算数の問題解決学習における支援に関する研究

－支援の場と支援内容に焦点を当てた支援設計の枠組みの構築－

鳥取大学地域学部地域教育学科　山中法子
指導教員　溝口達也

<u>本論文の章構成</u>

1.　研究の目的と方法

本研究の目的は，問題解決学習における支援の場と支援内容に焦点を当てた支援設計の枠組みを構築することである．

問題解決学習における支援設計の枠組みは，事例「あまりのあるわり算」の導入を基に構築を図る．そのため，まず，事例の授業設計を行う．次に，授業形式のモデル化を行い，それにより，事例における期待される児童の算数的活動の高まり方の特徴を明らかにする．その特徴を基に，支援の場とその場における支援内容を導出する．さらに，それらの決定の視点と妥当性について明らかにすることで問題解決学習における支援設計の枠組みを構築する．その後，構築した支援設計の枠組みの他教材における適用事例について検討する．その検討を通して，いかに支援設計の枠組みが機能するか，その有効性を示す．

2.「あまりのあるわり算」の導入の授業設計

2.1「あまりのあるわり算」の導入における要件

「あまりのあるわり算」の導入の現状のよさと課題より，本事例の授業設計の際に大切にすべき要件 4 点が明らかになった．それが以下の 4 点である．

(a) 包含除での導入
(b)「あまり」そのものが問題の解決につながるような問題の設定
(c) 児童自らが新たな課題に直面し，問題解決を形式化するための過程が考えられるような問題及び問題提示場面の設定
(d)「除法」で演算決定することによさがあるという要素を含んだ問題提示場面の設定

2.2「あまりのあるわり算」の導入の問題開発

4 つの要件を踏まえて，「あまりのあるわり算」の導入（第 1 時）の問題を提案する.

第 1 時のねらいは，「わり切れないわり算もわり切れるわり算と同様に乗法を用いて問題を解決しようとする中で，あまりの処理の仕方や表現方法を考える. さらに，除法で演算決定することのよさを理解することができる.」である.

問題提示場面 ホウセンカの種が 16 個あります. 1 人に 3 個ずつ配ります. みんなに同じ数ずつ分けられますか. 児童：みんなに同じ数ずつ分けられない. 児童：5 人には分けられる. 16 個にあと何個加えれば，何人に同じ数ずつ分けられますか. 教師：加える数の求め方をより分かりやすく式に表わしましょう.

本時の期待される児童の算数的活動は次ページの授業形式のモデル(図 1)の横軸の通りである.

3. 「あまりのあるわり算」の導入の分析

事例における支援の特徴を明らかにするため，授業形式のモデル化を図る. 授業形式のモデル化とは，換言すれば，本授業における期待される児童の算数的活動の構造をモデル化することである. そのため，各活動の「児童の問題解決中の思考」に着目し，それを各活動の「条件」として挙げる. 授業形式のモデルは次ページの図 1 の通りである.

授業形式のモデルより，本事例は条件の保存，条件の変容，条件の付加により各活動が構成されていることが明らかになった.

4. 問題解決学習における支援設計の枠組みの構築

4.1 支援の場の決定の視点と妥当性

条件の保存に関しては，児童がすでに獲得している「思考」の保存であるため，教師の介入なしに行われ得るものである. しかし，条件の変容や付加はいかにして行われるのか. 児童が試行錯誤を行う中で，児童自らの力で条件の変容や付加を促し活動を変容させることもあるだろう. 一方で，児童自らの力だけでは条件の変容や付加を促すことができない可能性もあると考えられる. その際に，教師の支援が必要となると考えられる. つまり，支援は条件の変容や付加を促す場に必要である. このことより，<u>支援の場の決定の視点は条件の変容や付加を促す場</u>であると主張することができる.

以上より，事例における支援の場は支援 1(条件 γ→条件 γ')，支援 2(条件 δ の付加)，支援 3(条件 δ→条件 δ')，支援 4(条件 δ'→条件 δ'')の 4 ヶ所であると主張できる.

4.2 支援内容の決定の視点と妥当性

4.1 において事例における支援の場 4 ヶ所が明らかになり，それぞれの場における支援内容を以下のように設定した.

支援 1：数えるから計算へ

支援 2：※支援 1 により条件 δ は付加されるため，新たな支援は必要なし

支援 3：「あまり」をいかに式に表すことができるか

支援 4：δ' の逆演算である除法での演算決定へ

以上で示した支援内容の決定の視点とその妥当性について明らかにすることが支援設計の枠組み構築となる. 支援の場は条件の変容や付加を促す場であることから，条件の変容を促す支援と条件の付加を促す支援それぞれの決定の視点とその妥当性を明らかにすることが必要となる. その際に，活動の「価値」に着目することが有効ではないかと検討を重ねるうちに分かった. まず，活動の「価値」に着目して条件の変容や条件の付加の相違を明らかにし，それを基に支援内容の決定の視点や妥当性を見出すことが可能になるのではないかと考えた. そもそも，条件とは「児童の問題解決中の思考」を抽出したものであり，活動の構成要素である. このことから，活動の価値を明らかにすることは条件の価値について明らかにすることであると考

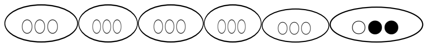
活動 A-1	活動 A-2	活動 B	活動 C
図や絵を用いて具体的に考えていく。	同数累減，乗法を用いて考え式に表わし，除法で計算する。	乗法と加法を用いてあまりを式に表わす。	乗法と加法の形式から除法の形式で表しなおす。
	3×□＝16　なし　16−15＝1 3×□＝15　あり　3−1＝2 （□＝15÷3） □＝5	3×□＝15 15＋1＝3×□＋1 3×6＝18 18−16＝2	16÷3＝5　あまり 1 3−1＝2
α：包含除で考える			α
β：残ったものにいくつ加えれば 3 個になるか考える			β
γ：数を 1 つ 1 つ数え上げる（図や絵を用いて）	γ'：γ の考えを式に表わし求める		γ'
	δ：九九を用いて商のみを式に表す	δ'：加える数を分かりやすくするために，「商」だけでなく「あまり」も 1 つの式に表す	δ''：δ' の逆演算である除法で立式し，あまりを求める

図 1　「あまりのあるわり算」の導入の授業形式のモデル化

えた．そのため，条件の価値を以下に明らかにし，支援内容の決定の視点とその妥当性を検討した．

4.2.1　条件の変容を促す支援内容の決定の視点と妥当性

事例における条件の変容は，支援 1(条件γ→条件γ′)，支援 3(条件δ→条件δ′)，支援 4(条件δ′→条件δ″)の 3 ヶ所である．以下に各条件の「価値」を明らかにしていく．

<u>ⅰ）条件γ→条件γ′の変容</u>

条件γの価値は，「ホウセンカの種」というものの属性と結びつけて数を捉えていることである．条件γ′の価値は，「ホウセンカの種」というものの属性を捨象し数のみで捉えていることである．このように属性を捨象して数を捉えるようになることに価値があり，条件γにはない価値である．

<u>ⅱ）条件δ→条件δ′→条件δ″の変容</u>

条件δの価値は，児童がすでに学習した内容の中で最も適切な方法で表していることである．条件δ′の価値は，両辺に同じ数を加えても相等関係は成立するという決まりを用い，「商」だけでなく「あまり」も 1 つの式に表すことにより，問題場面通りに正しく式に表すことができていることである．条件δ″の価値は左辺の答えを右辺に表すことにより，問題場面を簡潔・明瞭・的確に表し，かつ計算を形式的に行う事ができることである．そのため，条件δ′の式の表し方「15+1=3×□+1」よりも，条件δ″の「16÷3=5…1」の方がより価値ある表現方法であると主張できる．

以上より，条件の変容は変容後の条件の価値が変容前の条件の価値に内包されているという特徴が明らかになった．このことより，<u>条件の変容を促す支援内容の決定の視点は，変容前後の条件の価値に着目し，変容後にしか含まれていない価値</u>であると主張できる．

4.2.2　条件の付加を促す支援内容の決定の視点と妥当性

事例における条件の付加は，支援 2(条件δの付加)の 1 ヶ所のみである．条件δを付加する価値は以下の通りである．

<u>条件δの付加</u>

条件δの付加により，式の表し方が特定されるという価値がある．つまり，条件δが付加される前の活動では，問題場面をどのような式で表しても式で表されていれさえすればよしとされていた．しかし，条件δの付加により，より問題場面に即した表し方が求められるようになる．このように，条件δの付加は今までの条件には見られない，新たな観点の価値が付加されている．

以上より，条件の付加は，前の条件の中に価値が内包されていないという特徴を挙げることができる．しかし，条件の付加は，教材の本質を見抜き，それと比較して欠けている価値を加えることで活動の高まりを促すことができると考えられる．そのため，<u>条件の付加を促す支援内容の決定の視点は，教材の本質を見抜き，それと比較して欠けている価値</u>である．

5.　問題解決学習における支援設計の枠組みの適用事例

5.1　支援設計の枠組みの適用事例検証の意義と方法

構築した支援設計の枠組みがいかに機能するのか，その有効性を示すためには，他単元における適用事例を検証することが必要である．そのため，適用事例として，中学校 1 年生の「方程式」を用いる．まず，「方程式」の授業設計，授業分析(アプリオリ分析)を行う．授業分析とは，授業形式のモデル化を行い，期待される生徒の数学的活動の高まり方を特徴づけることを意味している．その後，構築した支援設計の枠組みを用いて支援を設計する．

5.2　適用事例「方程式」の授業設計

本時のねらいは「立式そのものよりも方程式や不等式の解や式の意味に着目し，吟味することができる．また，問題の全体的構造を捉えることができる．」である．問題と問題提示場面は次の通りである．

問題提示場面

問題

ある店で入会金 500 円を払って会員になると，商品を 7%引きで買える．この店で商品を何円購入すると，会員になったほうが得か.

※問題に取りかかることのできない生徒には，「1 つ 1000 円の品物を買ったらどうなるか」と具体的な数字をあてはめながら考えるよう促す.

期待される生徒の数学的活動は以下のように設定した．※活動例は次ページの図 2 参照

活動 A-1：(1 つ 1000 円の商品を買うと仮定し，) 表を用いて調べていく

活動 A-2：(1 つ 1000 円の商品を買うと仮定し，) 比例関係を用いて考える

活動 B：線分図をかき，それを基に方程式 (不等式) で立式し，方程式の解を求める

活動 C：方程式で得られた解を吟味し，考察する

5.3 適用事例「方程式」の授業分析

授業形式のモデル化(図 2 参照)を行った上で，各活動の比較を行った．すると，活動 A-1 の条件αは活動 A-2 では条件α'へと変容し，さらに活動 B では条件α''へと変容していることが分かった．また，条件α''は活動Bから活動Cにかけて保存されていることも明らかになった．条件βは活動 A-1 から活動 A-2 にかけて保存されるものの，活動 B では条件β'へと変容する．さらに活動 C では条件β''へと変容している．以上のことから，適用事例における各活動は条件の保存，条件の変容により構成されていることが明らかになった．また，各活動の変容には条件の変容が作用している.

5.4 適用事例「方程式」の支援設計

5.4.1 支援の場の決定

支援の場は条件の変容や付加を促す場である．適用事例では，条件の付加は見られないため，支援の場は条件の変容を促す場のみとなる．その場とは，支援 1(条件α→条件α')，支援 2(条件α'→条件α'')，支援 3(条件β→条件β')，支援 4(条件β'→条件β'')の 4 ヶ所である.

5.4.2 支援内容の決定

支援設計の枠組みより，条件の変容を促す支援内容の決定の視点は変容前後の条件の価値に着目し，変容後にしか含まれていない価値である．これをもとに，各支援の場における支援内容を検討する.

ｉ）条件α→条件α'（支援 1）の支援内容

条件αは，会員の支払金額を計算し，その計算結果と会員外の支払額の比較から規則性を導き出している．一方，条件α'では，会員になった際の割引額に着目し，その割引額を比例関係という規則性を用いて計算している．換言すれば，規則性を見出すのが条件αの価値であるのに対し，条件α'は規則性を用いて答えを求めることに価値があると主張できる．以上のことから，条件αから条件α'へと変容を促す支援内容は，「割引額に着目し，規則性を用いて求める」と設定した.

ⅱ）条件α'→条件α''（支援 2）の支援内容

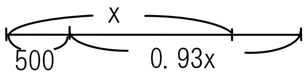
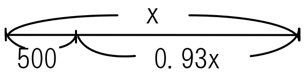
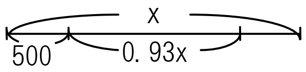
条件α'には，既述したように会員の割引額に着目し，比例関係という規則性を用いておおよその答えを求めるという価値がある．一方，条件α''は，会員と会員外の支払い方の関係を線分図に表すことにより問題の全体的構造を捉える事ができ，規則性なしで答えを求めることができるという価値がある．以上のことより，条件α'から条件α''への変容を促す支援内容は，「問題の全体的な関係を線分図に表す」と設定できる.

ⅲ）条件β→条件β'（支援 3）の支援内容

条件βは逐次近似の考え方をもとに徐々に答えの範囲を狭め，おおよその答えを求めることに価値がある．一方，条件β'は，条件α''をもとに方程式で立式することで，正確な解を求められることに価値がある．これより，条件βから条件β'へと変容を促す支援内容は「いかに正確な解を求めるか」であると主張できる.

ⅳ）条件β'→条件β''（支援 4）の支援内容

条件β'は正確な解を求めるという価値がある．一

<table>
<tr><th>活動 A-1</th><th>活動 A-2</th><th>活動 B</th><th>活動 C</th></tr>
<tr>
<td>(1 つ 1000 円の商品を買うと仮定し)表を用いて調べていく
<table><tr><td>個数</td><td>1</td><td>…</td><td>7</td><td>8</td></tr><tr><td>会員外</td><td>1000</td><td>‥</td><td>7000</td><td>8000</td></tr><tr><td>会員</td><td>1430</td><td>…</td><td>7010</td><td>7940</td></tr></table>会員と会員外では，商品を買う個数が 1 つ増えると 70 円ずつ差がなくなる．
<u>7000 円～8000 円の間に答えがありそうだ</u></td>
<td>(1 つ 1000 円の商品を買うと仮定し)比例関係を用いて考える
1000 円の 7%は 1000×0. 07＝70 より，会員になって 1000 円のものを買うと会員にならない場合に比べて 70 円安くなる.
7000 円で 490 円　(70×7)
8000 円で 560 円　(70×8)
<u>入会金は 500 円であるので，7000 円～8000 円の間に答えがありそうだ</u></td>
<td>線分図を書き、それを基に方程式(不等式)で立式し解を求める
ⅰ) 
x＜0. 93x＋500
ⅱ) 
x＝0. 93x＋500　x＝7142. 85
0. 07x＝500
ⅲ) 
x＞0. 93x＋500
<u>7142. 85 円購入した際に会員と会員外の支払金額は等しい</u></td>
<td>方程式で得られた解を吟味し、考察する
ⅰ) x＜0. 93x＋500
ⅱ) x＝0. 93x＋500
0. 07x＝500
x＝7142. 85
ⅲ) x＞0. 93x+500
x＞7142. 85
<u>7142. 85 円以上購入した際に会員の方が得となる</u></td>
</tr>
<tr>
<td>α：会員と会員外の支払い金額を計算し，表にまとめ，それらの規則性を見つける →

β： 具体的な購入金額をあてはめて考え，おおよその答えを求める →</td>
<td>α′：会員になった際に割引になる額を比例関係を用いて求める →

→</td>
<td>α″：会員と会員外の支払い方の関係を線分図に表す →

β′： 方程式で立式し，正確な解を求める →</td>
<td>α″

β″：方程式で得られた解を不等式の考え方へと適用する</td>
</tr>
</table>

図２　適用事例「方程式」の授業形式のモデル

方，条件β''には，問題に即したより正確な解を求めるという価値がある．このことから条件β'から条件β''へと変容を促す支援内容は「問題に即したより正確な解を求める」である．

以上のように，構築した支援設計の枠組みを用いて，支援の場と支援内容を決定することができた．

6. 研究の結論と今後の課題

6.1 研究から得られた結論

事例を基に，支援の場と支援内容の決定の視点とその妥当性を明らかにすることで支援設計の枠組みを構築した．構築した枠組みを用いて支援設計したことにより，以下に挙げる枠組みの有効性，また用いる際の困難な点が明らかになった．

支援設計の枠組みを用いる有効性は3点ある．1点目は，支援の場と支援内容を決定する際に着目すべき視点が焦点化されることである．2点目は，着目すべき視点が理論的根拠に基づいたものであるため，自ずと理論的根拠に基づく支援設計が可能になることである．3点目は，支援内容を決定する際に，教師が設定した活動の価値づけの吟味が必要となることから，支援設計を行う過程において設定した活動の妥当性について振り返り，必要であれば修正を加えることができることである．

一方，構築した支援設計の枠組みを用いる過程において困難な点も明らかになった．それは，授業形式のモデル化の際の条件の特定が困難であるということである．この理由の1つとして，条件の特定は教師の教材理解に強く依存するものであることが挙げられる．そのため，教材理解が浅い場合，活動の価値づけが困難であり，その結果条件の特定が困難になると考えられる．しかし，教師間の教材理解の差異は当たり前のことであり，一概にそれが悪いとも主張できない．本研究の目指すところは，決して支援設計のマニュアルを作ることではない．支援設計の枠組みを用いることにより，教師の教材解釈の差異に関わらず，活動の価値を吟味した支援設計が可能となることに枠組みを構築した意義があると考える．

6.2 今後の課題

本研究で考察ができなかった課題は3点挙げられる．

1点目は，条件の付加の支援内容決定にあたり，それがいかに機能するか適用事例で検証することができなかった点である．これは，適用事例において条件の付加が見られなかったため，検証が不可能であったからである．

2点目は，用いている語の吟味がなされていないことである．具体的には，授業形式のモデル化にあたり，条件の変容や条件の付加を特定するための着目すべき視点が吟味されていないことである．そのため，教師によって条件の変容や条件の付加の特定の基準が異なるという問題点が挙げられる．授業形式のモデルを基に支援設計の枠組みを適用するため，モデル化を行うための視点は統一する必要がある．また，理論的な根拠に基づく支援設計の枠組みの構築がなされたと主張しているが，どのようであれば理論的根拠に基づいているといえるのか，その議論がなされていない．

3点目は，構築した支援設計の枠組みを用いることで単元を超えた一貫性のある支援が可能となるのか，また，それにより児童の問題解決能力にどのような影響を与えるのか検証できなかった点である．

引用・参考文献

伊藤説朗(2008)．算数科の未来型学力＝思考力・表現力を育てる授業．明治図書

岡本和夫　他38名(2009)．未来へひろがる数学1．新興出版社啓林館

岡本和夫　他4名(2009)．未来へひろがる数学1　平成21年度用補助教材．新興出版社啓林館

溝口達也(2007)．算数・数学学習指導論．鳥取大学数学教育学研究室

文部科学省(2008)．小学校学習指導要領．東京書籍．p. 48