

算数教育における小中接続に関する研究

パターンに着目した「見方・考え方」の重要性と「活用」について

地域学部地域教育学科 前田 静香
指導教員 溝口 達也

【 論文の章構成 】

第1章 本研究の目的と方法

- 1.1 本研究の動機
- 1.2 本研究の目的
- 1.3 本研究の方法

第2章 学習指導要領の分析

- 2.1 学習指導要領における内容の系統性と学習の連続性
 - 2.1.1 内容の系統性について
 - 2.1.2 学習の連続性について
 - 2.1.3 小中接続に向けて明らかになった課題
- 2.2 学習指導要領における「数量関係」
 - 2.2.1 「数量関係」領域の設置背景
 - 2.2.2 「数学的な見方・考え方」への見解
 - 2.2.3 「関数の考えの指導」にみる「数量関係」領域の役割について
- 2.3 平成20年度版学習指導要領における「数量関係」領域の役割について
- 2.4 昭和33年度版と平成20年度版の「数量関係」領域の比較と考察
- 2.5 平成20年度版学習指導要領解説「数量関係」領域における課題点

第3章 Standards(NCTM)の分析

- 3.1 Standards の検討目的
- 3.2 Standards の5つの学び方とその具体例
 - 3.2.1 Problem Solving (問題解決)
 - 3.2.2 Reasoning and Proof (推理と証明)
 - 3.2.3 Communication (コミュニケーション)
 - 3.2.4 Connections (結びつき)
 - 3.2.5 Representation (表象)
- (A: 目標設定 B: 具体例 C: 考察)
- 3.3 Standards から得られた教育的示唆

第4章 パターンに着目した「見方・考え方」の創造

- 4.1 数学的構造と算数・数学に見られる構造
- 4.2 教材の価値とパターンによる「見方・考え方」
- 4.3 パターンの導出
 - 4.3.1 順序性のパターン
 - 4.3.2 形式化のパターン
 - 4.3.3 普遍性のパターン
- 4.4 順序性のパターンの事例
 - 4.4.1 「三角形の並べ方」
 - 4.4.2 「宝物の重さ」
 - 4.4.3 「なかまづくり」
- 4.5 形式化のパターンの事例
 - 4.5.1 「長方形の面積」
 - 4.5.2 「奇数+偶数のきまり」
- 4.6 普遍性のパターンの事例
 - 4.6.1 「247125 が3の倍数であるか」
 - 4.6.2 「三角形の面積」
- 4.7 「見方・考え方」としてのパターンの価値
 - 4.7.1 表象におけるパターンの価値
 - 4.7.2 拡張・統合におけるパターンの価値

第5章 パターンの活用

- 5.1 パターンを用いた活動の様相
 - 5.1.1 パターンを発見する活動
 - 5.1.2 パターンを観察する活動
 - 5.1.3 パターンを活用する活動
- 5.2 問題解決の授業とパターンの活用
 - 5.2.1 小学校6学年「面積の比」(授業記録)
 - 5.2.2 パターンによる実践の分析
 - 5.2.3 パターンによる分析の考察
- 5.3 中学校の数学的活動へのパターンの適用

第6章 本研究のまとめと今後の課題

- 6.1 本研究のまとめ
- 6.2 残された問題点と今後の課題

引用・参考文献

1. 本研究の目的と方法

本研究の目的は算数教育における小中接続に関して障害となっているものを明らかにし、新たに数学的な「見方・考え方」の一提言を行うことである。数学的な見方・考え方をを用いて、小中接続を保証するための研究課題として4点が要請され、次の方法により解決を図る。

【研究課題 A】 小中接続の障害となっている課題を明らかにすること

研究課題 A に対し、学習指導要領の分析から、小中接続にどのような課題点があるかを明らかにする。

【研究課題 B】 課題克服のためにどういった視点が要求されるか

研究課題 B に対し、学習指導要領との対照として NCTM の *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM.2000) を取り上げ、小中接続に関する課題の焦点化を行う。

【研究課題 C】 視点を基に抽出される新たな「見方・考え方」が算数教育でどのような価値をもつものか

研究課題 C に対し、研究課題 B で明らかになった課題を解決するために、新たな「見方・考え方」を提案する。その「見方・考え方」について具体例を用いて検証し、算数教育に用いる妥当性を検証する。

【研究課題 D】 抽出された「見方・考え方」が小中接続に対し有効なものであるか

研究課題 D に対する方法：抽出された「見方・考え方」で教材を分析し、その活用の様相を明らかにする。またその活用の様相が算数的活動だけでなく、数学的活動においても妥当なものであるかを検証する。

2. 学習指導要領の分析

学習指導要領では、小学校での算数の学習と中学校での数学の学習のつながりをどのように保証しているのかについて分析を行った。本研究ではまず「内容の系統性」と「学習の連続性」に着目した。分析から「内容の系統性」とは内容を特徴別に4つの領域に分け、学年が上がるごとに内容が拡張されるものであり、「学習の連続性」とは学習に用いる手段が単元が異なっても、学年が上がっても、それまでに用いた方法を用いることができるというものである。さらに学習内容の定着を図るため平成20年度版の学習指導要領では「スパイラル学習」が明文化されたが、現段階では「反復学習」とされており、小中接続には効果的なものではないと結論づけた。

次に平成20年度版の学習指導要領から内容として「算数的活動」が設置されたことに着目した。算数的活動は「児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある様々な活動」(文部科学省. P.9)とされている。しかし、そこにはどのようなことを目的として、算数的活動を行うのか、また教師が算数的活動を設定すべきかが記述されていない。算数的活動は本来、教師が子どもたちの数学的な見方・考え方を評価するためのものである。すなわち活動はそれぞれに数学的価値が要求されているのである。ところが現在ではどのような数学的な見方・考え方が要求されているかが不透明であることが挙げられる。そこで本研究では、昭和33年度の学習指導要領に着目した。

昭和33年度の学習指導要領で初めて「数量関係」が領域として設定された。このとき数量関係領域は「関数的な見方・考え方」の必要性から設定されたのである。それは、「代数的な内容と幾何学的な内容を関数の考えに基づいて統合を図ろうとしたこと、あるいは数学的な内容の根底にある中心的な概念として、関数に大きな期待をもった」(文部省. P.3)ためである。関数そのものを学習するのではなく、関数の考えを伸ばすために「a 依存関係に着目すること、b 関数関係を見つれたり、用いたりすること、c 関数関係を表現すること」を数量関係領域だけでなく、他の数・量・図形の領域でもその考え方をを用いて学習を行っていかうと考えられたものである。子どもたちが「関数的な見方・考え方」によって、関数関係を見出せるようになるということだけでなく、一般的なきまりを捉えて処理をしようとする態度の基盤づくりをしようと考えられたものである。

3. Standard の検討

NCTM の *Principles and Standards for SCHOOL MATHEMATICS*(2000)を学習指導要領の対象比較として用いた。検討対象とした理由は、3～4年ごとに学年帯が設けられていること、内容が学習内容と学び方の双方が書かれていることが挙げられる。近年の学習指導要領では見方・考え方の不透明さを指摘したが、Standard では5つの目的が紹介されている。Problem Solving（問題解決） Reasoning and Proof（推理と証明） Communication（コミュニケーション） Connections（結びつき） Representation（表象）である。この5つの目的について、目標・事例・考察を通して、学習指導要領を踏まえ本研究で明らかにする「見方・考え方」には以下の4点の解決が要請されると考える。

- 1：学習の内容、子どもたちの学び方（教授の方法）ともに視点が必要であること。
- 2：教材の価値づけを行う際に、何を目的とするのかを教師が捉えておくこと。
- 3：子どもたちに数学的価値をどう伝えていくかということ。
- 4：領域を独立させるのではなく、結びつけて考えるとはどういうことなのかについて。

この4点を考慮し、新たな「見方・考え方」を提案する。特に4点目の「領域を結びつけて考える」という視点は学習指導要領の分析でも課題として見えてきた点である。

4. パターンに着目した「見方・考え方」

本研究でのパターンとは、ある事柄について目的に応じて抽象化したものを指す。ここでの目的を明らかにするために、まず教科書での問題解決の活動に着目した。1つ目は数や量に関して大小関係を明らかにすることが求められる。複数の事柄を一つの集合としてみなし、その中に大小関係、つまり順序性を認めることを目的とする活動があることである。2つ目は四則演算や求積公式のように、形式化を行うことで、具体的な場面以外にもその考え方が適用できることを明らかにする活動があることである。3つ目に図形の決定条件に着目し、変わらないもの（普遍性）を明らかにする活動があることである。これらの活動から、次の3つの「見方・考え方」とその特徴が得られた。

- ①順序性のパターン：数や量の順序や大小関係を集合的に捉えようとする見方・考え方
- ②形式化のパターン：図や式を用いて、問題の構造を捉えようとする見方・考え方
- ③普遍性のパターン：問題の構造の条件となるものを明らかにしようとする見方・考え方

この3つの「見方・考え方」は教材の構造の捉え方となるものである。教材は様々な構造が結びつき合っ

て成立しているものであることから、これらのパターンが独立してはたらくことはない。

また、パターンに着目した「見方・考え方」は次のような活動として認められる。

- ①順序性のパターン⇒具体的な物や数、量を並べたり、比較したりすることで関係を「発見する」活動
- ②形式化のパターン⇒変化を「観察する」活動
- ③普遍性のパターン⇒場面が変わっても変わらないものを「活用する」活動

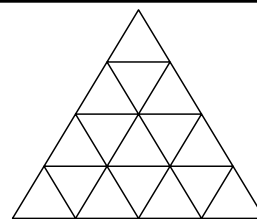
では、これらのパターンを用いることでどのような活動として見られるか、事例分析を行う。事例分析には以下の問題を使用する。

（問題）

小さな三角形を図のように上から並べていきます。

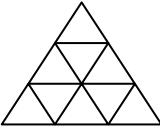
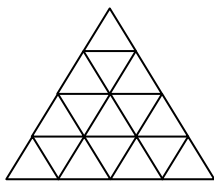
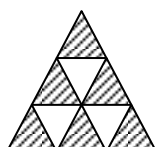
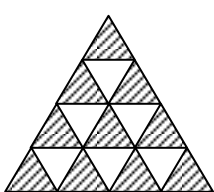
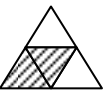
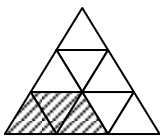
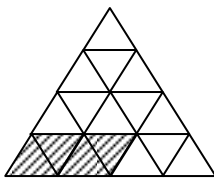
6段並べるときに、小さな三角形は何個必要ですか。

また、15段並べるときには小さな三角形は何個必要ですか。



①順序性のパターン…並べ方を「発見する活動」

②形式化のパターン…並べ方を「観察する活動」

	1 段目	2 段目	3 段目	4 段目
活動 1				
	1	1+3	1+3+5	1+3+5+7
活動 2				
	$\triangle + \nabla = 1+0$	$(1+2) + 1$	$(1+2+3)+(1+2)$	$(1+2+3+4)+(1+2+3)$
活動 3				
	1	$1+(2+1)$	$1+(2+1)+(3+2)$	$1+(2+1)+(3+2)+(4+3)$

活動 1：段数にあわせて，三角形が奇数個ずつ増えている。

活動 2：上向きの三角形と下向きの三角形の個数がそれぞれ増えている。

活動 3：段数と(段数-1)個ずつ個数が増えている。

段数と三角形の個数だけを見ると，すべて表のようにまとめることができる。

(表 1)

段数	1	2	3	4
三角形の個数	1	4	9	16

従来の学習では，得られた表からその規則性を式に表す活動がとられてきた．しかし得られた表がどのような意味を持つかについては，あまり注目されていなかった．子どもたちの思考を促進するものとして(表 1)を捉えていたが，表に数値を書き込む活動だけでは，表が三角形の個数を数え上げた結果としてしか機能していないのではないかと考えた．そのため子どもたちは，表から式に表す活動で困難さを示すのではないかと考える．そこで，この事例では「発見した」並べ方を式として記述する活動を取り入れた．式にすることで，その変化の仕方を「観察」しやすくするためである．

すると，それぞれの活動から，次の結果が得られた．

三角形の□段目の個数はそれぞれ

活動 1： $1+3+5+\cdots+(2\times\square-1)$ (個)

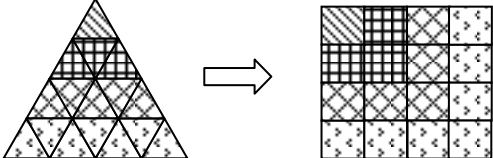
活動 2： $(1+2+\cdots+\square)+\{0+1+2+\cdots+(\square-1)\}$ (個)

活動 3： $(1+0)+(2+1)+\cdots+\{\square+(\square-1)\}$ (個)

これら 3つの結果を計算してみると，すべて $\square\times\square$ という結果になる．

③普遍性のパターン：場面を変えて「活用する活動」

すべての結果が $\square \times \square$ になったことについて、さらに検討を行う。三角形の図を以下のように変形させてみると、結果が $\square \times \square$ になったことについて、表1の数値との関係性も明確になってくる。



1 段目	2 段目	3 段目	4 段目	...	$\square$ 段目
1×1	2×2	3×3	4×4	...	$\square \times \square$

三角形の並べ方の場合の増え方と、四角形での並べ方での増え方は変化していない。このことから、この問題の三角形の並べ方の場合、 $\square$ 段目の三角形の個数は $\square \times \square$ (個)であることが明らかになった。

5. 小中接続へのパターンの有効性

算数的活動及び数学的活動は数学的な「見方・考え方」を表出したものとして捉えており、問題の構造を明らかにしようとする活動は、中学校での数学的活動でも有効である。それは以下の3点から主張できる。

- ・パターンとして問題を捉える力をつけることにより、問題解決における自力解決の力を高められること。
- ・パターンの持つ客観性により、パターンが個人内だけでなく他の人にも伝達可能であること。併せて、抽象されることによりその構造が他の問題で得られた構造と比較・検証の対象にできること。
- ・パターンがあるパターンの要素となり得るため、拡張・統合を図る上で有効に機能すること。

これらのことから、パターンに着目した「見方・考え方」は小学校での算数的活動だけでなく、中学校の数学的活動においても有効に機能する。また一貫した視点で問題に臨むことにより、子どもたちの学び方を確立する手助けとなると同時に教師が教材分析を行う場合にも有効であることが明らかとなった。

6. 本研究のまとめ

本研究は小中接続に向けて、学習の内容を吟味するのではなく、小学校の段階で子どもたちがどのような「見方・考え方」を身につけておくことが望ましいかということを検討したものである。教師が教材分析を行う際や子どもたちが問題解決を行う際に教材や課題を「パターン」として捉えることの価値を明らかにした。

7. 今後の課題

本研究では、パターンに着目した「見方・考え方」とその「活用」について明らかにしたが、子どもたちの活動について、認識の面からのアプローチが必要である。今後は認識の活動から「パターン化」について分析を行う。

主要参考文献

- L.A.スティーブン編 三輪辰郎訳.(2000). 世界は数理でできている. 丸善株式会社.
- NCTM. (2000). Principles and Standards for School Mathematics.
- キース・デブリン 山下純一訳.(1995). 数学：パターンの科学. 日経サイエンス社.
- 中島健三.(1983). 算数・数学教育と数学的な考え方 第2版. 金子書房.
- 文部科学省.(2008). 小学校学習指導要領解説 算数編. 東洋館出版社.
- 文部科学省.(2008). 中学校学習指導要領解説 数学編. 教育出版株式会社.
- 文部省.(1973). 小学校算数指導資料 関数の考えの指導. 東京書籍株式会社.