計

## 4.1 テープ図導入場面における教科書比較

## 4.2 先行研究からみるテープ図の表現

## 4.3 授業設計

## 第 5 章 テープ図の学習が問題解決の態度に

## 与える影響に関する考察

## 5.1 調査の概要

## 5.2 調査の結果

## 5.3 調査の分析

## 5.4 研究課題における調査の考察

## 第 6 章 本研究の結論と今後の課題

## 6.1 本研究の結論

## 6.2 今後の課題

**1. 本研究の目的と方法**

算数・数学教育の問題解決における図の役割については、これまでにもいくつかの研究で述べられている(例えば, 布川,2000;Van Essen, G.& Hamaker, C,1990). そして学習場面においては, 問題解決に図の活用が有効

と認められ, 様々な図が使われている. しかし, 問題解決の現状を見ると, 自分の把握した状況を図によって操作できなかつたり, 図が提供されても活用できないことがある. 筆者はそこに問題があると考えた.

だが, ひとことで図と言っても, 様々なものがある. その中でも, 実際に学習指導で扱われている図は, やはり指導すべき理由があると考えられる. そこで, 学校教育の初期の段階で学習されており, 今後の問題解決にも大きく影響を与えると考えられる, テープ図に焦点を当てて研究を行う. テープ図は具体的な操作と関連が深い反面, 子どもにとっては抽象化の大きな困難も伴う. そこで, テープ図の役割を明らかにしていくとともに, その有効性が十分に発揮されるためのテープ図の学習について, 明らかにしていくことが求められる.

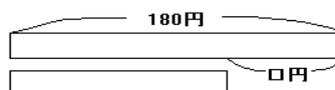
**2. 事例を通した研究課題の導出****2.1 Y 小学校児童の問題解決の事例**

Y 小学校での放課後学習の事例をもとに研究課題の導出を行う. 本事例は, 第 2 学年の児童の解決の様子である.

問: お菓子を買いに行くと 180 円のチョコレートがありました. キャラメルはチョコレートより 50 円安いそうです. 次の問題に答えましょう.

①下の図の□に数字を書きましょう.

②キャラメルは何円になるでしょうか.



しき

こたえ( )

児童は、②の問いに関しては解決し答えを出していたが、①の問いに対しては空白であった。そこで、問いかけを行うと、問題が意図するテープ図を理解できていないような反応が見られた。児童は、テープ図の学習を終えているはずだったが、この問題の図を利用して解くことができなかった。

## 2.2 解釈枠組みにおける事例の構築

児童の反応をもとに思考過程を解釈していく。しかし、実際の児童の思考過程を断定することはできない。そこで、複数通りの解釈が考えられるが、何通りの解釈が妥当であるかを明らかにするため、解釈の枠組みを構築する必要がある。以下、枠組みを構築し、それに沿って解釈を行う。

		テープ図の機能	
		理解している	理解していない
演算決定 における 態度	正しく 行おうと している	A (解釈①)	B (解釈②)
	正しく 行おうと していない	C (解釈③)	

< 図 2-1 事例解釈の枠組み >

「テープ図の機能」と「演算決定における態度」を枠組みの軸に設定する理由は次の通りである。前者に関しては、問いかけの中で、児童が問題①の解答欄に 130 と入れ、その解答欄が示すものを「キャラメル」とした理由が明らかになると考えたからである。また、後者は、問題に取り組む姿勢を明確にすることで、児童の解決に意図や根拠があったのかを明らかにできると考えたためである。

以上より A,B,C の 3 通りを同定し、それ

ぞれを解釈①,②,③として、考察を行う。

## 2.3 事例の考察に基づく研究課題の導出

### 2.3.1 テープ図を媒介とした引き算の統合

解釈①で児童は 1 本のテープ図として捉えたと考えると、50 円の意味は問題の意図するものとは異なってくる。児童が、結果的に式から図という流れで取り組んだことで、式から連想されやすいのは求残となる。キャラメルの値段が出た後に問題のテープ図の上 1 本だけを見ると、180 を 130 と 50 に分ける求残を意識させる図とみることができ「130」と答えたと解釈できる。このように児童が「求差=2本のテープ図」「求残=1本のテープ図」という認識になっているのならば、1本のテープ図と2本のテープ図との統合を図り、テープ図導入の場面で、求差と求残の問題の両方を教材し、統合を図るべきであると考えた。そこで課題 I を次のように設定した。

課題 I : 引き算の問題を対象としたテープ図の導入授業はどうあるべきか

### 2.3.2 問題解決に有効な図

解釈②では、イメージで問題構造を把握しているが、それを問題のテープ図で表現できなかったと考えられる。また、解釈③では、児童が捉えたテープ図と問題が意図するテープ図が違うものであったと考えられる。解釈①も含め、いずれについても言えることは、用意された図を形式的に利用するのでは、その図は問題解決に有効に活用されないということである。つまり、自分の考えが表現され、その情報を読み取ったり、操作できたりする図でなければならない。そこで、筆者は、児童の考えが反映された図が問題解決に有効となるよう、表現を指導する必要があると

考え、課題Ⅱを設定した。

**課題Ⅱ：児童の発想を基にしたテープ図の指導はどのようなものか**

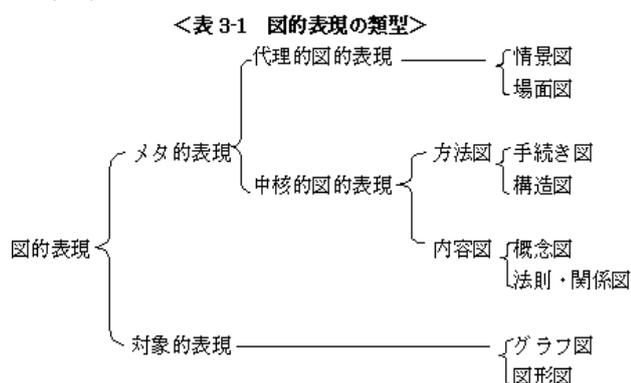
**2.3.3 演算決定の態度と図の関係**

解釈②の場合、問題文を読解せずに数値のみを取り上げ立式したと考えられる。演算決定を正しく行おうという態度に欠けているならば、式の根拠を明らかにしながら問題を解決する態度を育てる必要がある。そこで、問題解決に有効な図を経験することが、問題解決に取り組む態度を変容させ、正しい解決に繋がるのではないかという仮説を立て、課題Ⅲを設定した。

**課題Ⅲ：テープ図の指導が問題解決の態度を変容させ得るか**

**3. 図に関する基礎的考察**

中原(1995)は、図的表現の類型(表 3-1)を学習指導の方法上に用いられるメタ表記と、学習の対象となる対象表記とに分類した。また、それぞれの図的表現がどの場面で使われるのかを情景図や場面図等にひとつひとつ分類した。

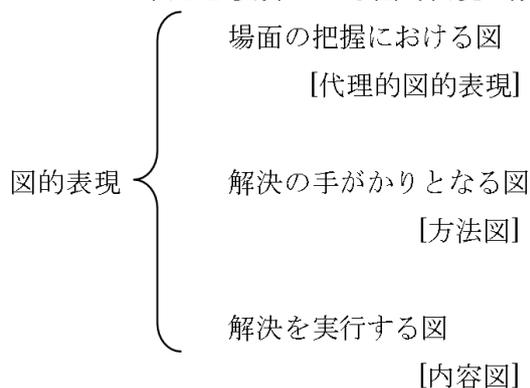


だが、筆者は学習指導の立場に立った分類こそが意味のある分類と考える。そのため、曖昧な部分や分類の必要性が感じられない部分について、再構成を行った。そして、中原氏の分類を読み換え、表 3-2 のようにまと

めなおした。

分類より、3つのどの場面でも利用できる図が、子どもに指導すべき価値のある図と考えることができる。そして、そのひとつがテープ図であるという示唆が得られた。

<表 3-2 安井による図的表現の類型>



**4. テープ図導入場面における授業設計**

課題Ⅰ・Ⅱは、テープ図導入の授業設計を行うことにより考察していく。

**4.1 テープ図導入場面における教科書比較**

現在の学習指導では、テープ図の導入が実際にどのように行われているのか明らかにするため、平成 23 年度版の教科書、計 6 社において、教科書比較を行った。

**4.1.1 テープ図導入場面における問題設定**

教科書比較の結果、全社において第 2 学年でテープ図が導入されていた。また、学校図書以外の 5 社では、テープ図のための単元が設定されていた。

まず、啓林館と日本文教出版では、2 位数 + 1 位数の問題で導入がされている。だが、この演算は 1 年生での既習事項となっている。また、大日本図書と東京書籍では、状況のみを挙げたテープ図を導入している。しかし、テープ図の学習は、本来問題を解く中で

行うべきであると筆者は考える。それは、テープ図は、問題解決のためのひとつの手段であって、テープ図をかくこと自体が目的ではないからである。また、教育出版では、その点を改善し、ある程度の困難を感じる問題場面を設定するために、たし算の問題に逆思考を取り入れていた。

さらに、たし算と求残の問題は全社で扱われているが、テープ図と併せて求差の問題を扱っているのは、3社であった。そして他の3社にも共通して言えることは、たし算と求残は1本のテープ図で表現され、求差は2本のテープ図として区別して表現されているということである。第1学年では、求残も求差も同じひき算として見ることができると学習している。それに対し、テープ図では別の表現となっているのである。テープ図においても、同じとみることができるという学習がされなければ、統合されたとは言えないと考える。

#### 4.1.2 テープ図の表現方法に関する考察

教科書では、たし算(1)・ひき算(1)の単元においてテープ図を挿絵などによって掲載しているところはないが、今後テープ図の表現に発展しそうなブロック図やおはじき図は挿絵に使用されている。テープ図導入場面を見ると、おはじきで表わすより簡単であるという理由で、テープ図の表現に移行を促している教科書もある。しかし、今まで子どもたちが使ってきた身近で扱いやすいおはじき図やブロック図から見慣れないテープ図に移行するというのは、簡単なものではない。つまり、おはじき図やブロック図にはないテープ図のよさを子ども自身が感じられなければならない。そこで、数図ブロックやおはじきなどの図とテープ図の違いを明らかに

する必要がある。

〈おはじきとテープ図の違い〉

○場面の把握における図

おはじきよりテープ図の方が整理されていて関係が見出しやすい。テープ図は大きい数を表わすこともできる。

○解決の手がかりとなる図

テープ図ははじめから未知数として求める数を表現することもできる。

○解決を実行する図

おはじきは数える対象であり、テープ図はそこから演算を決定する対象となる。

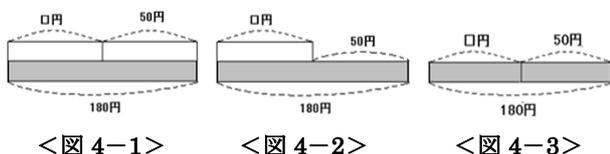
このように、違いはいくつか考えられるが、決定的な違いは「解決を実行する図」における数える対象であることと、演算決定をする対象であることの違いであると筆者は考える。

先にも述べたように、おはじきは数量を表わしており、数えることで数の大きさを把握する。それに対して、テープ図は全体と部分の関係を表わし、演算を決定することができる。つまり、おはじき図の場合、数えることですでに求めたい数量を把握できてしまうため、立式し演算することの意味が見えづらくなってしまっている。加減の演算がまだ定着していない段階においては、数えることによって演算の方法を身につけることも大切である。しかし、今後も加法や減法の必要な場面が出てくるたびに、数えることで答えを求めるのでは、処理しきれない状況も発生する。つまり、数えて答えを求める次の段階として、1位数の加減法の答えをある程度記憶して答えを求める、というものがある。この段階にあるのならば、ここで学習させるべきことは、演算決定の根拠を持っているかということであると考えられる。

## 4.2 先行研究からみるテープ図の表現

### 4.2.1 テープ図からみたたし算とひき算の統合

求差と求残がひとつのテープ図で表現されることで、両者の統合を図ることになるという主張が伊藤(2008)によってもされている。



そして、テープ図の表現としては上の 3 種類が考えられるが、伊藤(2008)の主張を前提にすると、図 4-3 は求差を表わすことが難しいという理由で除外することができる。また、図 4-1 からは、 $\square + 50 = 180$  のたし算が立式しやすく、図 4-2 からは、 $180 - 50 = \square$  のひき算が立式しやすいという違いがある。しかし、図 4-2 は図 4-1 の 50 円にあたるテープを抽象化した、質的には同じものと見ることができる。質的には同じと言えるが、この 2 つの表現もひとつに統合させることで、そこにたし算とひき算の逆演算の関係を捉えることができると考える。そこで筆者は、導入の場面においては、すべての数量がそれぞれのテープで表わされている図 4-1 を使うべきであると考えた。

そして、ひき算の問題で図 4-1 を使った場合、たとえ最初に読み取った演算がたし算であったとしても、式での移行ではなく、図を見て自然に移行の形にすることが可能であると考える。このような活動を通して、ひき算とたし算の関係を捉えることができる。

また、こうして図 4-1 のテープ図を導入するのであれば、ひき算に先行して、演算の読み取りやすいたし算の問題から扱うべきであるという示唆が得られた。

### 4.2.2 テープ図からみた求差と求残の統合

伊藤(2008)の主張にあるように、テープ図は求差も求残も同じ 2 本の図で表し、同じ操作で処理されることで、同じひき算として統合される。しかし、求残は 1 本のテープ図の方が実際の状況と近いものである。そのため、テープ図導入の場面で、最初に求残の問題を対象とすると、テープ図は 1 本でかくものであるという認識になる可能性が考えられ、ひき算では、求差から導入すべきであると言える。

## 4.3 授業設計の方針

以上の考察を踏まえ、授業設計の方針を明確にすると次のことが示された。

- 1) テープ図の表現方法や約束事を教える必要はあるが、問題解決のためのテープ図ということ为前提とした導入。
- 2) おはじき図とテープ図を活用した段階的な指導。
- 3) たし算、求差、求残の順で扱われ、3 つのテープで表現されるテープ図を使った指導。ここで、教えることの重要性を認めた上で、立式し演算することの必要性を感じられるよう、演算を初めて学習する第 1 学年のたし算(1)・ひき算(1)の単元において、テープ図を導入すべきと考える。そこで、(2)に関して教える機能と演算決定の根拠となる機能が段階に応じて読み取れるような、中間的な図(図 4-5)を扱うべきであると考えた。以後、この中間的な図を前テープ図と呼ぶこととする。



<図 4-5 合併のたし算における前テープ図>

前テープ図では、○がおはじきの役割を果たし、数えることで数量関係を把握することができる。また、テープそのものが数量の 2 や 3 を表わす。テープの尖った部分が合併や増加の意味を表現し、演算決定を促すものとなっている。さらに、2 本目の全体を表わすテープ図によって演算の答え、つまり、 $=5$  が示されているのである。

このような、中間的な図を経験することは、おはじき図からテープ図への抽象化の困難を減少させる。また、児童の思考の段階に応じて見るポイントが変わってくるため、児童の発想に基づいたものであると言える(課題Ⅱ)。

以上のような方針で授業設計を行った。

## 5. テープ図の学習が問題解決の態度に 与える影響に関する考察

### 5.1 調査の概要

研究課題Ⅲのテープ図の学習が問題解決の態度にどのような影響を与えるのか示していくことを目的とし、面接調査を行う。

対象者は、鳥取市内公立小学校の第 1 学年児童 4 名とした。鳥取県が扱う教科書では、第 2 学年でテープ図が導入されているため、テープ図学習前の様子を記録できる、第 1 学年の児童を対象に調査を行うこととした。

テープ図を学習する前後の問題解決にあたる様子を記録しその変化を追う。調査は、抽出児童と 1 対 1 で約 15 分間行う。

問題は、テープ図の必要性が感じられるようにするためにも、児童にとって困難のあるものとする。授業では、繰り下がりのあるひき算の学習を終え、かくれた数を考える活動(□のある計算)も少しずつ行っている。そこで、調査問題は逆思考のひき算とした。1 問目は、逆思考の問題を出題し、現段階の問題解決にあたる態度がどのようなものか調査

する。解決後に同じ問題を使って、テープ図の指導を行う。そして、評価問題として 2 問目を出題する。2 問目は、1 問目の解決の様子を見て調査者が選択する。記録した解決の様子や解決後のやりとりを分析することで、問題解決にあたる態度がどのように変化したのか調査を行う。

### 5.2 調査の結果

調査によって次のような結果が得られた。

#### <Case1 被験者りえの場合>

1 問目では正しい答えを出していたが、等式が成り立っていなかった。そして 2 問目では、テープ図を見ながら等号の成り立った立式を行った。

#### <Case2 被験者たくやの場合>

1 問目では計算間違いはあったものの、演算決定は正しく行っていた。2 問目では、手がつけられず、調査者とともにテープ図を操作し解答した。

#### <Case3 被験者えいたの場合>

1 問目では、数図ブロックで計算をしながら立式を行った。2 問目では、テープ図を使って演算決定を行い、数図ブロックを使って演算をした。

#### <Case4 被験者なおの場合>

1 問目で困難なく解決を行い、2 問目でもテープ図を使わずに正しく解答した。その後、テープ図を使って演算の異なる式をもうひとつ立てた。

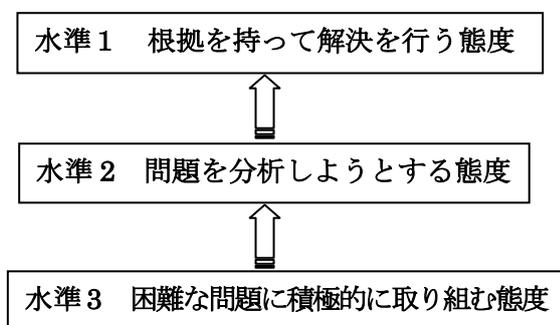
### 5.3 調査の分析

調査の結果をもとに、それぞれの分析を行った。Case1 のりえは、テープ図を使うことによって、演算自体を見直すことができるようになり、その活動を通して演算決定の根拠を探ろうとする態度が身に付いた。Case2

のたくやは、テープ図を自分ひとりで操作し、活用することはできなかった。だが、困難な問題に対しても、テープ図という解決の手段を得たことで、積極的に取り組もうという姿勢が見られた。Case3 のえいたは、数図ブロックを操作することで、演算していたが、そのことが演算決定へ注意を向けにくくしていた。それが、演算決定の手段としてのテープ図を学習することで、問題と式が対応しているかどうか、問題を分析して考えることができるようになった。だが、演算決定を行うことの前段階として、演算がある程度身につけていなくてはならないということが言える。

#### 5.4 分析結果における考察

このように、テープ図を使えるようになることで、3 人の被験者にはそれぞれ問題解決に変化が見られた。しかし、それらの変化を同じように、同等の価値として評価すべきではない。そこで、その変化に応じて、テープ図の学習によって目指すべき、3 つの水準を定めることができた。Case2 からは、困難な問題に積極的に取り組む態度、Case3 からは、問題を分析しようとする態度、Case1 からは、根拠を持って解決を行う態度が導かれた。そして、それぞれを水準 3、水準 2、水準 1 として図に示すことができた(図 5-3)。



<図 5-1 テープ図の学習によって  
得られる態度の水準>

そして、本来ならば、テープ図の学習によって、この道筋をたどって水準 1 まで高めることができるということが言える。テープ図の学習においては、この水準を基準として、児童の問題解決に対する態度を評価し、高めていくことができる。また、調査の分析の結果、テープ図の表現を理解し活用できるようになれば、問題解決にあたる態度も変容することが示された。具体的には、次のようなことが明らかとなった。今回の被験者は小学校第 1 学年であったこともあり、まだ、演算があっているかどうかということに注意が向けられがちであったが、テープ図の学習を通して、演算決定にも注意して考えようという態度が見直すという活動によって見られた。つまり、テープ図は、彼らにとって見直しや確認を促すものとなった。これが、演算決定を行うきっかけになったと言える。

また、Case2 のたくやの分析からテープ図を問題に応じて操作できるようになるには、テープ図を見たり使ったりする経験を積んでいくことが必要であることが示された。さらに、Case4 のなおの分析からはテープ図の有効性を感じるためには、子どもの理解にテープ図が必要となるような問題場面指導が行われる必要があることがわかる。

また本調査では、短時間でテープ図の指導を行ったため、被験者にテープ図が確実に定着したとは言えない。さらに、その指導においても、的確でなかった点もあり、改善する必要がある。本調査では、テープ図の学習が演算決定の態度を変容させるという結果とともに、以上のような点が課題として挙げられた。

## 6.2 今後の課題

本研究では、設計した授業について、実践することができていない。実際に、前テープ図が児童に思考に合ったものとなっているのか、第 1 学年からの導入によって困難とされる点は他にないのか等、実践によって検証することができていない。また、授業設計にも関連して、テープ図の学習によって得られる態度の水準を高めていくための支援を検討できていない。そこで、今後の課題として、支援を検討し、実践を行うことによって本論における主張を検証していく必要がある。

## 引用及び参考文献

- 土居下晃宏・志水廣・植岡利之・一崎満夫 (1986). 問題解決における方略の指導— 絵や図についての児童の実態調査と実践 —. 日本数学教育学会誌 算数教育, 68(4), 18-22.
- 廣井弘敏 (2002). 算数の問題解決における図による問題把握を促す教師の支援について. 上越数学教育研究, 113-124.
- 伊藤説朗 (2008). 算数科の未来型学力=思考力・表現力を育てる授業, 明治図書, 98-104.
- 川又由香 (2006). 図的表現を活用した算数授業に関する研究, 新潟大学修士論文
- 菊池光司 (1996). 算数の問題解決における図的表現の働きに関する研究. 日本数学教育学会誌, 78(12), 334-339.
- 中原忠男 (1995). 算数・数学教育における構成的アプローチの研究, 聖文社
- 布川和彦 (2000). 数学的問題解決における図と情報の生成. 上越数学教育研究, 15, 9-18.
- Van Essen, G.& Hamaker, C(1990). Using selfgenerated drawings to solve arithmetic word problems. *The journal of educational research*, 83(6), 301-312.