

問題解決における学習者の工夫の様相に関する研究

鳥取大学地域学部 小村亮

指導教官 溝口達也

本論文の章構成

第1章、本研究の目的と方法

- 1. 1 研究動機と目的
- 1. 2 研究方法

第2章、調査の実施

- 2. 1 問題解決過程の調査
- 2. 2 被験者の解決過程
- 2. 3 問題解決過程の分析
- 2. 4 調査の考察とリサーチクエス

ションの導出

第3章、先行研究の検討

- 3. 1 ポリアの発見法
- 3. 2 工夫とストラテジー
- 3. 3 工夫の利用と問題解決

第4章、本研究の結果と今後の課題

- 4. 1 本研究の結果
- 4. 2 今後の課題

1 本研究の目的と方法

本研究は“工夫”というものに焦点をあて、問題解決活動を行う際にそれがどのように活用されているのかを明らかにし、それに沿った問題解決のプロセスを考えることである。また、工夫を行う必要性や問題解決時における位置づけ、学習者に与える効果などを考察していく中で、工夫という学習者の中の見えない思考過程をどのようにして捉えていけばよいのかということを考えていき、自力解決を引き出すことをねらいとしたよりよい指導を考えていくものである。それにより、算数・数学的な活動の質のさらなる向上につながると思う。

以上の目的を達成するため、本研究では以下のような方法をとる。本研究で工夫について議論するため、まず、従来漠然と使用されている「工夫」というものを再定義する。事前に調査を行い算数の問題解決過程を観察することにより、解決時に解決者はどのような思考をもって問題を解いているのか明らかにする。解決者が問題の解決においてどのような方略をどのように用いるかに焦点を当てながら分析する。そして問題解決過程を分析していくことで、まず「工夫」とは何かを定義し、そこから本研究での工夫に関するリサ

ーチクエスチョンを導出していく。

リサーチクエスチョンを達成しているために、これまでの先行研究において為されたストラテジーや方略指導のアプローチの手法について吟味し、本研究におけるリサーチクエスチョンを考察する。そして、考察から得られた問題解決過程に対する分析に基づいて、工夫を捉えていく。

2 リサーチクエスチョンの導出

上述のとおり、解決時に解決者はどのような思考をもって問題を解いているのか明らかにするための調査を行った。この調査は算数の解決過程における特性を考察し、現象としての「工夫」がどのように表れているかを特定しようとするものである。そして問題解決過程を分析していくことで、「工夫」とは何かを定義し、「工夫」を考察するためのリサーチクエスチョンを導出していく。

この調査、分析から、次のような疑問が浮かび上がってきた。

○児童が問題の中の情報を分析して新たなパターンを作り上げる中で、子どもたちを問題の何に注目させるべきなのか。【課題1】

○子どもたちが問題を工夫して解いている際に、教師はどのような支援が必要なのか。

【課題2】

○工夫を導く際、何が大切になるのか。【課題3】

「工夫すること」を今後考えていく際これらのことをリサーチクエスチョンとして置き、考察し明らかにしていく。

3 先行研究の検討

3-1 【課題1】

算数・数学教育における問題解決ストラテジーを大須賀康宏・石田淳一氏は、「当面する問題を解決しようとする場合に、助けとなる問題解決の全般的な手順や解法発見の手がかりを与える方法」と捉えている。問題を解くことができないのは、其の問題を解く方法を見つけるための前段階としての「足がかり」が掴めないためであり、その方法を見つけるためのヒントが問題解決ストラテジー、ということである。横山(1990)は、問題解決ストラテジーを「解法の中で主に用いられる考え方や解決の方法」と定義している。シェーンフェルドは、「もし、あるやり方が2度目もうまくでき、そのやり方をうまく使ったことを思い出して、別の似た問題それを使ってみようと考えたときに、そのやり方は方略になる」と述べている。

彼らをはじめとする多くが、問題解決ストラテジーを定義しているが、本稿では、「手がかりを掴むため」の問題解決ストラテジーの役割も重視し、「当面する問題を解決しようとする場合に、助けとなる問題解決の全般的な手順や解法発見の手がかりを与える方法」と定義する。

様々な研究者がストラテジーとして挙げる内容は多岐にわたり、統一されていない。数も相当なものになる。

布川(1988)は、問題解決ストラテジーを、「解法的ストラテジー」と「分析的ストラテジー」の二つの型としてとらえている。解法的ストラテジーを「解法における主要な考え方」とし、分析的ストラテジーを「困難な状況解消のための手だて」ととらえている。また、布川氏以外にも多くが、「問題を解決する際の計画や手順に関するもの」

と「それらの計画や手順を実行するときの具体的な方法に関するもの」といった二つのタイプに分類している。

小林氏らは、以下のように捉えている。

「数学の考え方」とは、数学を生成・発展させていく過程にあらわれる考え方であり、その過程を、(1)数学の問題を開発する、(2)それを解決する、(3)知識を体系化することの3つの場面としてとらえられる。一方、「問題解決の方略」とは、問題を解決する際の構想、着想、方策（手立て）といったもののことをいう」ととらえる。

片桐重男(1988)は、『数学的な考え方の具体化』の中で、G.L.Musser & J.M.Shaughnesseyのstrategiesに関してこのように言及している。「この戦略には、数学的な考え方の特徴と同じものがいくつも示されているし、また表現は異なっているけれども「あの数学的な考え方と同じだ」と読み直せるものが多い。しかし中には、考え方とは考えられない、単なる技能、手順とみられるものもある。」

清水克彦(1982)は、方略を「児童が問題を解決する際にとったさまざまな行動をカテゴリー化したもの」ととらえ、「数学的な知識技能は、そのままでは、単なる概念だが、児童の主体的な問題解決のなかに現れたとき方略となり、問題解決能力を形成するものとなる」と述べている。

以上のことより、問題の内容に応じて戦略が存在するのではなく、初めて挑む状況である問題と既に持っている知識との関係で戦略は考えられなければならないことである。数学的な考え方と問題解決の方法は別のものであり、戦略とは問題に対して発見的にアプローチするものである。したがって、ストラ

ジーをいかに使うかは、経験として積み上げた知識にかかっている。また、既存の知識で及ばない問題に関しては、数学的考え方をうまく使いながら戦略によって補っていくか、もしくは、戦略によって足がかりを得ていくなかで、自身の知識や経験を上手く使い、戦略に乗せていく、そういったことが「工夫」として現れるのではないかと考えられる。

このことから分かることは、戦略を問題解決の知識として持っていたとしても、初めてみるような問題を解決しようとする際の役には立たないということである。児童・生徒は、今までの問題解決から得た経験や知識から類推して、戦略を用いている。つまり、工夫を上手に行っていくには問題解決を通して経験知識を作り上げていくが必要になるのである。

3-2【課題2】

それではどのような戦略の指導方法が有効なのであろうか。

横山(1990)は、小学校6年生を対象に、指導方法の異なる説明的指導プログラムと発見的指導プログラムにより、問題解決戦略の指導をし、その指導効果を調べる研究を行った。「この結果、学力上位群では、説明群・発見群・統制群ともに得点が向上した。学力中位群では、説明群・発見群ともに得点が向上したが、統制群では変化しなかった。学力下位群では、発見群のみ得点が向上し、説明群・統制群では変化しなかった。」と結論を出している。「戦略の指導」は、上位群では説明的な授業でも発見的な学習でもあまり差は見つからないが、下位群では発見的学習のほ

うが効果があるのはこの先行研究から見てとれる。

石田(1998)は、問題解決方略の指導を3年間受けた愛知県額田郡幸田町立幸田小学校6年生を対象に問題解決テストを行い、その成績に基づいて現れた上位群と下位群の子供の問題解決過程について、以下のような結果をまとめた。

- ① 下位群は上位群よりも「パターン発見」方略の選択自体が少なかった。
- ② 図形の規則性発見問題の解決過程において、上位群の「パターン発見」方略の実行手続き（順序よく調べて、変わり方のきまりを見つける手順）はルーチン化されていた。
- ③ 図形の規則性発見問題の解決過程において、素朴な解決方法を見直して効率的な解法を工夫する中で図の構造に着目してパターンを発見し、それを解決に利用する子供が下位群に見られた。
- ④ 文章題の解決過程において、上位群同様に下位群の「表を作る」方略の実行手続き（条件に合う場合を順々に調べる手順）はルーチン化されていた。
- ⑤ 文章題の解決過程において、「パターン発見」方略を使用するために、変化のパターンが現れるように新しい変数を探索する子供が上位群に見られた。
- ⑥ 下位群の子供は不適切な方略を選択すると適切な方略に変更することが困難であった。

これらの結果から、問題解決方略の指導方法の改善にあたって、次のようなことを述べている。

- ① 問題解決方略の指導は数学的な見方・考え方の指導と関連づけて行う。
- ② 「評価・改善」活動を重視した問題解決

方略の指導を行う。

- ③ いろいろなパターンを見つけることができるように指導する。
- ④ パターン発見のために新しい変数を設定することを指導する。
- ⑤ 見つけたパターンの意味を考えることを指導する。

問題解決の経験や問題解決のための知識が豊富にある問題解決者であれば、「問題に表れている特徴を活かす」という題目のもと、なんとか問題解決まで辿りつけるかもしれない。しかしそれには、それぞれの問題場面や基礎知識、そして前述のように自分の知識や経験を軸にした解決が必要であることを示唆しているのである。したがって、逆に、問題解決の経験が少ない、もしくは学力下位の問題解決者になると、1つ1つ違った問題特有の解法を覚えてしまうことになり、ストラテジーは「やり方」になってしまうのである。問題解決の能力を増すための足がかりを示しているはずが決まった「やり方」になってしまい、問題解決能力を育てることにつながっておらず、単に教師や他の児童・生徒の解決方法の模倣となり、単に解決方法の暗記となってしまう事もある。つまり学力下位群では、問題解決場面での豊かな経験や知識が不足しているために柔軟な発想が行えず問題解決能力をうまく使いこなせないのであろう。単に「工夫をしましょう」と言ったところで、学力下位群では効果がなかなか望めない。ストラテジーを受容的に学習して、効果があるかどうかは、その児童や生徒の問題解決能力や知識に依存している。したがって、子どもたちが工夫を用い柔軟に問題に取り組んでいくためには問題解決能力や数学的な考え方と一緒に、問題解決を通し

て、発見的な学習をしていくことが必要と考えられる。

また問題には、「問題を解く際の条件」というものがいくつもある。そこで、『その中の一つの条件だけを変えてみる。これによって問題がどう変わるかを考えてみる。』このように条件のいくつかを固定したり、他を変えてみたりする。これは問題に対して、発展的な考え方をを行うことであると同時に、その問題を含む問題群に対する流れを構築することであると考えられる。このようにして、発見的な考え方をもとに、自ら新しい問題を作り解決していくと、考え方やストラテジーを組織化・構造化することができる。ストラテジーや考え方を説明的に教授されるよりも、そのときに必要な条件などを自らの力でじっくり考えるようになり、問題解決能力の向上に結びつくであろうと思われる。

3-3 【課題3】

問題解決において、その問題の答えを重視する立場に対し、問題解決過程を重要視するという立場は、日本では広く言われている。

「こどもが問題解決を行う際には2通りのやり方がある。1つは、問題において与えられた情報から論理的に解答を導き出そうとすることである。もうひとつは、問題に取り組み始めて見通しが立たない状況から中心的なアイデアを見出し、それを筋道だった方法へとまとめ上げていく方法である。」と布川（2005）は述べている。今までの考察から、問題解決時において大きく分けて2つの工夫があると考えられる。1つは解答を手早く求めるための巧み

な方法であり、もう1つは主として問題を理解するための問題の分析活動をするものにわけられる。

例えば布川氏の言葉を借りて説明すると、これを鶴亀算を例に挙げて説明している。

① 鶴と亀に適当な数を当てはめ、条件に合うかどうかをチェックする。 足の総数が条件であった時が答えとなる	② 鶴と亀にいくつかの数を当てはめ、それらの数が足の総数にどのような影響を与えるかを考える。 鶴を一羽減らし亀を1匹増やすと足が2本増えることに着目し、これに基づいて考える。
--	---

①では試行錯誤的に問題を解いていくのに対し、②では問題を解くことよりもむしろ足の総数の関係を出してそこから推論していくといった分析活動の工夫であると言える。

また、①②を調査問題【問題1】に当てはめて考えると。

① 問題(i)-②より 最初の位置→一番上の段数→一番下の段数になることを考えて、実際に試行1回目で1段、2回目で2段にいる。これから5歩で1段あがっていることがわか	② 問題(ii)-①より 「 n 歩上がって」の歩数と段数に着目してみると、 n 段目は $2n+1$ と表せる。それを計算式として考える。
---	--

った。ここから実際に紙に書いて考えていく。	
-----------------------	--

といったように例をあげることができる。

問題を解く際に自分の持っている算数・数学的な知識や経験を的確に用いるためには問題場面全体について適切な状況把握と理解が必要であるが、しかしその理解は一度に達成されるとは限らない。問題の解決過程の途中では、問題解決のための一部の情報しか発見することができなかったということもよくあることである。問題を解決していく際にはこのような情報を少しずつ集めながら進めていくこととなる。その意味では、情報を継続的に見つけ出していくことは重要なことである。そのときに見つけた情報を上手く用い、問題解決の際に「工夫」へとつなげていくのである。

情報を集め問題場面の理解を深めていくことに関して、これまでの研究から2点考察を述べる。1つめは、上述の通り、理解の変容や情報の収集は論理的に、筋道だって進むとは限らないということである。布川氏は子どもの解決における後半の中心的アイデアが生まれるためには、解決前半で行われた失敗した試みの中で得られた情報が重要であったことが多いと述べている。そこでの事例は前半と後半の方針が全く異なっており、理解の変容の仕方に目を向けることで、このような解決の様相が見えてくる。

2つ目として情報を少しずつ得ることとは問題場面に対する活動によって促

され、解決者にとってよりよい問題理解となるということである。解決過程を理解—計画—実行—振り返りという、ポリアのストラテジーにより捉える事が広く行われてきた。これ自体は問題解決過程に含まれる重要な側面をとらえているが、一方で必ずしも適切な計画がすぐに建てられるわけではないことを考慮すると、理解の段階できちんと問題を把握できていなければ不十分なものになってしまう。

このようなことから、子どもが問題解決を行う際ポリアのストラテジーに基づいて言えば、暫定的な計画を立て実行していく中で、自分の理解の不十分さに気づき理解や分析に戻るということは十分に考えられる。これまで新しい問題を指導する場合には、今までの知識を用いると答えが求めやすいような問題を提示し、これを解決し解法を検討する中で、新たな「解法」を用いると答えが簡単に求まることから、その「解法」が有効なものとするが多かった。

本稿で述べてきているように、構造を見出し問題を解く。その際に働く「工夫」を想定した場合には、単にそれを使えば答えが簡単に求まるといったもののだけでなく、工夫することにより問題場面の中の構造を見つけやすくなったり、あるいは工夫によって示唆された活動により要素間の関係が見出されやすくなったりといった点が強調される必要がある。授業においても、「工夫」を行うことにより、構造の発見が容易に行われやすくなるという例の出し方をする必要がある。

4 結果

<課題1>

児童・生徒は、今までの問題解決から得た経験や知識から類推して、ストラテジーを用いている。つまり、工夫を上手に行っていくには問題解決を通して経験知識を作り上げていくことが必要になるのである。

<課題2>

工夫することにより問題場面の中の構造を見つけやすくなったり、あるいは工夫によって示唆された活動により要素間の関係が見出されやすくなったりといった点が強調される必要がある。授業においても、「やり方」を子どもに強要させず、自らの力で構造の発見が行われやすくなるという例の出し方をする必要がある。

<課題3>

問題に対しての疑問が児童生徒自ら発するようになれば、数学的な考え方やストラテジーが生徒に根付いたといえると考えられる。そうすることで自らの知識や経験を上手に活かせることになり、「工夫」が上手に生み出されるための下地が整う。

5 今後の課題

本研究では「工夫」というものをどのようにすれば問題解決に行かせられるかという事を、調査問題と複数の先行研究等の参考文献をもとに考察していった。

本論では主に「工夫」を利用できるようにする際、既知の知識や経験を上手に活用することが問題解決に関して

有効にはたらくことが明らかになった。しかし、教育を考える場合には教授の視点だけではなく、子どもたちの活動について、認識の面からのより深いアプローチが不可欠であろう。今後の課題として、もっと学習者の視点から「工夫」についての具体的な検討を行っていく。さらに、「工夫」を行っていくためにふさわしい教材モデルの開発を行っていく

引用・参考文献

G.polya【原著】・柿内賢信【翻訳】

「いかにして問題をとくか」 丸善 第11版版、1999

Schoenfeld, A.H. Can Heuristic Be Taught? In Cognitive Process Instruction. 1980

石田淳一、

「長期間の問題解決方略の指導を受けた小学6年の問題解決方略の使用に関する上位一下位分析ー

「パターン発見」方略の使用過程を中心にー」、日本数学教育学会、数学教育学論究 第69巻、1998、pp.3-19

「問題文生成課題による算数文章台題の理解過程の分析ー割合文章題に焦点を当ててー」、日本数学教育学会第22回数学教育論文発表会論文集、1999

小林広利ほか12

「問題解決における方略の習得を目指す指導」日本数学教育学会会誌 76巻『数学教育』7号

上野正幸

「ストラテジー獲得による問題解決能力の育成ー低学年におけるストラテジー指導」日本数学教育学会会誌 算数教育 68巻、1986

片桐重雄

「数学的な考え方の具現化」明治図書、1988

清水克彦

「問題解決授業における方略指導に関する一
考察」筑波数学教育研究第1号、1982

清水美憲

「数学的問題解決におけるメタ認知的側面に関
する一考察」、1987

布川和彦

「学校数学におけるストラテジー指導に関わる
問題点について—ストラテジー指導に対す
る批判を手がかりとした新しい方向性の探
求—」,筑波大学教育学系論集 第16巻 第1
号,1991, pp.83-94

「算数・数学学習における、問題解決ストラテ
ジーの二つの型について—問題解決活動と
の関わりから—」筑波数学教育研究第7号、
1988

衣田新（監修）

『新・教育心理学事典』,金子書房, 1983

横山正夫,

「算数科における、問題解決ストラテジー指導に
関する研究」,日本数学教育学会, 数学教育学論文
第73巻 vol.56, 1991 pp.3-17

「算数科問題解決ストラテジーに関する分析的
研究（1）」日本教育工学会研究報告集JET90—
3、1990