

ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究

Tottori Journal for Research in Mathematics Education



<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu>

関数的な見方・考え方を育てる指導の工夫
—第4学年「折れ線グラフ」の読み取りを通して—

松長葉子 *Yoko Matsunaga*

vol.17, no.2

Aug. 2014

関数的な見方・考え方を育てる指導の工夫

－第4学年「折れ線グラフ」の読み取りを通して－

鳥取県鳥取市立稲葉山小学校

松長葉子

1. 研究の目的と方法

- 1.1. 研究の動機
- 1.2. 研究の目的と課題
- 1.3. 研究の方法

2. 「傾き三角形」について

- 2.1. 児童の「傾き」の捉え
- 2.2. 現行教科書の分析
- 2.3. 「傾き三角形」

3. 「傾き三角形」を導入した単元の概要

- 3.1. x 軸と y 軸の関係をつかむ活動（第1時）
- 3.2. 座標を読む活動（第2時）
- 3.3. 「傾き三角形」を利用して変わり方の様子を読み取る活動

4. 「傾き三角形」の授業の分析

- 4.1. 問題把握
- 4.1. 自力解決
- 4.3. 練り上げ

5. 研究の結論

- 5.1. 研究から得られた結論
- 5.2. 実践から見られるその他の示唆
- 5.3. 今後の課題

1. 研究の目的と方法

1.1. 研究の動機

小学校第4学年では、折れ線グラフについての学習が行われる。関数的な考え方の第1歩であり、6年生での「比例」や中学校での「関数」へとつながっていく大切な単元である。

ここでは、児童自らが表を作り、折れ線グラフを用いて関数的な関係を表したり、折れ線グラフから関数的な関係にある二つの数量の変化の様子を読み取ったりすることができるようになることをねらいとしている。これまでの学習指導では、児童は対応する数値を読み取ったり、表をグラフに表したりする活動を行っており、変化の様子を捉えるにも、傾きの緩急などに着目して捉えようとしていた。その際、児童は「傾きが急になっているから。」「少し緩やかだから。」という表現だけで説明した。

両角（2006）が行った小中高連携の視点を重視した数学授業の実践の中で、鍵となる数学用語を意識的に、かつ早い段階から使って表現する学習活動の必要性を述べている。説明の中で使いこなすためには、その意味を十分に理解していることが求められる。しかし、ここで説明を述べている児童は、「傾き」の表す意味や全体の変化の様子についてあいまいにしか掴んでいなかった。

このときの児童は、次のような認識を示す傾向にあることが分かった。

- ・ 変化の量を表す斜辺が長いと変化が大きい。
- ・ y 軸方向に斜め具合が大きいと変化が大きい。(但し、 x 軸方向の変化は捉えていない。)
- ・ y 軸方向に2点間の距離が長いと変化が大きい。

本来、折れ線グラフの学習における「傾き (rise over run)」とは、直線上の2点間の変化の割合、すなわち「 x の増加量分の y の増加量」の比率として定義されるものである。英名の「rise over run」は、直訳すると「走ってのぼる」となり、(x 軸+方向の変化量) 分の (y 軸方向の変化量) で表される。(図 1.1.-1)

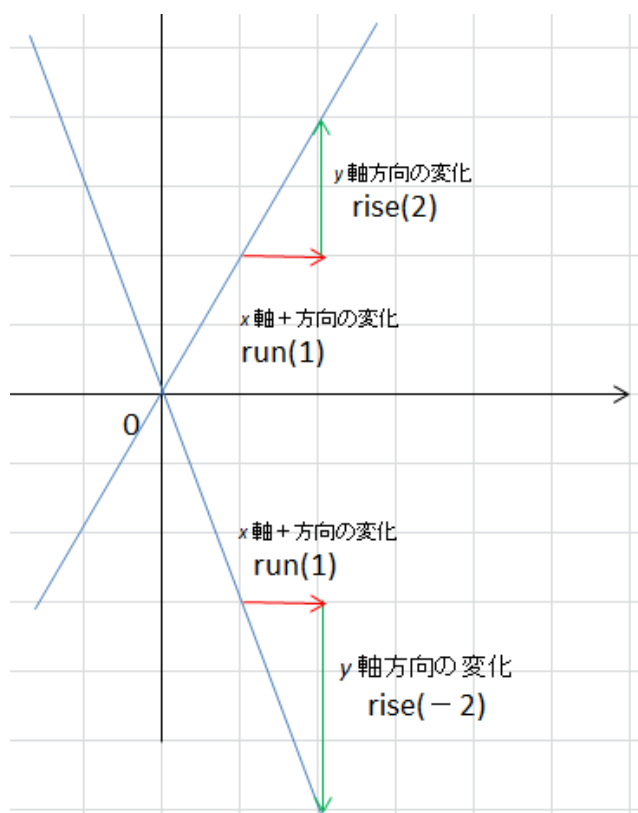


図 1.1.-1

しかし、これに対する児童の捉えは、 x 軸と y 軸の関係から判断されたものではなく上記に述べたように感覚に因るものだけで、変化の大きさについての認識は一人一人て微妙に異なっている。また、類似した傾きや同一の傾きが同じグラフに散在している場合、個人の感覚だけでは正確に読み取ることが難しい。さらに、 y 軸方向の 2 点間の距離だけで変化の大小を判断することも、本来の捉え方とズレが起こる。

以上のことから、現行の指導方法では関数的な見方・考え方の重要な要素の一つである傾きの理解が深まらないのではないかとこの疑問が生じる。

そこで、本研究では関数的な見方・考え方の重要な要素の一つである傾きの理解を深める指導の工夫について探ることとした。

1.2. 研究の目的と課題

本研究では、関数的な見方・考え方を育む指導の工夫について探ることを目的とする。

関数的な関係にある数量の変化の様子について捉える際、傾きは重要な意味を持つ。傾きの意味は直線上の2点間の変化の割合、すなわち「 x の増加量分の y の増加量」の比率として定義される。しかし、児童の「傾き」の捉えは感覚に因り、個人によって異なっている。感覚による曖昧な表現ではなく、根拠を持って共通に理解していくには、数で変化の様子を表現し、明確に捉えていくことが重要になってくる。直線の様子と変化の数値を結びつけて捉えられる支援のためのツールを開発し、これを用いて指導を行うことはできないだろうかと考えた。

このことから、
研究課題1：傾きの数学的な理解を深めるために、どのような指導の工夫を行うことができるか。
が設定される。

次に、指導の工夫を行うに当たって現行の問題提示でよいかという課題が生じる。児童が傾きを感覚的に捉えてしまっていることの一因として、次のことが考えられる。

- ・ 現行の指導（教科書）では、傾きについては「ふえる」「へる」「変わらない」と提示されており、意味についての指導が十分に行われていない。
- ・ 数値で捉えている児童の姿も見られるが、 y 軸の変化量のみで捉えられている。その理由の一つとして、 x 軸の間隔が既に一定になって提示してあり、両軸を関連させて見る必要性がない。

このことから、
研究課題2：どのように問題提示の工夫を行うか。
が設定される。

1.3. 研究の方法

本研究の目的に対して設定された課題を解決するために、次のような方法で研究を進めていくことにする。

まず、研究課題1において、児童の「傾き」の捉え方についてアンケートを実施し、どのように理解しているか分析する。

分析の結果から、現行の教科書を調査し、教科書の指導の妥当性を検証する。また、どのような支援方法が有効か検討するとともに、傾きの理解を深める支援のためのツールもしくは支援方法に関する先行研究について、どのような調査・研究が行われているか整理したうえで開発する。

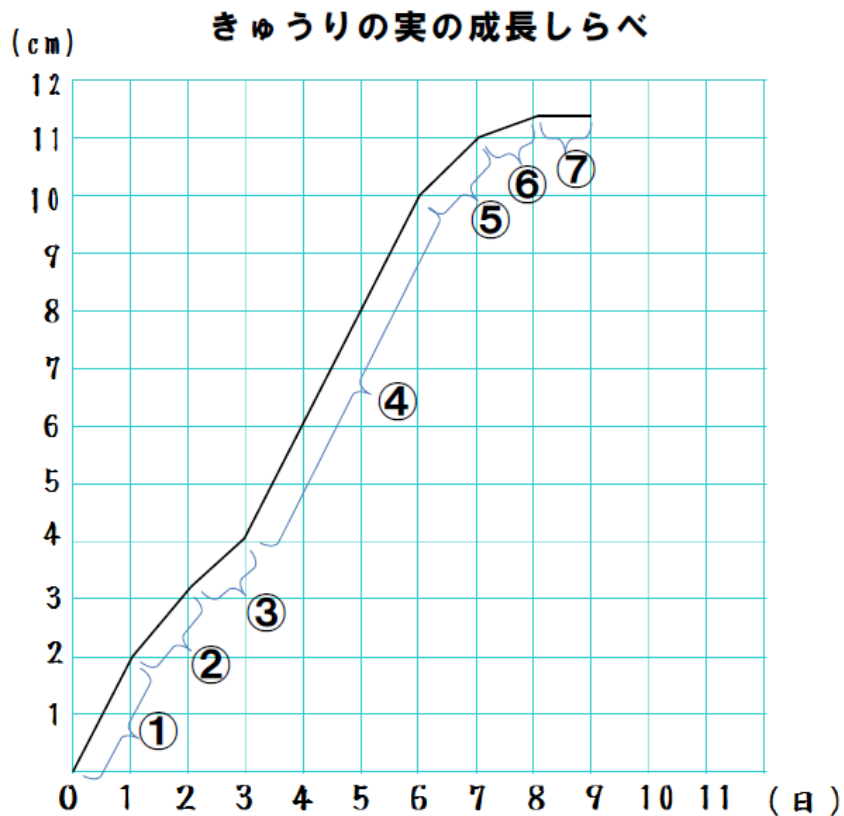
そして、研究課題2について、開発したツールに基づいた問題の設定や単元の構成を考え、一連の指導を通して課題解決を図ることにする。

2. 「傾き三角形」について

2.1. 児童の「傾き」の捉え

児童が「傾き」をどのように認識しているか、以下のアンケートを用いて調査を行った。対象グループは次の2つである。

- i) 折れ線グラフを学習する前の4年生児童 34人
- ii) 折れ線グラフを学習した後の6年生児童 28人



きゅうりの実が大きくなる様子を調べました。

一番のびているのは、何番目のときでしょう。①～⑦までの番号からえらんでこたえましょう。

答え ()

図 2.1.-1

<アンケート調査の結果>

<学習前> 4年生 6月

| 番号 | 回答率 | 回答理由 |
|----|-----|---|
| ④ | 94% | <ul style="list-style-type: none"> ・(線が) 斜めに一番長いから ・たてに一番伸びているから |
| ① | 3% | <ul style="list-style-type: none"> ・斜め具合が大きいから。 ・斜めが大きい方が成長が早いから。 |
| ⑦ | 3% | <ul style="list-style-type: none"> ・一番大きくなっているから。 |

<学習後> 6年生 7月

| 番号 | 回答率 | 回答理由 |
|-----|-----|---|
| ④ | 71% | <ul style="list-style-type: none"> ・4cm から 10cm まで一気に伸びているから。 ・④が急な上り坂になっているし、上り坂が①よりも続いているからそこが一番成長したところ。 ・一番縦に伸びている成長が8cm と長いから。(直線の距離を測っている。) |
| ① | 7% | <ul style="list-style-type: none"> ・1日で伸びるのが一番大きいから。 ・1日で2cmのびているから。 |
| ⑦ | 18% | <ul style="list-style-type: none"> ・①~⑦の中で一番長いから。 ・④の10cm よりも⑦の約11cmの方が長いから。 |
| ①と④ | 4% | <ul style="list-style-type: none"> ・①は④をぬかしたら一番のびています。でも、結果は④です。④は1日じゃないので。 |

上記の結果から、児童は「傾き」について次のように認識していると言える。

- ・ 変化の量を表す斜辺が長いと変化が大きい。
- ・ y 軸方向に斜め具合が大きいと変化が大きい。(但し、 x 軸方向の変化は捉えていない。)
- ・ y 軸方向に2点間の距離が長いと変化が大きい。

これにより、児童の「傾き」の認識は、視覚情報による感覚的なものであるという傾向がうかがえる。①と答えた児童は、変化の斜辺の長さではなく、斜め具合に着目してはいるものの、 x 軸方向の数量の変化には目を向けられていないため、同じ傾きの変化に気づけていなかった。

2.2. 現行教科書の分析

ここでは、現行の教科書を比較し、「傾き」の理解にむけてどのように指導が進められているか分析する。

DT

折れ線グラフはかたむきで変わり方がわかります。また、線のかたむきが急であるほど、変わり方が大きいことを表しています。

上がる (ふえる) 変わらない 下がる (へる)

KK

上のようなグラフを折れ線グラフといいます。折れ線グラフでは、線のかたむきぐあいで、変わり方のようすがわかります。

ふえている へっている 変わらない

地面の温度 (5月24日曜)

小さい 大きい

GT 説明なし

KS

折れ線グラフでは、線のかたむきで変わり方がわかります。線のかたむきが急なほど、変わり方が大きいことを表しています。

上がる 変わらない 下がる

TS

折れ線グラフでは、線のかたむきで変わり方がわかります。また、線のかたむきが急であるほど、変わり方が大きいことを表しています。

上がる (ふえる) 変わらない 下がる (へる)

折れ線グラフは、変わっていくようすがわかりやすいね。

NK

折れ線グラフでは、線のかたむきで変わり方がわかります。

上がる 変わらない 下がる

折れ線グラフでは、線のかたむきが急であるほど、変わり方が大きいことを表しています。

上がり方が小さい 上がり方が大きい

各教科書を比較したところ、直線の斜め具合の図が提示してあるだけで、特に詳しい説明は行われていない。なぜ x 軸方向には等間隔なのか記述はなく、視覚的には、 y 軸方向の変化しか気づきにくい。唯一グラフから抽出して提示してある **KK** でも、やはり x 軸は等間隔になっており、 y 軸方向の変化量のみで判断できてしまうと感じた。

2.3. 「傾き三角形」

これまでの先行研究では、溝口他（2013）が傾きの確かな理解を求めて問題場面の工夫を行っているが、小学4年生を対象とした研究はこれまで十分に行われていない。

傾きは「 x の増加量分の y の増加量」という分数で表されるが、4年生の学習段階では、割合の意味での分数についてはまだ学習をしていない。よって、2点の座標の値のみから差を算出し、変化量として捉えることは難しいと予測される。そこで、 x 軸方向の変化量と y 軸方向の変化量が視覚的に把握でき、かつ数でのメタ表記が可能なツールがないか検討した。

以上の結果より「傾き」の理解のための教材として「傾き三角形」を新たに提案する。「傾き三角形」とは、変化の量を表すグラフを斜辺とする三角形（図 2.3.-1）をいう。

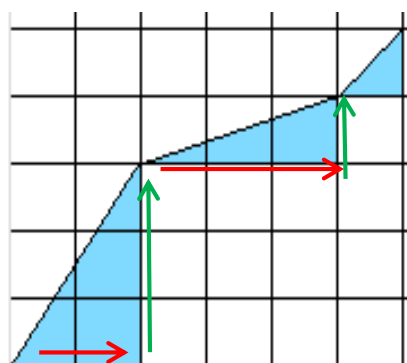


図 2.3.-1 傾き三角形

「傾き三角形」の特徴は、

- ・ x 軸と y 軸を関連づけて捉えることが可能になる。
- ・ 「右（ x 軸の+方向）に〇つ分、上または下（ y 軸方向）に〇つ分」というように、傾きを数値化して捉えられる。
- ・ 底辺を 1 とする三角形で見ると、高さで変化の量が一目瞭然となる。

ことが挙げられる。

しかし、「傾き三角形」を導入するにあたって、現行の単元構成や問題提示では、2つの数量（特に x 軸方向）を関連づけて捉えることが難しいと思われる。

そこで、2つの数量を関連づけて捉え、数学的に表現する力の育成も含めた単元構成の工夫について、その概要を次の第3章で述べる。

3. 「傾き三角形」を導入した単元の概要

3.1. x 軸と y 軸の関係をつかむ活動（第1時）

x 軸と y 軸の関係を掴むために、まず、変化の様子が捉えやすいグラフとはどんなものか考えさせ、棒グラフから折れ線グラフへの移行を図る。グラフは2数の交点（座標）によって表されることを丁寧に指導し、縦軸だけでなく横軸を見る意識も育むようにする。

そこで、次のような問題を提示する。

| | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|
| 気温が28℃以上のときにプールに入ることができます。 この日は、何時から何時頃まで入ることができますか。 | | | | | | |
| 時間(時) | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 17 |
| 気温(℃) | 22 | 27 | 29 | 31 | 31 | 27 |

ここでポイントとなるのは、時間軸の数値の設定である。現行の教科書での問題提示は、2時間おきの等間隔で設定してある。それに対し、今回の問題提示では、2時間間隔の部分があったり、3時間間隔の部分があったりと、不等間隔に設定されている。等間隔な数値のみだと、グラフに表した際に y 軸方向の変化量だけで変わり方の大小が判断できてしまい、 x 軸と y 軸を関連づけて捉える意識が育まれにくくなってしまうと考えたからである。

棒グラフしか学習していない児童は、表の値をこれまでと同じように、グラフの中に独立した6つの項目として表していくと予測される。しかし、28℃のように表にない温度を読み取ろうとすると、従来の棒グラフでは中間の様子を読み取ることができない。そこで、変わっていく様子が分かりやすいグラフとはどのようなグラフかを考え、折れ線グラフへと移行させる。

次に、折れ線グラフ化したものから28℃以上を読み取ろうとすると、8～10時の間と14～17時の間では x 軸の間隔が異なり、正しく時間が読み取れないことに気づく。ここで、軸の目盛りを揃えることの重要性や、必要に応じて自分で修正して読み取っていくことの技能を指導する。

3.2. 座標を読む活動（第2時）

次に、必要に応じた点（座標）を読む活動を多く取り入れる。

折れ線グラフの良さは、様子や傾向を捉えやすいということだけでなく、必要に応じた値を読み取ることができることである。ここでは、様々な交点を読み取る活動を行うことでその良さを感じたり、 x 軸と y 軸を関連づけて捉えたりする感覚の習熟を狙う。

前時で作ったグラフを利用して、表にある座標だけでなく、表にない座標も読むようにする。練習問題として以下のような問題も取り入れ、自由にグラフから情報を読み取ることの習熟を図る。

- ・ 11時（表にあるものだけでなく、表にはない時間帯のものも）の気温は何度（ぐらい）か。
- ・ 24°C 以上は何時から何時か。
- ・ 自分たちで問題をつくって問う。

3.3. 「傾き三角形」を利用して変わり方の様子を読み取る活動

本時では、自分でグラフをかく活動を通して変化の様子を捉えさせ、変わり方の大きい部分についてなぜそう思ったのか「傾き三角形」を利用して具体的な数値で捉えて説明させる。

そこで、次のような問題を提示する。

変わり方が一番大きいのはどの部分でしょう。

| | | | | | | |
|---------|----|----|----|----|----|----|
| 時間 (時) | 6 | 7 | 10 | 12 | 15 | 16 |
| 気温 (°C) | 18 | 21 | 24 | 30 | 24 | 23 |

児童は、これまでの学習から折れ線グラフをかいて問題解決を図ろうとする。

グラフから、大きく変わっている場所として、右図(3.3-1)の時間帯が大きく変化していることが分かる。この2つの傾きは同じように見えるが、観察したり、長さを測ったりしてみると右の傾きの方が長いことが分かる。児童はこのことから、長さの長い右側の傾きの方が変化の様子が大きいのではないかと予測すると考える。

ここで、長さの長い方が変わり方が大きいかどうか問いかけ、長さではなく、傾きの緩急であることに気づかせる。そして、それら似ている2つの傾きの違いについて、どのように説明したらよいかに焦点をあてていく。

児童は、直線の斜め具合を調べるのに分度器で角度を測ることを体験してきている。よって角度で表現しようとするのが予想されるが、補助線(a)や、特に(b)(3.3-2)を見つけることは困難であると考えられる。

そこで傾き三角形を提示し、角度による傾きの数値化を試みる。角度で表すと、より小さな角度のものが傾きが急であるということが分かる。

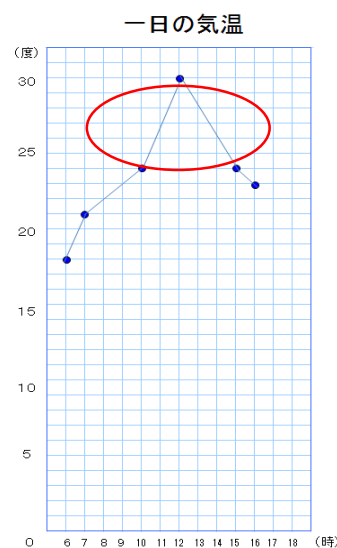


図 3.3.-1

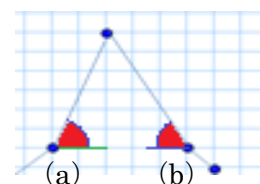


図 3.3.-2

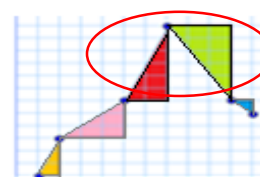


図 3.3.-3

しかし、傾きとは本来、角度の大小で表現されるものではない。そこで、角度を測ること以外に、マス目などを利用して数値で表現することができないか考えていく。

三角形の中のマスの数を数えたりして広さで比較したり、三角形を切り取り直接比較して比べたりすることができる。また、右に〇つ分、上(下)に〇つ分と数値化して表すこともできる。

ただし、次の図(3.3.-4~3.3.-6)に示すような誤った認識をしてしまう児童がいると考えられる。そのため、単位当たりの大きさで見たときに、比較が可能になることに留意して支援・指導していかなければならない。

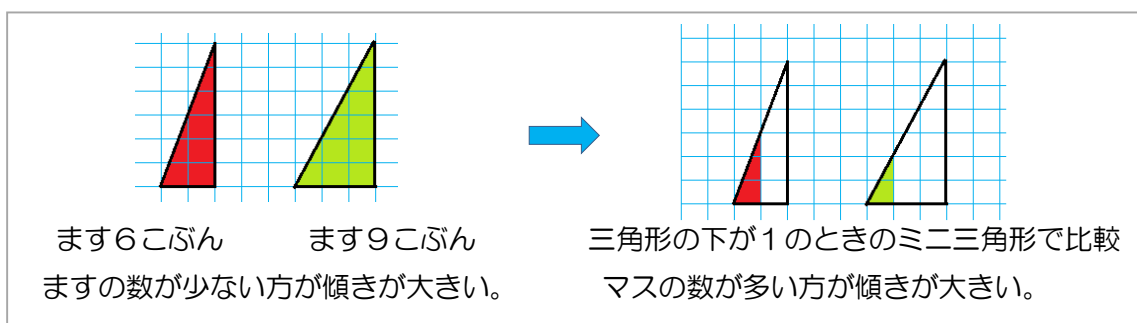


図 3.3.-4 三角形の中のマスを数える

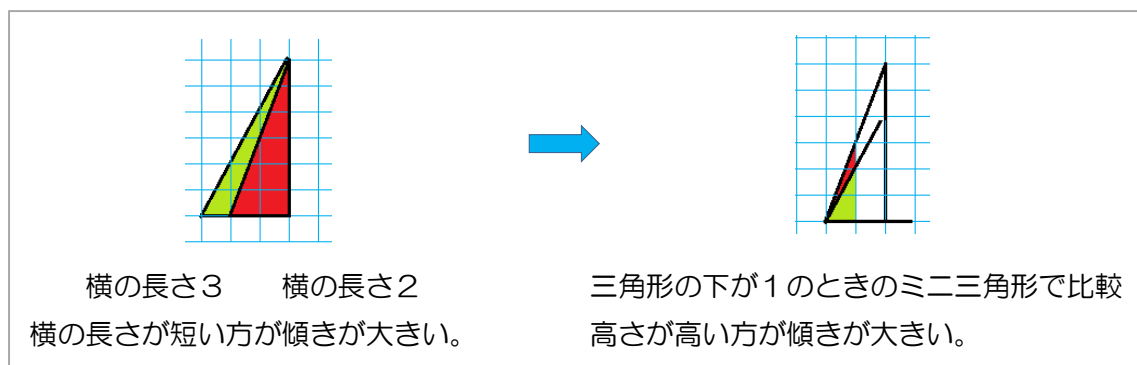


図 3.3.-5 三角形を直接比較する

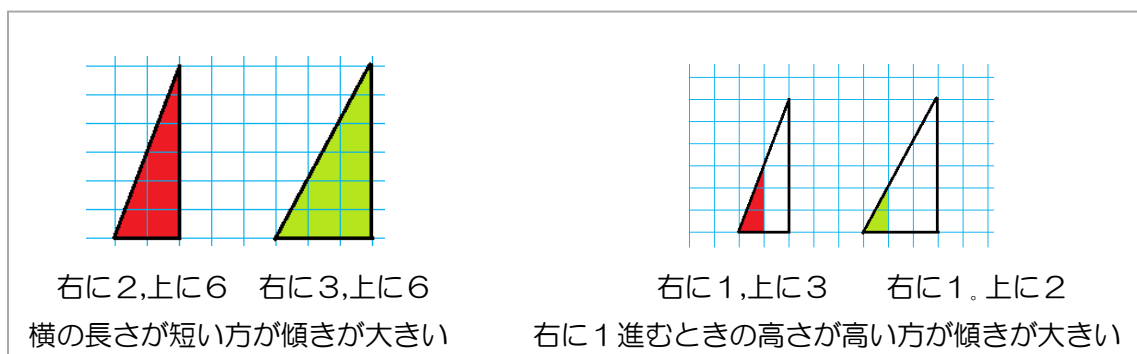


図 3.3.-6 右に〇つ分、上(下)に〇つ分

4. 「傾き三角形」の授業の分析

4.1. 問題把握

実際の授業で取り上げる問題は、以下のものにした。

| | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|
| 気温が一番大きく変わる前に花の植替えをしたいと思います。 植替えをするのは、何時から何時の間に行うのが良いでしょう。 | | | | | | | |
| 時間 (時) | 6 | 7 | 10 | 12 | 13 | 15 | 16 |
| 気温 (°C) | 18 | 21 | 24 | 30 | 31 | 27 | 26 |

なぜ植替え問題に変えたのかというと、児童の生活経験において身近で、感心や意欲を持って取り組める内容だと考えたからである。植替えを行うには、一番気温のあがる時間帯や昼間は避け、涼しい時間に行われなければならない。

そこで「一番大きく変わる前」と提示し、変わり方の様子について調べていくことに意識を向けられるよう工夫を行ったが、次のような反省点があった。

- ・ 問題を出した時点で「7～10時」「9～10時」と予測を立てている児童がいた。グラフ化した際に傾きの差が一目瞭然であり、数値化する必然性が薄れてしまった。見ただけでは判断に困るような、本来の数値設定の方が数値化する必然性を感じられる結果となってしまった。
- ・ 表の設定で答えるのか、自分で時間軸を設定して答えてよいのか、どのような答え方をすればよいのかが不明確な問いとなってしまった。
- ・ 「一番大きく変わる」という表現を「一番暑くなって、徐々に下がっていくところ（頂点）」と意味を読み違えている児童がいた。このことから、当初考えていた問題(3.3.)での提示の方が、すっきりしていて児童も考えやすかったのではないかと。

ワークシートは、 x 軸（時間）に目盛りの値のあるものとなないものの2種類を準備した。値を自分で書くことで、1時間あたりの温度変化を意識させやすいと考えたからである。ただ、児童によっては書くのに時間がかかったり、目盛りの数値設定が難しかったりするため、自分の使いたい方を使わせるようにした。児童は自分で間隔を取りながら、 x 軸の目盛りを設定していた。(4.1.-1)

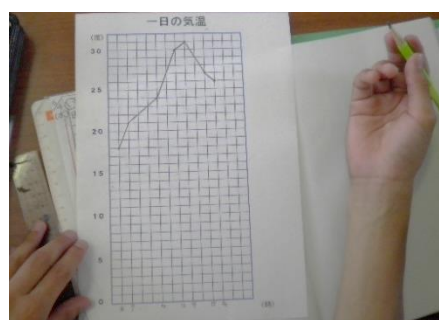


図 4.1.-1

4.2. 自力解決

自力解決に入る前、全体でどのようなグラフになったか確認をした。ワークシートの見取りをした際、8割の児童が自分で目盛りを意識してグラフをかくことができていた。残りの2割は座標のズレによる点の打ち違いであった。この2割の児童は、 x 軸に目盛りの値のあるシートの方を使用していたため、 x 軸の構成ができなかったのではなく、単純な打ち間違いミスであったといえる。

模造紙にワークシートと同じ方眼を印刷したものを準備し、書き込ませていくなかで、「10～12時が急なので、10時までに植替えしたほうがよい。」という児童のつぶやきが出た。そこで、急とはどんな様子を表すのか全体に問いかけ、腕で動作化させた。児童一人一人の腕の傾きが違うことから、共通に理解するために数値化してみるという旨を伝え、自力解決に入らせた。

以下に自力解決の様子を述べる。

よしこ

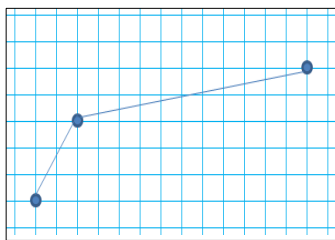


図 4.2.-1

グラフから、10～12時の間が最も急であることを見つけた。長さを測って比較しようとしていたため、図(4.2.-1)を提示し、傾きは長さで比べられるか言葉かけを行った。よしこは、傾きは長さで表すことができないことに気づいたが、どのように数値化してよいか困ってしまった。

そこで、これまで学習してきたことを使って考えられないか言葉かけを行った。すると、線の斜め具合という発想から分度器を取り出して角度を調べようとし始めた。

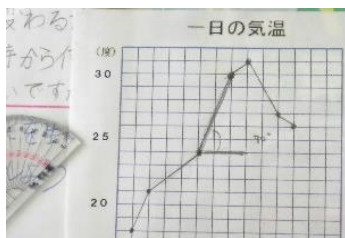


図 4.2.-2

しかし、分度器をどこにどのように当てたらよいのか分からず、再び手が止まってしまった(4.2.-2)。角度は2本の直線の間を調べることから、ワークシート上に傾き三角形を指し示し、もう1本補助線を引いてみるよう促した。与えられた三角形をもとに角度を測ることができたが、その他の傾きの角度を調べるのに、自分ではどこに補助線を引いてどの部分を測ればいいのか分からず困っていた。

よしこは、傾き三角形を与えられたことにより、手がつかなかった状態から補助線を入れて角度を測って調べてみることができた。しかし、傾き三角形の活用の仕方について具体的な説明がなかったため、どの位置においてどの部分の角度を測れば良いのかが分からなかった。

のりこ

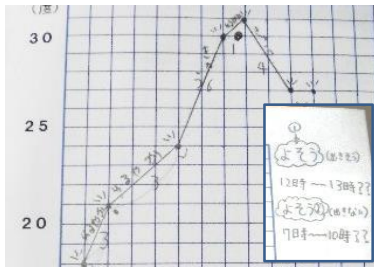


図 4.2.-3

のりこは、数値化が y 軸の値のみの表現になってしまっているが、 x 軸と y 軸を結びつけて変化の様子を考えることができていた。

12~13時という答えも入ってしまったことの原因として、問題文の問い方の分かりづらさが指摘される。「一番大きく変わる前に植え替える。」とされていることから、10~12時、13~15時の変わり方を大きいと捉え、このように答えてしまったと考えられる。

りょう

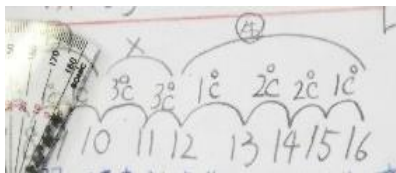


図 4.2.-4

りょうは、1時間あたりの軸を自分で構成して気温の変化を捉えることができていた。さらに、6~7時の時間帯も3度上がっていることから、一つのグラフの中に同じ傾きをしている場所があることにも気づくことができた。このことより、 x 軸の値を不等間隔にして軸の構成を自分でする活動は、傾きの正しい理解に有効であったといえる。

反省点として、4.1の問題把握でも述べたが、答えにくい問題となってしまったことがある。当初考えていた問題の方が答え方も明確になったと考えられる。

だいき

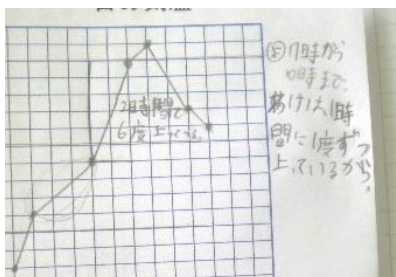


図 4.2.-5

y 軸の目盛の数を数えて数値化している(4.2.-3)。

しかし、予想で12~13時、7~10時としていることから、 y 軸方向だけではなく、 x 軸方向の変化量にも目をつけていることが分かる。

予想のところに書いている「できる」「できない」の意味については「昼休憩はできるけど、学習中はできないから。」と答えた。

グラフにかき、さらに1時間ごとの気温の変化をノートに書きだしている。10~11時、11~12時は1時間で3度上がっているのを \times を書いている。12時以前は(前) 12時以降は(午) として記している。予想した答えは9~10時と答えていた。

(だいきは、表を提示した際、「6~7時は1時間に3度あがって、7~10時は3時間で3度あがってるから、それなら朝来てすぐに植えた方がいいんじゃないか。」という発言をしていた。)

自力解決では、7時から10時までという予想を書いていた。どうしてその時間帯なのか問うと、「こっち(10~12時の間)は2時間で6度上がって、こっち(7~10時の間)は3時間で3度しか上がっていないから。」と答えた。このとき、グラフの中に直線を2本(x 軸方向と y 軸方向に)書きながら説明した。(4.2.-5)

だいきは、傾きが急な部分に視点を当てて、その部分と直前の部分と比較していった。結果、3時間で3度と、2時間で6度では、2時間で6度の方が気温が一気に上がっていると判断したのだ。1時間あたりの変化量を数値として出せてはいないが、 x 軸・ y 軸の変化量を関係づけて捉え、比較していることが分かる。

また、グラフの中に書き込んだ2本の直線の頂点を結ぶと、反対になるものの、まさに傾き三角形と同じ意味を表していることが分かる。

4.3. 練り上げ

以下に練り上げの様子を述べる。

(14:25) 答えとなる時間の確認をし、傾きの数値化へ焦点をあてていく。

自力解決の際、軸の数値を修正して変化を捉えるなど、児童は自分なりの理由をもって答えを書いていた。そこで軸の間隔のとり方からどのように変化を捉えているか話合うことを通して、傾きの数値化へ焦点化していくよう意図して発問を行った。

T「気温が一番大きく変わる前に植替えをしたいけど、いつごろ植えたらよかったかな。」

これに対して、児童の考えは以下の4つに大きく分類された。

「10時からぐんと上がっているから、10時よりも前だと思う。」

「一番暑くなるのが10時からだから、6～10時だと思う。」

「でも、6～7時は急に暑くなってるよ。7～10時の間じゃないかな。」

「一番大きく変わるのが10時からで、その前って書いてあるから9～10時だと思います。」

話し合いの結果、急に変化していない「7～10時」で考えがまとまった。様々な意見が出され共有できたが、意見の共有だけで終わってしまった。数値化へとつなげる教師の言葉かけが十分でなかったことが反省点として挙げられる。9～10時としている児童の意見について、表あるいはグラフをどのようにみて考えたのか別の児童に問いかけるなどして補助発問を工夫したほうが良かった。

(14:29) 傾きを数値化して「急」の意味を捉える。

次に、傾きの数値化へと意識を向けるため以下の発問を行った。

T「どうしてここになったのかな。急っていうのを数字で説明してみて。」

角度で表そうとしたが、どのように補助線を加えたらよいか分からず困っているよしこの考えをもとにスタートした。

よしこ : 角度で測りました。10～12時の間は70度になりました。

T : その他のところは何度になったかな。

よしこ : 分かりませんでした。

(そこで、りょうが手を挙げて付け加える。)

りょう : ここ(10～12時)は70度で、7～10時の間は40度になりました。

40度より70度の方が急だから、70度になる前の7～10時の間に植替えればいいと思います。

T : どうやって角度を調べたの？

りょう : (腕で角の開き具合を示す動作をした後、補助線を引きながら)線が斜めに開くところだから、ここに線を1本加えて、角度を調べました。

T :なるほど。角度は、2本の直線の開き具合だったね。じゃあ、このときはどこにもう1本の線を加えたらいいかな。(グラフの傾き全ての補助線の位置を確認し、角度も測る。この作業を全員にさせる。)

傾きを角度で数値化している考えが多かったことと、傾き三角形の捉えが難しかったのではないかという教師の予測のもと、よしこの考えからスタートした。この際、直線の長さでは傾きは表現できないことを確認できたが、傾き三角形をどの位置にとり、どこの角を測ったら良いのかということについては詳しい説明がなされなかった。りょうは、角が開く様子の動作を加えて説明を行ったが、よしが70度の傾きの補助線を見つけたときと同じように、このあたりに傾き三角形が置けるといふ予測のもと、他の傾きの補助線も引いた。(図4.3.-1)傾き三角形の位置の捉えも口頭で述べられたのみで終わってしまい、児童の中にはどこに傾き三角形を置いて見ればよいのかがよく分からないままおわってしまった。画用紙などで傾き三角形を作り、視覚的な支援を加えながら提示するとより捉えやすくなったと考えられる。

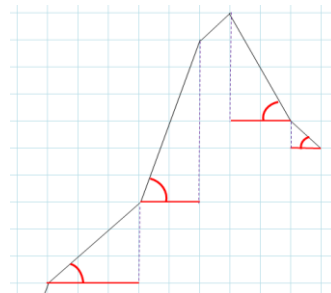


図 4.3.-1

(14:37)

(14:39) **グラフのマスを生かして傾きを数値化する。**

グラフのマスを生かして数値化を図っている児童がいたため、次の発問を行った。

T 「**急を角度を使って調べられたね。**

もし分度器がなかったらどうしたらいいかな。

グラフのマスを使って考えることはできないかな。」

だいき:7~10時の間は3時間で3度しか変わってないけど、10~12時の間は2時間で6度も変わっているから、10~12時の方が変化が大きいのが分かります。

(14:45)ここで、十分な話し合いがされず本時の授業が終わってしまった。

だいきは、グラフのマスを指差して数えながら説明を行った。このとき、傾きの本来の意味の通り、x 軸+方向に変化量を数え、次に y 軸方向に変化量を数えた。



図 4.3.-2

授業が終わったあと、何人かの子どもたちが最後に説明したU児の話について次のように付け加えて説明してきた。

こうた:「3時間で3度は1時間に1度しかあがってないけど、2時間で6度は1時間で3度変わっています。」

きよこ:「ここ(6~7時)を2分にするると10~12時のときと同じになる。」

(このとき、説明しながら傾き三角形の形にマス目を指で追っていた。)

ここで、傾きは長さでなく角度で表すことができることを9割の児童が理解し、方眼のマスを利用して表すことができることを4割の児童が理解した。

自力解決で70度の傾きしか見つけられなかったよしこは、その後りょうの説明を聞いて自分で補助線を引き、40度の角度を導き出していた。(その隣の110度とあるのは、分度器の数値を70度と読み違えたことによると考えられる。)

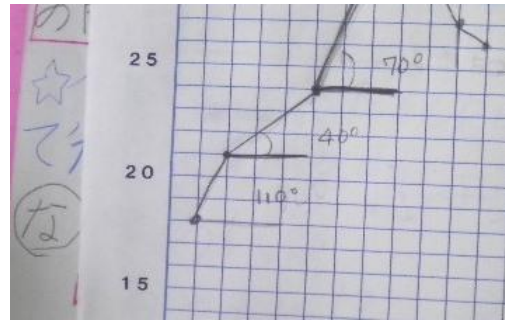


図 4.3.-3

よしこは、傾きの斜辺と補助線から傾き三角形の場所を見つけ、傾きを数値化して捉えることができたと考えられる。

しかし、りょうの説明を聞いても角度を調べられなかった児童が2人いた。これは、説明によって分度器の当て方が分かって、なぜその部分を測るのか分からず困ってしまった児童だった。これは、傾き三角形の意味や捉え方が分かっていないことが原因であると考えられる。

傾き三角形の形状や測る角度は、りょうが示したものと同じだが、傾きの本来の捉えからすると補助線は右図のように入り、傾き三角形の位置はりょうが示したものと逆転した置き方になる。(図 4.3.-4) だが、このような見方をするためには、傾きの意味(1.1.)について知っていなければ難しい。

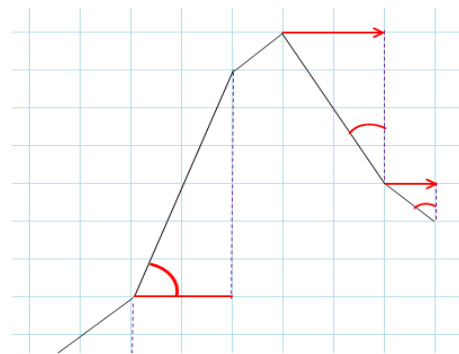


図 4.3.-4

このことから、傾き三角形を学習のどのタイミングでどのように提示していくかについても検証していく必要がある。

マス目を利用して傾きを捉えている児童は、 x 軸・ y 軸方向に○つというように傾き三角形の形に指でマスを追ひ、傾きの大きさを説明していた。このとき約3割の児童は理解を示したが、残りの児童はあまり理解できていない様子であった。このことの原因として、だいきが説明している部分の見えにくさがあった。だいきは、説明する際にグラフのマス目を指でなぞりながら説明を加えていった。このとき、教師はマスがいくつ分あるのかをグラフに書き込んでいった。これが、説明を聞いている児童側からするとグラフがごちゃごちゃして見にくくなってしまったと考えられる。傾き三角形を提示し、どの部分の説明なのか別の児童に問いかけられると良かった。

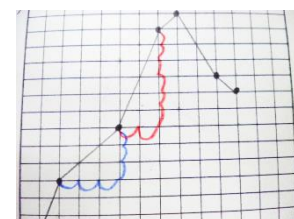


図 4.3.-5

5. 研究の結論

5.1. 研究から得られた結論

本研究の目的は、研究課題①「傾きの数学的な理解を深めるために、どのような指導の工夫を行うことができるか。」と、研究課題②「どのように問題提示の工夫を行うか。」に答えることであった。

研究課題①について、以下の結果が得られた。

- ・ 傾き三角形を用いることで、 x 軸方向・ y 軸方向の変化量を結びつけて捉えることが可能になる。(2.3, 3.3, 4.2, 4.3)
- ・ 傾き具合を数値化して捉えることができる。「ふえる」「へる」について、どのくらい増える傾きなのか、どのくらい減る傾きなのかを数値化して共通に把握できる。(2.1, 2.2, 2.3, 3.3, 4.1, 4.2, 4.3)
- ・ 傾きの大きさの違いを視覚的に比べやすくなる可能性がある。(2.3, 3.3, 4.3)

これらのことから、傾きの数学的な理解を深めるために、「傾き三角形」を用いた指導が有効であることが分かった。

また、研究課題②について、以下の結果が得られた。

- ・ x 軸を不等間隔にしたことで、 y 軸だけではなく x 軸の変化も意識してグラフを見ることができる。(3.1, 3.2, 4.1)
- ・ x 軸方向の値を読み取りやすい等間隔に修正して、変化を読み取ることができる。(3.1, 3.2, 4.2, 4.3)

これらのことから、 x 軸の値を不等間隔にした問題提示が、両軸の関係を捉えるのに有効であることが分かった。

上記より、 x 軸の値を不等間隔にし、傾き三角形を用いて指導することで、傾きの数学的な理解を深めることができると言えるだろう。

5.2. 実践からみられるその他の示唆

その後の学習場面において、児童の次のような活用の姿が見られた。

「垂直・平行と四角形」での活用

- ・ 方眼上の平行を見つける際、同じ傾きになっている2直線を探せばよいことに気づいた。
- ・ 方眼紙に四角形（平行四辺形、ひし形、等脚台形など）を作図する際、方眼のマス目を利用して作図する姿が見られた。

「変わり方」での活用

- ・ 表を読み取る際、折れ線グラフに表すという考えが出された。児童は、グラフから「まっすぐ＝傾きがずっと同じ」な変わり方をしていることを発見し、傾き方からどのような変化をしているかがわかるということを見つけた。

5.3. 今後の課題

今後の課題は以下の通りである。

- ・ 提示する問題文を吟味する必要がある。今回提示した問題文では、傾きの数値化に焦点化していきにくい問題提示となってしまった。シンプルに傾きの数値化を考えられるような問題にする必要がある。(3.3, 4.1, 4.3)
- ・ 第3時で提示する表の数値は、比較しづらい数値が良い。今回提示した数値では、10～12時が一番変化が大きいことが表からもグラフからも一目瞭然であり、数値化する必要性が薄れてしまった。(3.3, 4.1)
- ・ 「傾き三角形」の提示方法について、授業の展開の中でいつ、どのように提示するか検討する必要がある。(4.2, 4.3)
- ・ 傾きに対して、「傾き三角形」をどのように当ててみたらよいか、当て方の指導も必要である。(4.2, 4.3)

引用・参考文献

- 角両達男. (2006). 「小中連携の視点を重視した数学授業の実践」. 日本数学教育学会誌第 88 巻第 5 号, pp. 45 - 46
- 溝口達也. 他 2 名. (2013). 「「傾き」の確かな理解を求めて」. 新しい算数研究 (東洋館出版社) , No. 511, pp. 38-39

鳥取大学数学教育研究 ISSN 1881-6134

Site URL : <http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu>

編集委員

矢部敏昭 鳥取大学数学教育学研究室 tsyabe@rstu.jp

溝口達也 鳥取大学数学教育学研究室 mizoguci@rstu.jp

(投稿原稿の内容に応じて、外部編集委員を招聘することがあります)

投稿規定

- ❖ 本誌は、次の稿を対象とします。
 - ・ 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文、またはその抜粋・要約・抄録
 - ・ 算数・数学教育に係わる、理論的、実践的研究論文／報告
 - ・ 鳥取大学、および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
 - ・ その他、算数・数学教育に係わる各種の情報提供
- ❖ 投稿は、どなたでもできます。投稿された原稿は、編集委員による審査を経て、採択が決定された後、随時オンライン上に公開されます。
- ❖ 投稿は、編集委員まで、e-mailの添付書類として下さい。その際、ファイル形式は、PDFとします。
- ❖ 投稿書式は、バックナンバー（vol.9以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551 鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX 0857-31-5101 (溝口)

<http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/>