ISSN 1881–6134

鳥取大学数学教育研究
Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

小学校の確率学習に関する研究

宮崎諒平　*Ryohei Miyazaki*

vol.16, no.3
Feb. 2014

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第 1 章
研究の目的と方法

1.1　研究の動機
1.2　研究の目的と方法

本章では，研究の目的と方法について述べる。

1.1 では，本研究の動機を述べる。1.2 では，本研究の目的と方法を述べる。

第１章　研究の目的と方法

1.1　研究の動機

日常生活において「確率」の見方・考え方を必要とする場面は多くあり，我々にとって非常に身近なものだと思われる．例えば，雨の降る確率，じゃんけんで勝つ確率などである．しかしながら，小学校段階では，場合の数や割合などを学習することはあっても，確率については指導されていない．

一方，諸外国の確率教育に目を向けると，アメリカでは，就学前から不確定事象のカリキュラムが組まれており，フィンランドでは，小学校 3 年生から統計的確率を扱っている．その他諸外国でも，早い地域では 5～6 歳時から，可能・不可能やチャンスについての学習を開始する．

また，我が国の確率学習を始める年齢の遅さによる影響は，国際調査の数値にも表れている．2009 年に行われた OECD による学習到達度調査(PISA)において，数学的リテラシーの分野では，85 題中 20 題が「不確実性」の領域から出題されているが，この数学的リテラシーの分野での日本の順位は 65 か国中 9 位であり，他の分野と比べてみると低いことが分かる(科学的リテラシーの分野では 65 か国中 5 位である)．

このような実態を持っていながらも，現在の日本では，確率は中学校 2 年生で初めて学習する内容であり，先にも述べたが，小学校の算数科では扱われていない．筆者は，このことについて疑問を持ったと同時に，日本でも小学校から確率学習を取り入れるべきではないか，そうだとして取り入れることは可能なのかと思うようになった．これらのことから，小学校における確率学習について研究することとした．

1.2　研究の目的と方法

確率学習に関して調べていく中で，van Hiele の「幾何学的思考の発達水準論」(以下，思考水準論と呼ぶことにする)という理論があることを知った．さらに，この思考水準論が幾何についての調査だけではなく，カリキュラムの分析で利用されたり，関数や問題解決への適用が試みられてきたということを知った．そこで筆者は，この思考水準論を確率分野

にも応用させることができるのではないかと考え，van Hiele の思考水準論を基に，小学校の確率学習について研究をしようと考えた．

本研究の目的は，小学校の確率学習について考える上で，現行の小学校の確率に関する学習における問題点を明らかにすることである．

研究の方法として，まずは，van Hiele の思考水準論やこの理論を実際に確率分野に応用させている先行研究から，小学生の確率概念の発達水準(レベル)について考察する．次に，確率概念の発達の実態に関する先行研究やそこで行われている実態調査などを参考に，児童の実態について考察する．さらに，先行研究に習った調査問題を筆者が作成し，実際に調査を行い，調査結果の分析を行う．あわせて，現行の小学校算数科の教科書分析を行い，そこから問題点を探る．

第 2 章
思考水準論に関する先行研究

本章では，思考水準論に関連する先行研究を分析し，確率分野における思考水準について考察する.

2.1 では，幾何における思考水準論について，van Hiele と布川和彦氏の先行研究をもとに考察する．2.2 では，2.1 の幾何における思考水準論を確率に応用させた水準論について, 岡部氏と福間氏･礒田氏の先行研究をもとに考察する. 2.3 では，幾何における水準論を確率分野に適用させる意義について論述する.

第 2 章　思考水準論に関する先行研究の検討

2.1　幾何における思考水準論

2.1.1　van Hiele の思考水準論

van Hiele は，小学校段階から大学教育段階までの幾何学的な思考の発達の流れを 5 つの水準に分けており，学習者は各水準を段階的に上昇しながら，幾何学的概念を獲得し，思考の水準を発達させていくとしている．加えて，各水準を上昇する過程において，5 つの学習段階が捉えられるとし，第 5 段階まで進むことで，ある水準から次の水準に移行するとしている．

van Hiele(1986)によると，「私が中学校の教師として幾何学を教えた際に，その導入の部分で自分と生徒で言葉が通じないかのような印象を受けた」と述べられており，ここから彼は，教師と生徒が異なる思考の水準にいると考え，思考水準論を考えたとされている．

また，van Hiele(1986)は，ピアジェの理論を参考にしながらも，それが発達に関わるものであって学習についての理論ではないこと，自分の関心が子どもの水準の移行の促進にあるということも述べている．

以下が van Hiele が提唱した 5 つの水準と 5 つの学習段階である．

第 0 水準…図形はその外観により判断される．子どもは，その形によって三角形，正方形などと認識することは出来るが，図形の性質を認識してはいない．

第 1 水準…図形はその性質により認識される．子どもは，図形の形に潜在する性質を認識し始める．

第 2 水準…図形の諸性質間の論理的な関係や図形間の論理的な関係づけがなされる．たくさんある性質の中で二三の特徴的な性質が図形を定義するものとされる．

第 3 水準…理論全体を構成し発展させる方法としての演繹法の意味が理解される．ここでは，演繹の意味や公理，必要・十分条件の認識に関連している．

第 4 水準…論理の本性について認識され，対象の具体的性質

間や対象間の関係の具体的な意味が捨象される．すなわち，理論をあらゆる具体的な解釈を抜きにして展開することができる．

また，「思考水準」を上昇させるための「学習段階」は，次のように示されている．

第 1 段階…「探求」の段階．生徒は，これから学習する課題を認識し，その課題に取り組む．
第 2 段階…「指示された方向付け」の段階．生徒は，学習する分野の事柄同士を関連付ける．
第 3 段階…「明確化」の段階．言語上の記号を正確に結びつけ，自分の意見を表現する．
第 4 段階…「自由な方向付け」の段階．すでに学習した事柄の関係を自由に用いて，生徒自身のやり方を見つける．
第 5 段階…「統合」の段階．生徒は，学習してきた内容を一つに要約する．

※これらの 5 つの段階は各水準に設けられており，第 5 段階まで進むことで，ある水準からある水準に移行するとされている．

2.1.2　布川和彦氏の思考水準論

布川氏(1992)は，van Hiele の思考水準論について，各水準の記述は利用する各研究者により様々であり，水準を構成する原理も不明確であるとし，「対象の認識の変化」という原理から，van Hiele の思考水準論の再構成を行った．そこでは，van Hiele の 5 つの水準が，それぞれ 3 つの水準からなる 2 つのユニットの組み合わせとして再構成されている(表 1 参照)．

第 1 のユニットは，図形に対する認識の変化にあたり，(1)視覚的全体的な図形の認識，(2)一群の性質を持つ形として図形の認識，(3)定義による図形の認識の 3 つの水準からなる．また，第 2 のユニットは，幾何学の体系に対する認識にあたり，(1)幾何学の体系の全体的な認識，(2)一群の性質を持つ体系としての幾何学の体系の認識，(3)定義による幾何学の体

系の認識の 3 つの水準からなる．(第 1 ユニットの詳しい説明は，本論文の最後に添付)

表 1 : 布川氏が考えた思考水準論

	図形の認識(第 1 ユニット)	幾何学の体系の認識(第 2 ユニット)
第 1 水準	視覚的全体的な図形の認識	
第 2 水準	一群の性質を持つ形としての図形の認識	
第 3 水準	定義による図形の認識	幾何学の体系の全体的な認識
第 4 水準		一群の性質を持つ体系としての幾何学の体系の認識
第 5 水準		定義による幾何学の体系の認識

＊図形の性質についての関係網が構成され，図形の定義が機能するようになる第 1 ユニットの第 3 水準においては，その関係網を辿ることにより，演繹的な推論が行われ，素朴な形での幾何学の体系が登場する．これが第 2 ユニットの第 1 水準(全体の第 3 水準にあたる)となり，結果的に全部で 5 つの水準が現れるとされている．

2.1.3　考察

現在，小学校低学年では，図形を全体としての形によって認識するのに対して，中学年では性質によって図形を考察する．このことから，van Hiele の思考水準論の第 0 水準～第 1 水準が小学校 1 年生～4 年生に対応しているのではないかと考えた．また，図形の性質を根拠に課題を解決したり，作図方法を考え説明したりすることができるのは，小学校 5 年生～中学校 1 年生だと考え，この時期は van Hiele の水準論の第 2 水準に対応しているのではないかと考えた．これらのことより，小学校段階での水準は，van Hiele の水準論でい

うと，第 0 水準～第 2 水準であると考えられる（布川氏の水準論では，第 1 水準～第 3 水準にあたる）.

2.2　確率における思考水準論

2.2.1　岡部恭幸氏の思考水準論

岡部氏(2004)は，van Hiele の思考水準論を幾何以外の分野へ一般化するためには，それぞれの分野での「方法の対象化」を明確にする必要があるとし，「確率概念の認識における水準」を以下のように設定している．(各水準の詳しい説明は，本論文の最後に添付)

水準	対　象	方　法
0	偶然的な現象	結果の列挙
1	結果の列挙	根元事象
2	根元事象	数学的確率
3	数学的確率	確率の命題
4	確率の命題	公理

ここでは，1 つ前の水準の「方法」が，次の水準の「対象」となっていることが伺える．例えば，第 0 水準では，偶然的な現象(対象)を結果の列挙(方法)から，つまり，過去の経験から認識するが，第 1 水準ではその結果の列挙が「対象」となっている．

2.2.2　福間政也氏・礒田正美氏の思考水準論

福間氏と礒田氏(2003)は，van Hiele の師である，H.Freudenthal による学習過程の水準を参考にしつつ, 次のように確率分野における水準を作成している．

第 0 水準
　事象を経験から予測して考察する.
第 1 水準
　予測を確率で考察する.
第 2 水準

確率を確率の規則性で考察する．
第 3 水準
確率の規則性を確率の命題で考察する．
第 4 水準
確率の命題を公理的に考察する．
(下線部が認識方法である)

さらに，福間氏・礒田氏は各水準の説明を次のように述べている．

○第 0 水準：直観的確率

事象の起こり得る場合を自ら予測する水準である．自分の考えや経験から確率を見つけ出す．「確率」という言葉は用いるが，「確率」がどんなものであるかは分かっていない．

○第 1 水準：割合としての確率

予測したことを確率で表すことができる水準である．数値の大小を用いて，起こりやすさを判断することができる．統計的確率と数学的確率との区別はない．

○第 2 水準：確からしさとしての確率

この水準では，統計的確率と数学的確率は区別される．

(統計的確率)：極限的発想としての確率

割合を確率で表すことができ，試行回数を増やしていくとある確率に近づいていくことが分かる．

(数学的確率)：定式化された算法としての確率

確率を順列・組み合わせの計算により考察することができる水準である．

○第 3 水準：理論化された確率

この水準では，確率の命題を用いて確率を求めることができる．

(統計的確率)：積分方法による確率

確率を正規分布，二項分布などで表し，平均，分散，標準偏差を用いる．

(数学的確率)：代数的方法による確率

条件つき確率，加法定理，乗法定理を用いることができる．事象の独立と従属などを考えるが，確率空間では考えることができない．

○第 4 水準：公理的確率

確率を公理で考える水準である．確率モデルを用い，測度論で確率を考える．

※後述する第 4 章では，この水準を利用し，分析を行う．

また，福間氏・礒田氏は，これらの水準の妥当性を示すために，いくつかの調査を行っている．ここでは，その中の 3 つを引用し，以下に示す．(その他の調査は，本論文の最後に添付)

市立小学校 6 年生(10 名)，市立中学校 3 年生(10 名)，県立高校 2 年生(15 名)(小学校 6 年生は確率は未習，中学校 3 年生は確率を既習，高校 2 年生は確率，順列，組合せを既習している)を対象に以下の調査を課し，調査直後に個別にインタビューを行った．

A (確率の定義を問う問題)

「確率」という言葉を知っていますか？また，それはどんなものですか？

水準	小 6	中 3	高 2	解答説明
0	8/10	1/10	2/15	言葉は知っているが，定義は知らない
1	2/10	8/10	8/15	割合の意味での統計的な確率
2	0/10	1/10	5/15	数学的確率と統計的確率の定義両方

B (数学的確率と統計的確率の区別を問う問題)

サイコロを投げたとき，1 の目が出る確率は 1/6 であるとよく言われますが，これは何を意味すると思いますか？

①6 回投げれば，1 回の割合で 1 の目が出てくるであろう．

②同様に確からしいサイコロは 6 つの目があって，そのうち 1 つが出るから 1/6 である．

③サイコロを投げるとき，投げた回数を永久に増やすと 1 の目の出る確率は，1/6 に近づく．

④その他

水準	小 6	中 3	高 2	解答説明
0	9/10	7/10	3/15	理由を聞いて分からない
1	1/10	3/10	5/15	数学的確率と統計的確率の区別がない
2	0/10	0/10	7/15	数学的確率と統計的確率の区別がある

（中 3 生）（T：実施者，S：生徒，以下同様）

「①と②」と答えた生徒に対して，

T：①と②．なんでこう思ったの？

S：①は，サイコロを 6 回投げると，その中で 1 回は 1 が出るんじゃないかな．②は，サイコロの面が 6 面あって，そのなかのうち 1 つが 1 だから．

T：じゃあ，③は何で違うと思った？

S：サイコロを投げたときに，繰り返して投げた回数を増やしていくと 1 の出る割合は，減っていくと思うから．

（分析）

この中 3 生は，サイコロを投げると 6 回中 1 回は，1 の目が出ることを言っている．試行回数を増やしていくとある数値に近づいていくというような統計的確率としては，分かっていないことが伺える．

C （同様に確からしいことの理解を問う問題）

10 円玉を 9 回投げて，表が出たときを H，裏が出たときを T と記録しました．10 回目にはどちらが出ると思いますか．

回数	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
10 円玉	H	H	T	H	T	T	T	T	T	???

水準	小 6	中 3	高 2	解答説明
0	4/10	4/10	3/15	理由も聞いて，分からない
1	2/10	4/10	3/15	理由も聞いて，T と答える
2	4/10	2/10	9/15	理由も聞いて，どちらともいえない

（小 6 生）

「どちらが出るか分からない」と答えた児童に対して，

T：どっちか分からない．なんで？

S：確実に表か裏かを言うことができないからどちらか分からない．

（中 3 生）

「裏が出る」と答えた生徒に対して，

T：なんで，裏が出ると思ったの？

S：9 回投げたとき，表の確率が 1/3 で，裏の確率が 2/3 で，裏が出る確率の方が高いから．

T：じゃあ，10 回目に表が出る確率はいくら？

S：1/3？

(分析)

この小 6 生は，10 回目に表，裏のどちらが出るか分からないと言ったのに対して，この中 3 生は，1 回目から 9 回目まで裏の方が多く出ていることから裏が出ると言っている．中 2 の確率の学習では，記述統計的に度数の割合として確率の値を定式化していく．同時にこのような考えも育つと考えられる．

2.2.3　考察

これらの調査から，小学校 6 年生は，確率の定義や確率がどんなものであるかは知らないが，経験的に確率という言葉を知っている．このことから，第 0 水準に該当すると考えられる．中学校 3 年生は，確率の定義を知っており，簡単な確率の算出をすることもできるが，統計的確率や数学的確率の区別がなく，割合として確率を捉えている．よって，第 1 水準に該当すると考えられる．高校 2 年生は，確率の定義を知っており，統計的確率と数学的確率の区別もある．しかし，他の調査からは，条件つき確率や乗法定理などの問題は解くことができていないことが伺えた．よって，第 2 水準に該当すると考えられる．

また，調査問題 C において，小学校 6 年生は，確率の学習をしていないため確率を算出することができず，「どちらが出るか分からない」と答えていることから，第 0 水準の直観的確率に該当すると考えられる．また，福間氏・礒田氏の考察にもあるのだが，この解答は第 2 水準の確からしさの確率と一致していると考えられる．

2.3　確率分野に適用させる意義

2.1.1 では，van Hiele の思考水準論を基に，幾何における子どもの思考水準や発達段階を見てきたが，この思考水準論は，児童・生徒の理解の立場から，特定領域の学習の思考水準(発達段階)を示している．このことから，その水準を踏まえた学習過程を構成するための基礎理論となるのではないかと考えられる．

また，2.1.2 で，布川氏(1993)が再構成した水準，特に第 1 ユニットの 3 つの水準については，ヴィゴツキーの発達の最近接領域と関連付けられており，「この第 1 ユニットは，図形の知識についての発達の最近接領域を作っていることになる」と述べていること，さらに，福間氏・礒田氏(2003)も，「確率の学習において，生徒の思考の発達の様相を踏まえた学習過程を考える必要がある」と述べていることから，確率も幾何と同じように，子どもの発達段階を踏まえた指導がなされるべきだと考える．よって，この思考水準論を基に，小学校における確率学習について考えていくことは，非常に有意義なことなのではないかと考えた．

しかし，これらの思考水準論だけで小学校における確率学習について考察するのは難しいのではないかとも思われる．その理由として，van Hiele の思考水準論やそれを基にした先行研究を見ていく中で，小学校段階における水準は，第 0 水準～第 2 水準であることがわかったが，福間氏・礒田氏の調査からは，小学校 6 年生は第 0 水準，中学校 3 年生は第 1 水準，高校 2 年生は第 2 水準に該当すると考えられた．このことから，「小学校段階は第 0 水準」，「中学校段階は第 1 水準」，「高校段階は第 2 水準」といったように分けることは，もしかすると間違っているのではないか，水準としては粗いのではないかと感じた．そこで，第 3 章では，児童の実態(調査)から小学校の確率学習について考察する．

第 3 章
確率概念の発達の実態

本章では，「主な誤認知」に焦点をあてた，児童の確率概念の発達の実態調査について考察する．

3.1 では，Fischbein と Schnarch が行った，ヒューリスティックス(発見法)に関する 7 種類の調査問題と，それらを少し変更するかたちで松浦氏が行った，同じく 7 種類の調査問題について考察する．3.2 では，両者の調査結果の共通点と相違点について論述する．

第 3 章　確率概念の発達の実態

3.1　Fischbein & Schnarch と松浦武人氏の調査

Fischbein と Schnarch は，主観的・直観的な確率判断に基づく確率の誤概念の実態について，ヒューリスティックス(発見法)に焦点をあてた 7 種類の調査問題を作成し，イスラエルの 5 年生 20 人，7 年生 20 人，9 年生 20 人，11 年生 20 人, 教師志望の数学専攻の大学生 18 人(いずれも確率は未習)を対象に調査を行っている.

松浦氏は，Fischbein,Schnarch の調査問題に習って調査問題を作成し，調査を行っている．この調査では，小学校 1 年生 47 名，2 年生 61 名，3 年生 58 名，4 年生 49 名，5 年生 56 名，6 年生 57 名，中学校 1 年生 33 名，2 年生 37 名，3 年生 36 名, 高校 1 年生 38 名, 2 年生 44 名, 3 年生 37 名，国立大学 3 年生 94 名が対象とされている.

以下が 7 種類の調査問題と解答の選択率である．(両者の調査結果をグラフで表したものは，本論文の最後に資料として添付している．)

1.**代表性**の問題　　　　※問題と解答の選択率(%)

(Fischbein & Schnarch)

ロトゲームで，40 の数字の中から 6 個の数字を選ばなければならない.

ベアードは，1，2，3，4，5，6 を選び，

ルースは，39，1，17，33，8，27 を選んだ.

どちらが勝つ可能性が高いか？

	5	7	9	11	CS
ベアードが勝つ可能性が高い.	0	0	0	0	0
ルースが勝つ可能性が高い.	70	55	35	35	22
ベアードもルースも勝つ可能性は同じ.	**30**	**45**	**65**	**65**	**78**

※背色は主な誤認知，太字は正答を示す.

CS は College Student の略．(以下同様)

(松浦氏)
1 から 40 までの数字の中から 6 個の数字を選んで，次のようなマスの中に，その数字を書いてビンゴゲームをします．
タケシは，1，2，3，4，5，6 と書きました．
ミノルは，39，1，17，33，8，27 と書きました．
どちらが，勝ちそうですか？

	3	4	5	6	10	11	12	US
タケシが勝ちそうだ.	10	8	13	5	11	14	3	3
ミノルが勝ちそうだ.	78	57	81	65	56	61	62	28
どちらも同じように，勝つチャンスがある.	12	33	6	28	33	25	32	68

※US は University Student の略．(以下同様)

「代表性(Representativeness)」とは，事例の典型例や代表例が，基底事項として選択されやすいというものである．この問題では，数字の出方はランダムであるという代表性から，ルースやミノルが勝つと解答してしまうのである．

・傾向

Fischbein,Schnarch の調査では，主な誤認知の割合は年齢とともに減少している．松浦氏の調査では，大学生の主な誤認知の割合が急激に減少していたり，上下の波は少しあるものの，全体的に見ると，主な誤認知の割合は年齢とともに減少していると言える．

2.**負の親近効果**の問題

(Fischbein & Schnarch)
コインを投げるとき，結果は 2 つの可能性がある．表か裏である．
ロンニは，コインを 3 回はじき，毎回表が出た．
ロンニは，再びコインをはじこうとしている．
4 回目に表が出る可能性はどうであるか？

	5	7	9	11	CS
裏を出すより低い．(負の親近効果)	35	35	20	10	0
裏を出すのと等しい．	40	55	70	90	94
裏を出すより高い．(正の親近効果)	0	5	0	0	0

(松浦氏)

お金を投げると，「おもて」か「うら」が出ます．

マリコは，お金を3回投げて，3回とも「おもて」が出ました．

4回目は，どうなるでしょうか？

	3	4	5	6	10	11	12	US
「うら」が出やすい。(負の親近効果)	28	35	43	26	22	21	16	11
「うら」も「おもて」も同じように出やすい。	50	49	18	58	61	70	70	89
「おもて」が出やすい。(正の親近効果)	22	12	39	16	17	9	14	0

「負の親近効果(Negative Recency Effects)」とは，ラン(同じ事象の連続)の短い系列の方をランダム系列としてもっともらしいと感じるというものであり，「賭博者の錯誤」とも称されるものである．この問題では，次こそは裏が出るだろうと考えてしまうのである．

・傾向

両調査とも，主な誤認知の割合は年齢とともに減少しており，正答率が比較的高かった問題と言える．正の親近効果は，松浦氏の調査では少し見られた．

3.**複合と根元の事象**の問題

(Fischbein & Schnarch)

2つのサイコロを同時に投げるとします．

次のどれが起こりやすいでしょうか？

	5	7	9	11	CS
5 と 6 のペアが出る.	15	20	10	25	6
6 と 6 のペアが出る.	0	0	0	0	0
どちらも同じ可能性を持つ.	70	70	75	75	78

(松浦氏)
問題は同じなので省略する.

	3	4	5	6	10	11	12	US
5 と 6 が出る.	55	59	65	46	31	43	24	16
6 と 6 が出る.	10	8	18	5	11	5	8	0
どちらも同じように出やすい.	35	31	17	49	58	43	65	83

「複合と根元の事象(Compound and Simple Events)」は，複合事象と根元事象(この場合では，5 と 6 のペアと，6 と 6 のペア)を区別せず，同時に起こりやすいものとして捉えてしまうのである.

・傾向

Fischbein,Schnarch の調査では，主な誤認知の割合が年齢に関わらず高いのに対し，松浦氏の調査では，上下の波はあるが，年齢とともに主な誤認知の割合が増加している.

4.**連言錯誤**の問題

(Fischbein & Schnarch)
ダンは医者になることを夢見ている.
彼は，人を助けることが好きであり，高校時代は，赤十字の組織で奉仕活動をしていた.
彼は，優秀な成績を納め，医療スタッフとして軍に仕えた.
軍への奉仕を終えて，ダンは大学に入学した.
次のうち，どちらがよりあり得ることと思うか？

	5	7	9	11	CS
ダンは，医大学生である.	85	70	80	40	44
ダンは，学生である.	15	30	20	60	56

(松浦氏)
サブローは野球が好きで，プロ野球選手になりたいと思っています.
彼は，小学生の時，野球チームに入っていました.
彼は中学校に入学しました.
サブローは今，どうなっていると思いますか？

	3	4	5	6	10	11	12	US
サブローは，中学で野球部に入っている.	88	61	91	63	69	66	68	45
サブローは，中学生である.	12	39	9	37	31	32	27	50

「連言錯誤(The Conjunction Fallacy)」は，先行情報からして確率の高い事象 A に引きずられ，事象 B よりも，連言事象(A and B)の方が確からしいと判断するというものである．この問題の場合，医大の学生は，学生の一部であるにも関わらず，医学に関する情報から，ダンは医大に進学していると判断してしまうのである(サブローの場合も同様).

・傾向
両調査とも，上下の波があるが，主な誤認知の割合は年齢とともに減少している．Fischbein,Schnarch の調査では，主な誤認知の割合が 9 年生までは非常に高く，その後，約半分にまで減少している．松浦氏の調査では，年齢とともに減少してはいるが，主な誤認知の割合が全体的に高い.

5.標本サイズの影響の問題

(1) (Fischbein & Schnarch)
ある街に 2 つの病院がある.
小さい病院は，一日平均約 15 人産まれ，大きい病院は，一日平均約

45 人産まれる．
男の子が産まれる確率は，約 50％である(しかしながら，50％以上男の子が産まれる日もあれば，50％以下の時もある)．
小さい病院では，60％を表す 9 人より多く男の子が産まれた日が，一年間記録されている．
大きい病院では，60％を表す 27 人以上の男の子が産まれた日を記録した．
2 つの病院のうち，どちらがそんな日が多いであろうか？

	5	7	9	11	CS
大きい病院の方が多かった．	20	35	5	10	0
小さい病院の方が多かった．	0	0	5	0	0
2 つの病院とも等しい．	10	30	70	80	89

(松浦氏)
問題は同じなので省略する．

	5	6	7	8	9	10	11	12	US
大きい病院の方が多かった．	42	39	40	32	28	22	30	22	14
小さい病院の方が多かった．	48	30	30	44	36	44	46	35	19
2 つの病院とも等しい．	6	28	27	19	33	31	22	38	61

(2) (Fischbein & Schnarch)
3 回コインを投げたとき，少なくとも 2 回表が出る可能性は？

	5	7	9	11	CS
300 回中 200 回表が出る可能性より低い．	5	5	25	10	6
300 回中 200 回表が出る可能性と等しい．	30	45	60	75	44
300 回中 200 回表が出る可能性より高い．	35	30	10	5	50

(松浦氏)
問題は同じなので省略する.

	5	6	7	8	9	10	11	12	US
300 回中 200 回表が出る可能性より低い.	41	19	24	40	31	31	23	19	17
300 回中 200 回表が出る可能性と等しい.	24	51	46	35	61	44	49	46	54
300 回中 200 回表が出る可能性より高い.	35	28	30	22	8	22	23	35	25

「標本サイズの影響(Effect of Sample Size)」は，一般には標本サイズが大きいほど，大数の法則により，統計量の変動が小さくなるにも関わらず，標本サイズを無視して判断してしまうというものである．問題 A の場合，小さい病院の方が，日による変動が大きくなるにも関わらず，同じであると判断してしまい，問題 B では，3 回コインを投げて 2 回表が出る可能性は, 300 回中 200 回表が出る可能性より高いはずだが，それらが等しいと判断してしまうのである．

・傾向

(1)の問題に関して，Fischbein,Schnarch の調査では，主な誤認知の割合は年齢とともに増加していき，正答率も明らかに低い．松浦氏の調査では，主な誤認知の割合が年齢とともに徐々に増加していき，大学生で急激に増加している．(2)の問題に関しては，Fischbein,Schnarch の調査では，大学生を除いて，主な誤認知の割合は年齢とともに高まっており，松浦氏の調査では，波はあるものの，年齢問わず半数近い主な誤認知が見られる．

6.検索容易性の問題

(Fischbein & Schnarch)
10 人の立候補者の中から 2 人の委員を選ぶ組み合わせは,
10 人の立候補者の中から 8 人の委員を選ぶ組み合わせより(と),

	5	7	9	11	CS
少ない.	20	5	10	0	22
等しい.	0	5	5	15	6
多い.	10	20	65	85	72

(松浦氏)
10 人の中から，2 人の代表を選んで作るチームの数は，
10 人の中から，8 人の代表を選んで作るチームの数より(と)，

	5	6	7	8	9	10	11	12	US
少ない.	31	44	27	32	31	19	25	11	16
等しい.	22	18	39	24	38	42	36	46	46
多い.	41	33	27	27	28	33	25	27	29

「検索容易性(Availability)」は，事例を探し出したり思い出したりする容易さによって確率を判断してしまうというものである．この問題の場合，8 人の組み合わせより 2 人の組み合わせの方が容易に思い浮かべられるため，多いと判断してしまうのである．

・傾向

Fischbein,Schnarch の調査では，主な誤認知の割合が年齢とともにかなり増加しており，正答率も低い．一方，松浦氏の調査では，主な誤認知の割合は年齢に関わらず，比較的低めで安定しているが，正答率はどの学年も半数に満たない程度である．

7.時間軸の影響の問題

(Fischbein & Schnarch)
ヨアブとギャリットは，それぞれ 2 つの白石と 2 つの黒石の入った箱を受け取る．
（A）ヨアブは箱から石を取り出し，それが白であるのを見る．石を元に戻さずに，2 つ目の石を取り出す．この 2 つ目の石もまた白であ

る可能性は，黒である可能性と比べて，低いか，等しいか，それとも高いか？
（B）ギャリットは，箱から石を取り出し，それを見ずに横に置く．彼女は2つ目の石を取り出してみると白であった．最初の石が白である可能性は，黒である可能性と比べて，低いか，等しいか，それとも高いか？

	5	7	9	11	CS
（A）と（B）どちらも低い．	45	50	35	30	39
（A）は低く，（B）は等しい．	5	30	35	70	44
（A）と（B）どちらも等しい．	25	15	25	0	0

(松浦氏)
ケイコとリサは，それぞれ2つの白玉と2つの黒玉が入った箱を受け取りました．
①ケイコは，箱から玉を1つ取り出し，それが白であるのを見ました．玉を箱に戻さずに，2つ目の玉を取り出します．この2つ目の玉も，また白である可能性は，黒である可能性と比べて，低いか，等しいか，それとも高いか？
②リサは，箱から玉を取り出し，それを見ずに横に置きました．2つ目の玉を取り出してみると白でした．最初の玉が白である可能性は，黒である可能性と比べて，低いか，等しいか，それとも高いか？

	5	6	7	8	9	10	11	12	US
①と②どちらも低い．	24	40	18	32	31	36	34	38	52
①は低く，②は等しい．	28	38	21	19	28	25	23	24	36
①と②どちらも等しい．	9	11	27	11	22	25	16	14	7

「時間軸の影響(The Effect of the Time Axis)」は，ある事象がその原因となる事象にまで遡って影響を与えることはない(前件が後件を決める)という，時間軸の影響が誤りを導くというものである．Fischbein,Schnarch の問題の(B)の

場合，2 つ目の石が白であったことは，2 つ目の石を取る前にすでに取り終えている 1 つ目の石の色に遡って影響を与えることはないと判断してしまうのである(松浦氏の問題の②の場合も同様に).

・傾向

Fischbein,Schnarch の調査では，主な誤認知の割合は年齢とともに増加しており，特に 11 年生の主な誤認知の割合が高いが, 正答率は大体半数程度である. 松浦氏の調査では, 主な誤認知の割合は年齢に関わらず, 比較的低めで安定している.

3.2　両調査の共通点・相違点

Fischbein,Schnarch と松浦氏の調査結果から，主な誤認知に関して共通して言えることは, 次頁の表 2 で示した通り, 「代表性」「負の親近効果」「連言錯誤」の問題に関しては, 年齢とともに減少する傾向があり, 「標本サイズの影響」の問題に関しては, 年齢とともに高まる傾向があるということである.

また，両者の調査結果の相違点としては，次のようなことが挙げられる．まず, 「複合と根元の事象」の問題に関しては，Fischbein,Schnarch の調査では，主な誤認知の割合が年齢に関わらず, 安定して高いのに対し, 松浦氏の調査では, 年齢とともに増加する傾向がある．次に, 「検索容易性」の問題に関しては，Fischbein,Schnarch の調査では，主な誤認知の割合が年齢とともにかなり増加しており, 正答率が非常に低い．一方，松浦氏の調査では，主な誤認知は年齢に関わらず比較的低めで安定しているが, 正答率もそこまで高くはない. 最後の「時間軸の影響」の問題に関しては, Fischbein, Schnarch の調査では，主な誤認知の割合が年齢とともに増加しているが，11 年生のみ極端に高い．松浦氏の調査では, 「標本サイズの影響」の問題と同じく，主な誤認知の割合は年齢に関わらず比較的低めで安定している.

今回の Fischbein,Schnarch と松浦氏の調査結果の比較から，上記のような共通点や相違点が見えてきた．この相違点

が現れた原因としては，①松浦氏が Fischbein,Schnarch の調査問題を少し変更して調査を実施したことによる場面の違い，②そもそもの日本と外国(の教育)の違い，という 2 つの可能性が考えられる．そこで，筆者は松浦氏と同じように，Fischbein,Schnarch の調査問題を基にした問題を作成し，調査を行うことにした．第 4 章では，筆者が行った調査について論述する．

表 2：主な誤認知に関する，両調査の共通点と相違点

問題	Fischbein,Schnarch	松浦氏
・代表性 ・負の親近効果 ・連言錯誤	年齢とともに，減少する．	
標本サイズの影響	年齢とともに，増加する．	
複合と根元の事象	年齢に関わらず，安定して高い．	年齢とともに，増加する．
・検索容易性 ・時間軸の影響	年齢とともに，増加する．	年齢に関わらず，低めで安定している．

第 4 章
筆者による再調査

本章では，筆者が行った調査について論述する．

4.1 では，調査の概要として，調査の目的，調査の方法と対象について記述する．4.2 では，調査の結果として，調査問題と解答選択率を記述し，Fischbein,Schnarch と松浦氏が行った調査結果と筆者が行った調査結果を比較し，考察を行う. さらに, 第 2 章で述べた水準と関連付けた分析を行う.

第 4 章　筆者による再調査

4.1　調査の概要

4.1.1　調査の目的

Fischbein,Schnarch の調査結果と松浦氏の調査結果の共通点・相違点は第 3 章で述べた．この相違点の原因として，場面の違いや日本と外国の違いがあると考えられるが，これらを明らかにするために，Fischbein,Schnarch の調査問題を基にした問題を作成し，調査を行う．

4.1.2　調査の方法・対象

筆者が作成した全 8 問からなる調査問題を，鳥取大学附属小学校・中学校の現職の先生方に実施していただく形で，小学校 3 年生 76 名，4 年生 77 名，5 年生 74 名，6 年生 69 名，中学校 1 年生 75 名，2 年生 75 名，3 年生 72 名(計 518 名)を対象に調査を行った．調査の時点(平成 25 年 12 月)では，中学校 3 年生のみ，確率を既習している．

4.2　調査の結果

4.2.1　調査問題と解答選択率

以下が，筆者が行った調査問題と解答選択率(%)である．(背色は主な誤認知，太字は正答を示す．また，中学校 1 年生から 3 年生は，Fischbein,Schnarch や松浦氏に合わせて，それぞれ 7 年生，8 年生，9 年生とした．)

1.**代表性**の問題

次のような 6 つのマスの中に，1 から 40 までの数字を 1 つずつ書いてビンゴゲームをします．

ヒロキさんは，1，2，3，4，5，6 と書きました．

マコトさんは，39，1，17，33，8，27 と書きました．

どちらが，勝ちやすいでしょうか？

	小 3	4	5	6	7	8	9
ヒロキさん	15	16	28	20	17	13	10

マコトさん	80	82	64	71	59	33	22
2 人とも同じ	**5**	**1**	**8**	**9**	**24**	**54**	**68**
その他	0	1	0	0	0	0	0

この問題では，主な誤認知は年齢とともに減少しており，正答率も増加していることが伺える．しかし，小学生の主な誤認知の割合が高い．

2.**負の親近効果**の問題

コイン投げをします．
アツコさんは，3 回コインを投げ，3 回とも表が出ました．
もう一度投げるとすると，4 回目はどうなるでしょうか？

	3	4	5	6	7	8	9
裏が表よりも出やすい	19	34	30	30	17	9	8
裏も表も出やすさは同じ	**26**	**35**	**42**	**54**	**72**	**75**	**86**
裏が表よりも出にくい	55	31	28	16	11	16	6

この問題では，主な誤認知は年齢とともに減少しており，正答率もかなり増加している．全体的に，主な誤認知の割合は，全体的に低く，高くても 3 割程度である．

3.**複合と根元の事象**の問題

2 つのサイコロを同時(どうじ)に投げます．
次のうち，どれが一番出やすいでしょうか？

	3	4	5	6	7	8	9
5 と 6 のペア	**64**	**31**	**47**	**41**	**33**	**23**	**13**
6 と 6 のペア	15	13	10	7	5	3	2
どちらのペアも出やすさは同じ	21	56	42	52	62	74	85
その他	0	0	1	0	0	0	0

この問題では，主な誤認知は年齢とともに増加しており，正答率も減少している．小学生の主な誤認知の割合は，5 割前後で, 大体 2 人に 1 人の児童が誤解答をしていることになるが，それよりも中学生の主な誤認知の割合が 6～8 割と非常に高いということが目につく.

4.**連言錯誤**の問題

マユさんの将来の夢は，歌手になることです。
マユさんは，歌うことが好きであり，高校時代は，合唱部に入っていました。
そして，マユさんは大学へ入学しました。

次のうち，どちらがよりありそうでしょうか？

	3	4	5	6	7	8	9
マユさんは，音大生である	79	88	86	80	59	48	54
マユさんは，学生である	**21**	**12**	**14**	**20**	**41**	**52**	**46**

この問題では，誤認知は年齢とともに減少しており，中学生からは正答率が増加している．小学生の誤認知の割合が 8 割前後と非常に高い.

5(1).**標本サイズの影響**の問題

ある街に，小さい病院と大きい病院があります.
小さい病院では，赤ちゃんが一日約 15 人産まれます.
大きい病院では，一日約 45 人産まれます.
男の子が産まれる可能性は，およそ半分です.
しかし，小さい病院では，半分より多い 9 人以上の男の子が産まれた日がありました.
大きい病院では，半分より多い 27 人以上の男の子が産まれた日がありました.

どちらの病院が，このような日が多かったでしょうか？

	3	4	5	6	7	8	9
大きい病院	54	55	50	52	21	21	24
小さい病院	**38**	**30**	**29**	**31**	**31**	**42**	**16**
2つの病院とも同じ	8	14	20	17	48	37	60
その他	0	1	1	0	0	0	0

この問題では，年齢とともに主な誤認知は増加しているが，小学生の主な誤認知の割合はとても低いことが伺える．しかし，正答率もあまり高くない．

5(2).**標本サイズの影響**の問題

コインを3回投げたとき，2回表が出る可能性は？

	3	4	5	6	7	8	9
300回中200回表が出る可能性より低い	33	31	34	31	21	17	14
300回中200回表が出る可能性と同じ	33	43	39	30	58	46	75
300回中200回表が出る可能性より高い	**34**	**26**	**27**	**39**	**21**	**37**	**8**
その他	0	0	0	0	0	0	3

この問題では，波はあるが，年齢とともに主な誤認知の割合が高くなっている．小学生の主な誤認知の割合が4割前後であるのに対し，中学生，特に，中学校3年生の誤認知が極端に高く，全体的に正答率も低い．

6.**検索容易性**の問題

10色の絵の具の中から2色の絵の具を選ぶ組み合わせは，
10色の絵の具の中から8色の絵の具を選ぶ組み合わせより，
少ないか，多いか，それとも同じか？

	3	4	5	6	7	8	9
少ない	32	44	42	31	23	24	32
同じ	**34**	**23**	**27**	**33**	**36**	**27**	**36**
多い	34	33	30	36	41	49	31
その他	0	0	1	0	0	0	1

この問題では，主な誤認知は低めで安定しているが，正答率も 3 割前後と低い．

7.時間軸の影響の問題

ユウコさんとハルナさんは，白玉 2 つと黒玉 2 つが入った箱を 1 つ受け取りました．
（A）ユウコさんは，箱から玉を 1 つ取り出し，それが白玉であるのを見ました．その玉を元に戻さずに，2 つ目の玉を取り出します．この 2 つ目の玉も白玉である可能性は，黒玉である可能性より，低いか，高いか，それとも同じか？
（B）ハルナさんは，箱から玉を 1 つ取り出し，それを見ずに横に置きます．続けて 2 つ目の玉を取り出してみると白玉でした．最初の玉が白玉である可能性は，黒玉である可能性より，低いか，高いか，それとも同じか？

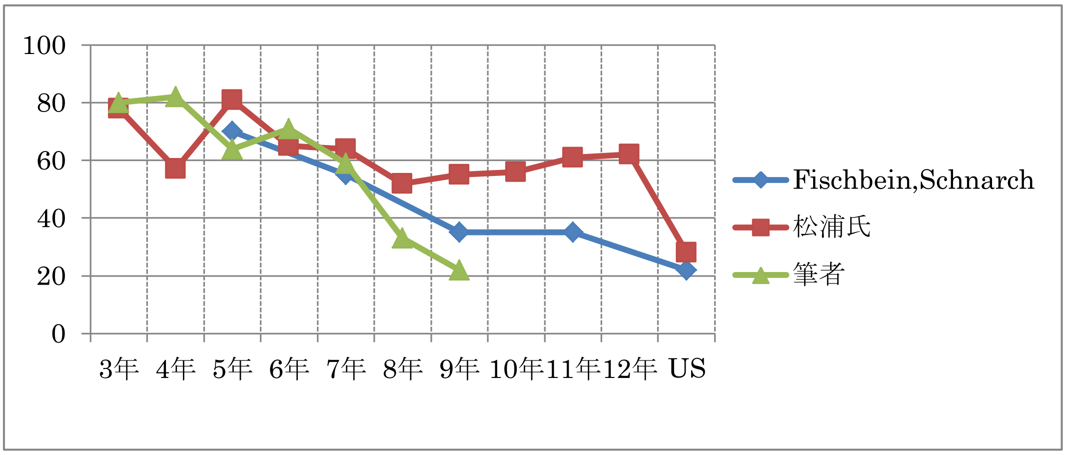
	3	4	5	6	7	8	9
(A)と(B)どちらも低い	**25**	**23**	**28**	**26**	**31**	**40**	**21**
(A)は低く，(B)は同じ	38	30	35	38	40	37	29
(A)と(B)どちらも同じ	37	43	34	35	29	23	50
その他	0	4	3	1	0	0	0

この問題では，検索容易性の問題と同じく，主な誤認知の割合は低めで安定しているが，正答率も 3 割前後と低い．

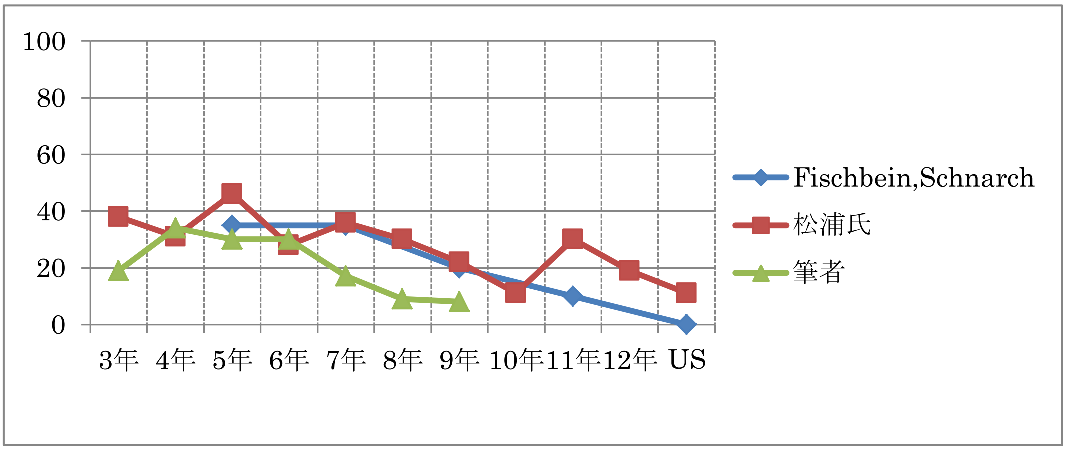
4.2.2　調査結果の考察

以下は，筆者による調査結果を Fischbein,Schnarch の調査結果と松浦氏の調査結果と比較したグラフである．

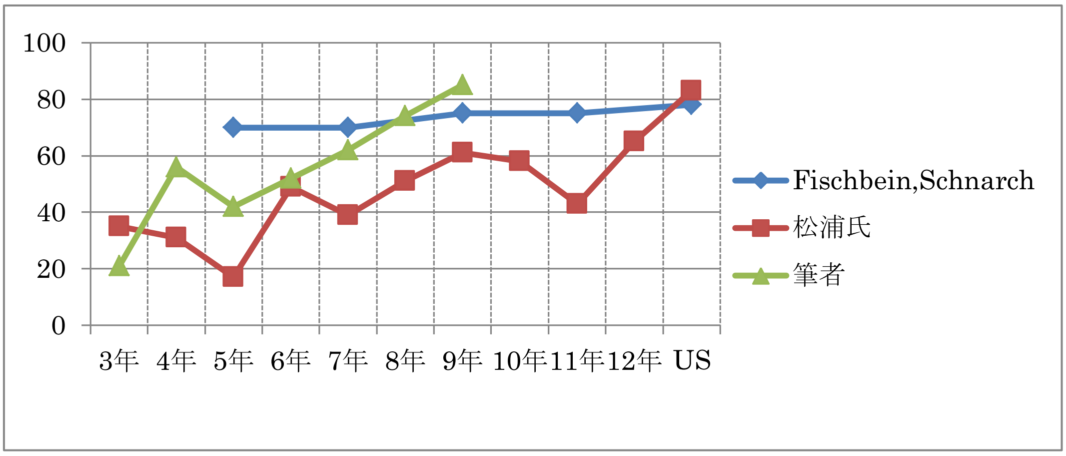
1.**代表性**の問題　　　※縦軸：主な誤認知の割合(%)，横軸：学年



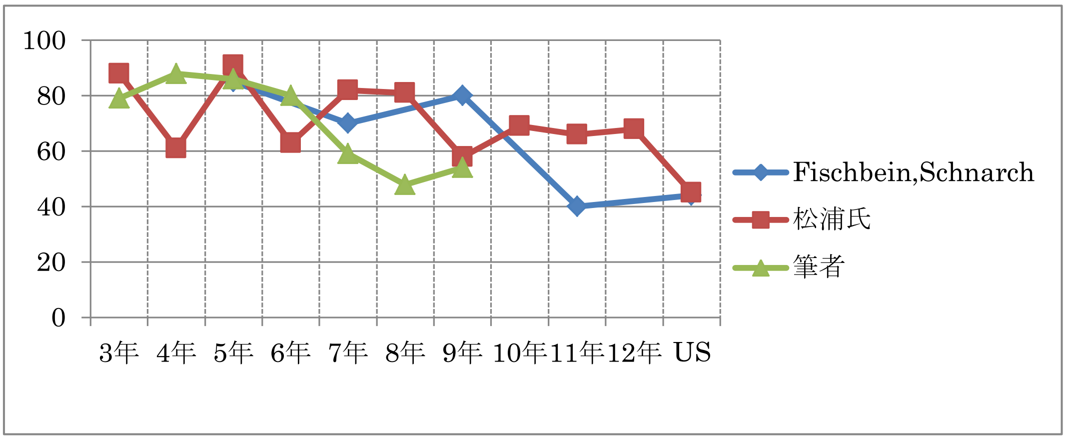
2.**負の親近効果**の問題



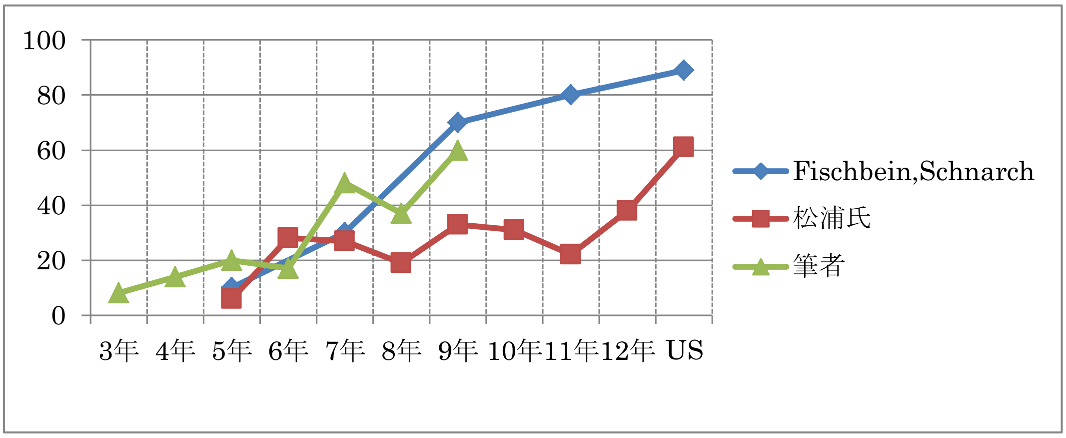
3.**複合と根元の事象**の問題



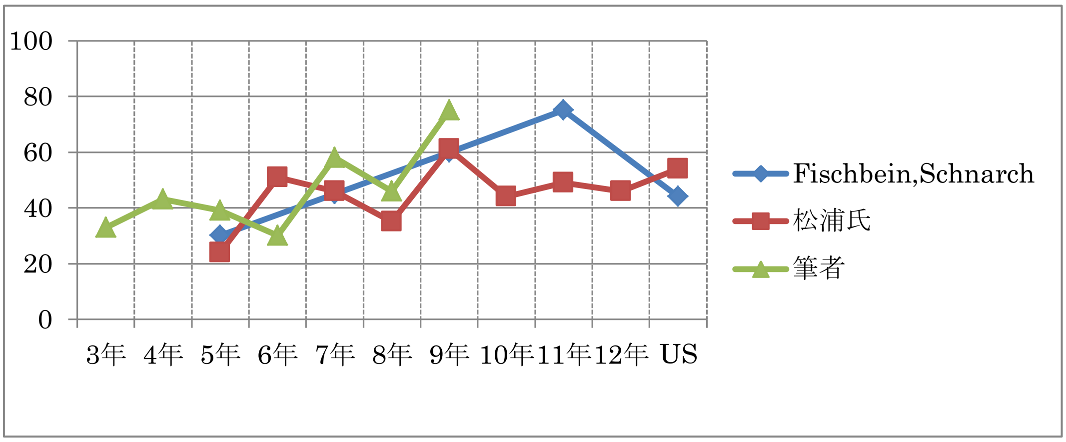
4.連言錯誤の問題



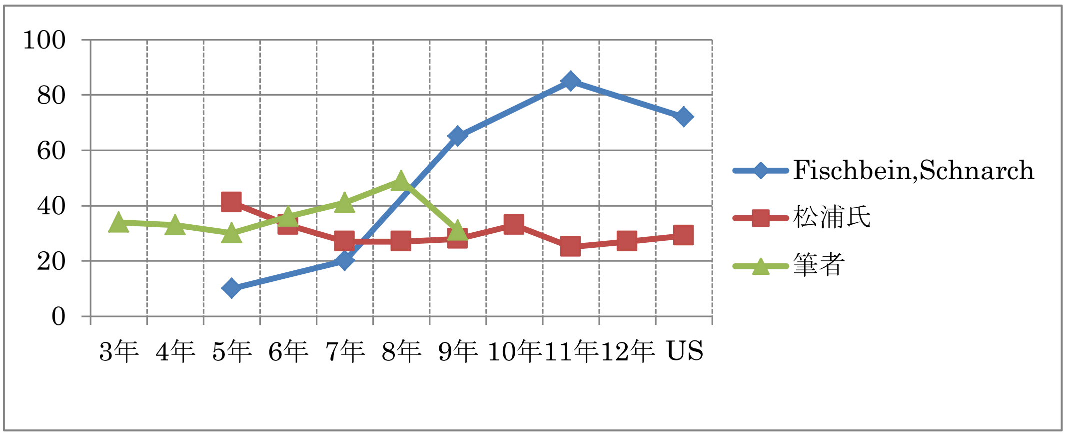
5(1).標本サイズの問題



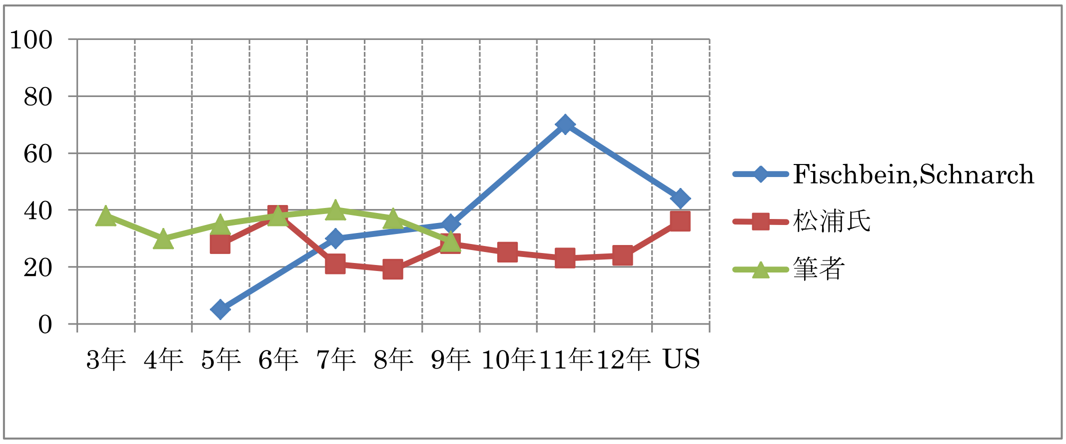
5(2).標本サイズの問題



6.検索容易性の問題



7.時間軸の影響の問題



筆者の調査は，小学校 3 年生から中学校 3 年生までを対象としているため，その部分を基に比較してみると，次のようなことが言える．

・「代表性」「負の親近効果」「連言錯誤」の問題については，三者の調査結果に共通して，主な誤認知の割合は波はあるが年齢とともに減少するという傾向が見られた．

・「標本サイズの影響」の問題については，三者の調査結果に共通して，主な誤認知の割合は年齢とともに増加するという傾向が見られた．

・第 3 章で，Fischbein,Schnarch の調査結果と松浦氏の調査結果の相違点として挙げた，「複合と根元の事象」「検索容易性」「時間軸の影響」の問題については，筆者の結果は松浦氏の結果に似たものとなっており，「複合と根元の事象」

の問題では，主な誤認知の割合は年齢とともに増加，「検索容易性」と「時間軸の影響」の問題では，主な誤認知の割合は学年間の上下はあるが，比較的低めで安定している．

以上より，筆者の調査結果が Fischbein,Schnarch の調査結果よりも，松浦氏の調査結果に似たものとなったことから，松浦氏の調査結果と Fischbein,Schnarch の調査結果の相違点の原因は，松浦氏が Fischbein,Schnarch の調査問題を少し変更したことによる場面の違いではなく，日本と外国(の教育)の違いだと言えるだろう．なお，日本と外国の違いの詳細については本論文では触れない．

さらに，第 2 章で述べた福間氏・礒田氏の水準論と関連付けて分析を行う．ここでは，小学生の主な誤認知ではなく，正答率を見る．7 種類の問題のうち，正答率が高めという結果になった問題は,「負の親近効果」と「複合と根元の事象」の問題である．この 2 つの問題の結果と，福間氏・礒田氏が考えた水準とを照らし合わせると,「予測したことを確率で表すことができる水準」である第 1 水準には達していると考えられる．一方，正答率が低いという結果になった問題は,「代表性」「連言錯誤」「標本サイズの影響」「検索容易性」「時間軸の影響」の問題であるが，これらの問題の中で福間氏・礒田氏が考えた水準と関連付けることができるのは,「標本サイズの影響」「時間軸の影響」の問題であった．よって，この 2 つの問題の結果と福間氏・礒田氏が考えた水準とを照らし合わせると,「時間軸の影響」の問題の結果からは,「条件つき確率，加法定理，乗法定理を用いて確率を求めることができる水準」である第 3 水準には達していないということが分かり,「標本サイズの影響」の問題の結果からは,「確率を割合で表すことができ，試行回数を増やしていくとある確率に近づいていくことがわかる水準」である第 2 水準にも達していないことが分かった．

もう一度，主な誤認知に目を向けると，前述した通り,「代表性」「負の親近効果」「連言錯誤」の問題では，主な誤認知の割合が年齢とともに減少しているため，大した問題ではないと思われるが，この 3 つの問題のうち,「代表性」と「連言錯誤」の問題に関しては，小学生の主な誤認知の割合が高

かったため，更なる考察が必要だと考える．また，「複合と根元の事象」と「標本サイズの影響」の問題では，小学生の主な誤認知の割合は低いものの，主な誤認知の割合が年齢とともに増加しているということは問題であるように感じる．よって，この 2 つの問題に関しても更なる考察が必要だと考える．

そこで，第 5 章では，現行の小学校算数科の教科書を 7 種類の調査問題に関連させて分析し，先に挙げた「代表性」「連言錯誤」「複合と根元の事象」「標本サイズの影響」の 4 つの問題についての考察を行う．

第 5 章
確率に関する学習における問題点

本章では，松浦氏の調査や筆者の調査の結果を受け，現行の確率に関する学習における問題点を考察する．

5.1 では，現行の小学校算数科の教科書を，7 種類の調査問題と関連付けて分析を行う．5.2 では，今回の調査から筆者が問題と考える「代表性」「連言錯誤」「複合と根元の事象」「標本サイズの影響」の 4 つの問題に関して，現行の小学校算数科の教科書から考察を行う．

第５章　確率に関する学習における問題点

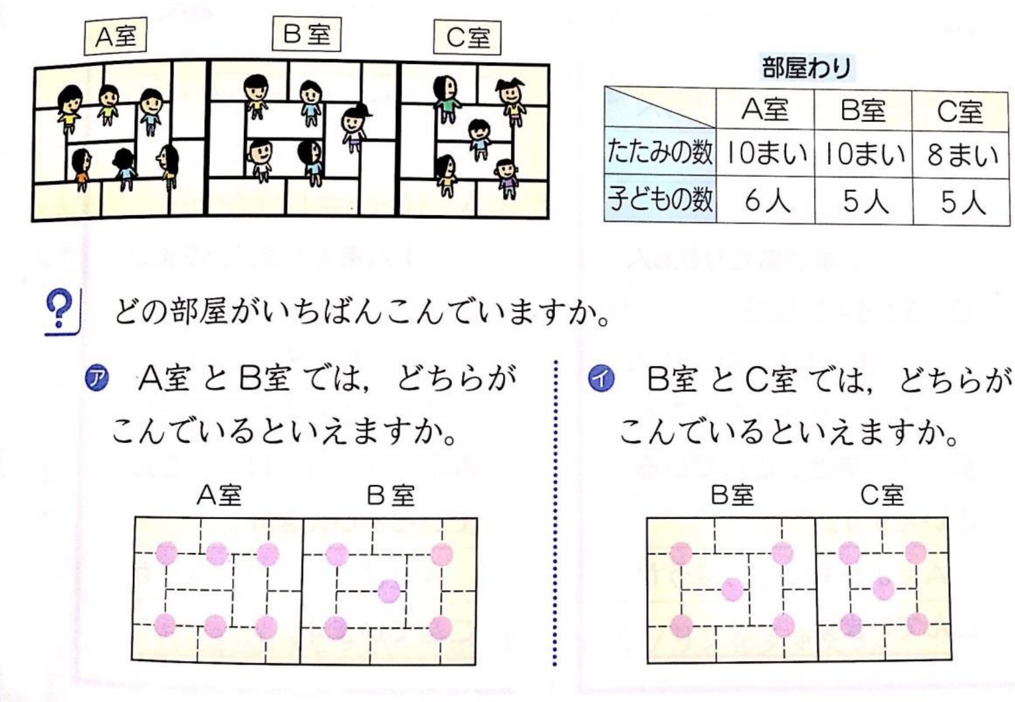
5.1　現行の教科書の分析

現行の算数の教科書(啓林館)から，確率に関係している単元を抜き出し，調査問題と関連させて分析を行う．(表 3 は，その結果をまとめたものである)

○「単位量あたりの大きさ」「割合」(5 年下)

「単位量あたりの大きさ」の単元では，単元量あたりの考えを用いて，二つの量を比べたり，燃費や密度などを求めることができることが目標とされている．教科書内には，次のような例題がある．

(例題)



この例題では，畳の数，あるいは人数といった一方の数量だけでは比べることができない．混み具合や度合いを表すとすれば，2 つの数量の組み合わせが必要である．

また，「割合」の単元では，問題文を読んで，何がもとにする量で，何を求めるのかを正しく捉えることが必要であるとされており，少数や百分率を用いて問題を解決することができることが目標とされている．

このことから，これらの単元と「標本サイズの影響」の問題が関連していると考えた．

〇「場合を順序よく整理して」(6 年下)

この単元では，具体的な事柄について，起こり得る場合を順序よく整理して調べることができることが目標とされている．ここでは，次のような例題がある．

(例題)

② 右の 5 種類 のかんづめの うちから，2 種類 を選んで 買います。

どんな 組み合わせ があり ますか。

全部かきましょう。

この例題は，複数ある物の中から 2 つの物の組み合わせを選ぶという点で，「検索容易性」の問題に関連していると思われる．また，同じように，2 つのサイコロの目(1 から 6 が 2 つずつ)の中から 2 つの出目のペアを考えるという点では，「複合と根元の事象」の問題にも関連していると思われる．

また，次のような例題もある．

(例題)

☆2 (10円玉) を投げて，表が出るか裏が出るかを調べます。

㋐ 2回 続けて投げます。

表と裏の出方は 何とおり あり ますか。

㋑ 3回 続けて投げます。

表と裏の出方は 何とおり ありますか。

この例題は，10 円玉を投げた時に表が出るか裏が出るかを調べる問題で，1 回投げるだけではなく，2 回，3 回と試行回数を増やすことによって，どのような出方の組み合わせがあるかを考えさせる問題である. これは,「負の親近効果」のコイン投げの問題に関連していると思われる.

○「よみとる算数」(5 年上，5 年下，6 年下)

この「よみとる算数」は，5 年上・下，6 年下の教科書に 2 ページずつ設けられているが，単元としては設定されていない. 内容は，日常的な事柄についての資料から適切に情報を選択して問題を解決したり，その理由を説明したりするものである. 先行情報をもとにして問題解決を行うことから，この部分は「連言錯誤」の問題と関連しているのではないかと考えた.

表 3

<table>
<tr><th>学年</th><th>単元名</th><th>問題文</th><th>関連している調査問題</th></tr>
<tr><td>5 年下</td><td>単位量あたりの大きさ</td><td>子ども会で旅行に行きました. 下の表は, 部屋わりを表しています.
<table>
<tr><th></th><th>A 室</th><th>B 室</th><th>C 室</th></tr>
<tr><td>たたみの数</td><td>10 まい</td><td>10 まい</td><td>8 まい</td></tr>
<tr><td>子どもの数</td><td>6 人</td><td>5 人</td><td>5 人</td></tr>
</table>
①A 室と B 室では，どちらがこんでいるといえますか.
②B 室と C 室では，どちらがこんでいるといえますか.</td><td>標本サイズの影響</td></tr>
<tr><td>5 年下</td><td>割合</td><td>下の表は，体験学習の各教室の定員と希望者数を表しています.
<table>
<tr><th>教室</th><th>定員(人)</th><th>希望者(人)</th></tr>
</table></td><td>標本サイズの影響</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td></td><td><table><tr><td>まが玉づくり</td><td>20</td><td>40</td></tr><tr><td>土器づくり</td><td>25</td><td>45</td></tr><tr><td>火おこし</td><td>15</td><td>21</td></tr><tr><td>はたおり</td><td>15</td><td>12</td></tr></table>例)定員と比べて希望者が多いのはどの教室ですか.</td><td></td></tr>
<tr><td>6 年下</td><td>場合を順序よく理解して</td><td>・5 種類のかんづめのうちから，2 種類を選んで買います．どんな組み合わせがありますか.
・10 円玉を投げて，表が出るか裏が出るかを調べます．　①2 回続けて投げます. 表と裏の出方は何通りありますか．　②3 回続けて投げます. 表と裏の出方は何通りありますか.</td><td>・負の親近効果
・複合と根元の事象
・検索容易性</td></tr>
<tr><td>5 年上
5 年下
6 年下</td><td>よみとる算数(単元ではない)</td><td>資料を見て，次の問題に答えましょう．　例)(工場に関する資料を見て)この工場では，1 時間でどれくらいの車が生産されていますか.</td><td>連言錯誤</td></tr>
</table>

「代表性」「時間軸の影響」に関連すると思われる単元や例題は，現行の教科書内には見られなかった.

5.2　問題点の所在

本節では，4.2.2 でも述べた通り，松浦氏の調査結果と筆者の調査結果で，主な誤認知の割合は年齢とともに減少しているが，主な誤認知の割合自体が高かった「代表性」と「連言錯誤」，主な誤認知の割合が年齢とともに増加する傾向にあった「複合と根元の事象」と「標本サイズの影響」について考察する.

・「代表性」と「連言錯誤」

「代表性」の問題に関しては，現行の小学校の教科書内では，関連していると思われる単元が見つからなかったため，小学生の主な誤認知の割合が高いという結果になったと思われる.「連言錯誤」の問題に関しては，現行の小学校の教科書内で，関連していると思われる箇所はあったが，単元として設定されていないため，小学生の主な誤認知の割合が高いという結果になったと考えられる.

・「複合と根元の事象」と「標本サイズの影響」

「複合と根元の事象」の問題に関しては，現行の教科書内に，関連していると思われる単元があった.「標本サイズの影響」の問題に関しては，現行の小学校の教科書内で，関連していると思われる単元が 2 つあった．そのため，この 2 つの問題での小学生の主な誤認知の割合は，比較的低めで安定していたのではないかと思われる.

しかし，前述した通り，この 2 つの問題は，年齢が増すにつれて，特に中学校から主な誤認知の割合が増加している.この原因は，本論文で述べることは出来ないが，今回の調査が，中学校や高等学校における確率学習の在り方に示唆を与えるものとなったのではないかと考える.

第 6 章
研究のまとめと今後の課題

本章では，研究の結論と残された今後の課題を述べる．

第 6 章　研究のまとめと今後の課題

6.1　研究のまとめ

本研究の目的は，小学校における確率学習について考える上で，現在行われている小学校の確率に関する学習における問題点を明らかにすることである．

本研究を行う上で，思考水準という視点から見ることができると考え，まずは思考水準に関する先行研究を調べ，考察を行った．そこには，van Hiele が提唱した幾何における思考水準論があり，この理論を基にした先行研究が幾つかあった．筆者は，この理論を確率分野にも適用させることが出来るのではないかと考え，実際にこの理論を確率分野に応用させている先行研究について考察した．その中から，福間氏・礒田氏が考えた思考水準論を主に参考にした．

次に，児童の実態を見る必要があると考え，児童の確率概念の発達の実態に関する先行研究を調べ，考察を行った．そこでは，Fischbein,Schnarch と松浦武人氏が行ったヒューリスティックスに関する 7 つの問題による実態調査を参考にしているが，その結果から，両者の調査結果に共通点と相違点があることが分かった．

筆者は，この相違点の原因を明らかにするために，彼らの調査問題に習った問題を作成し，実際に調査を行った．この筆者の調査結果が松浦氏の調査結果と似た結果になったことから，相違点の原因は日本と外国(の教育)の違いということが分かった．この違いの詳細については，本研究では触れない．

また，松浦氏の調査結果と筆者の調査結果を水準の視点からも分析した．調査結果から，小学校段階では第 1 水準にいると考えられたが，7 種類の問題の調査結果を，前述した福間氏・礒田氏の水準と関連させて分析しただけであるため，一概に言えることではない．調査問題の幅を広げたり，対象の人数を増やすなど，更なる調査の必要があるため，今後の課題となる．

さらに，筆者の調査結果と松浦氏の調査結果から，7 種類の問題のうち，「代表性」「連言錯誤」「複合と根元の事象」

「標本サイズの影響」の 4 つの問題に関して考察が必要だと考えた. そこで, 調査で利用した 7 種類の問題と関連付けて, 現行の小学校算数科の教科書の分析を行い, その 7 種類の問題と関係している部分が, 教科書のどの単元にあたるのかを調べ, 特に上述した 4 つの問題に関しての考察を行った. この 4 つの問題は, 主な誤認知の割合が, 年齢とともに減少している問題(代表性, 連言錯誤)と年齢とともに増加している問題(複合と根元の事象, 標本サイズの影響)の 2 つのグループに分けることが出来る. 前者は, 関連している単元が現行の教科書になかったため, 小学生の主な誤認知が多かったと考えた. 後者は, 関連していると思われる単元が現行の教科書にあったことから, 小学生の主な誤認知は低めで安定していたと考えた.

6.2　今後の課題

本研究では, 児童の確率学習における思考水準や確率概念の発達の実態に関して, 7 つのヒューリスティックスに関する調査や調査結果の分析を中心として進めてきた.

今回の調査は, 7 つのヒューリスティックスという視点でしか行えておらず, 調査結果の分析もその視点からでしか行えていない. 調査問題の幅を広げたり, 7 種類のヒューリスティックスに拘らない問題を作成し調査を行うことで, また違った結果や考察が得られたのではないかと思われる. また, 主な誤認知に重点を置いて論を展開しているので, その他の誤答率や正答率についてはあまり言及できていない.

さらに, 現行の小学校の確率に関する学習における問題点を挙げることはできたが, その解決策を検討することができていない. 年齢とともに主な誤認知が多くなる原因についても明らかにできておらず, 中学校・高校を見据えた新たな単元の提案もできていない.

引用及び参考文献

岡部恭幸（2004）「確率概念の認識における水準について」日本数学教育学会 第 37 回 数学教育論文発表会論文集，pp.385-390.

岡部恭幸（2008）「小学校における確率教材に関する一考察」日本数学教育学会 第 41 回 数学教育論文発表会論文集，pp.471-476.

福間政也・礒田正美（2003）「確率分野における学習過程の水準に関する研究」日本数学教育学会 第 36 回 数学教育論文発表会論文集，pp.229-234.

布川和彦（1992）「図形の認識から見た van Hiele の水準論」筑波大学 教育学系論集 第 16 巻 第 2 号，pp.139-152.

布川和彦（1993）「van Hiele 理論に対する新たな意味づけ」日本教育方法学紀要 教育方法学研究 第 19 巻，pp.37-46.

松浦武人(2006) 「児童の確率判断の実態に関する縦断的・横断的研究」 全国数学教育学会誌 数学教育学研究 第 12 巻, pp.141～151

松浦武人(2007) 「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発(Ⅰ)」 全国数学教育学会誌 数学教育学研究 第 13 巻, pp.163～174

松浦武人(2008) 「初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発(Ⅱ)」 全国数学教育学会誌 数学教育学研究 第 14 巻, pp.139～151

Hoffer, A. (1983), Van Hiele - Based Research, In Lesh, R. & Landau, M. (Eds.), Acquisition of Mathematics Concepts and Processes, Academic press, pp.205-227.

van Hiele, P. M. (1986), Levels of Thinking, Structure and Insight -A Theory of Mathmatics Education-, Academic press, pp.39-47.

Fischbein, E. & Schnarch, D. (1997) The Evolution With Age of Probabilistic, Intuitive Based Misconceptions. Journal for Research in Mathematics Education. Vol.28. pp.96-105.

《資料》

第 2 章

【布川氏の思考水準論の説明(第 1 ユニット)】

布川氏の思考水準論は，van Hiele の思考水準論に対応しており，van Hiele の第 0・1・2 水準がそれぞれ布川氏の第 1・2・3 水準となっている．ここでは，小学校段階における水準として，布川氏の第 1 ユニットの 3 つの水準について表記する．

〇第 1 水準 :「視覚的全体的な図形の認識」

ここでは，視覚的構造に対応する図形の認識を当てている．このとき，この水準にいる人にとっては，「長方形と正方形は異なる」ということは，長方形と正方形の視覚的イメージが異なるということである．例えば，長方形の視覚的構造が“横に長い形”とされ，正方形の視覚的構造が“縦と横が同じ長さの形”とされれば，両者は異なるものとして判断される．

〇第 2 水準 :「一群の性質を持つ形としての図形の認識」

ここでは，性質によってその図形は認識される．ここで優先的な性質が現れていれば，優先的な性質により視覚的なイメージを補うことで，黒板にかかれた図形が「四つの角を持つ」と言われたならば，それが正確にかけていなくても，長方形と認めることができる．

〇第 3 水準 :「定義による図形の認識」

ここでは，ある性質が他のものから演繹される．定義を与える優先的な性質が他のものに先行したり，ある性質が別の性質から導かれたりする．正方形から「四つの角が直角である」という性質が誘起されれば，それがシグナルとなり長方形が導かれるので，正方形は長方形として認識される．

【岡部氏の確率分野における水準の説明】

岡部氏は，水準の説明を，

〇第 0 水準

確率概念は，偶然を軽量化しようとするものである．偶然的な現象は，まず，起こった結果の列挙，つまり過去の経験から認識される．

○第 1 水準

列挙した結果の集合が対象となる. この集合は実際の(もしくは予想される)結果として認識されている. 起こり得る事象(この段階での子どもなりの根元事象と考える)に着目して整理したり, それとの関連で考察したりする.

○第 2 水準

根元事象の全体の集合，つまり全事象の空間を対象とする．そしてその部分集合，つまり事象に着目し数学的確率を求めることで偶然を軽量化する.

○第 3 水準

確率の集合を対象とし，確率の加法定理など確率の命題を方法として考察する．これらの命題は，確率同士を関係づけ，新たな確率を求めることで構成される.

○第 4 水準

命題の集合を対象とする．つまり，それらの命題が成り立っている空間を対象とし，公理を組織化の方法としている．ただし，この水準は学校教育の範囲ではない.

としている.

【福間氏・礒田氏による調査問題】

D (場合の数を取りつくすことができるかを問う問題)

2 枚のコインを同時に投げるとき, A さんは次のように考えました。「2 枚とも表, 1 枚が表で 1 枚が裏, 2 枚とも裏のどれかであるから, 2 枚とも表が出る確率は 1/3 である。」あなたはこの考えをどう思いますか。

水準	小 6	中 3	高 2	解答説明
0	10/10	9/10	3/15	理由も聞いて, 正しい
1・2	0/10	1/10	12/15	理由も聞いて, 正しくない

(中 3 生)

「正しい」と答えた生徒に対して,

T : 正しい。どうして？

S：コインの区別がついていないから，この 3 通りで合っていると思う。
T：じゃあ，コインの区別がついていたら？
S：それだったら，正しくないかなぁ。

E (場合の数をとりつくす方法を問う問題)

1，2，3，4 の 4 枚のカードをならべて整数をつくります。3 枚ならべて 3 けたの整数をつくると，全部で何通りできますか。

水準	小 6	中 3	高 2	解答説明
0	8/10	2/10	0/15	場合をつくせない
1	2/10	8/10	0/15	数え上げる，樹形図を用いて場合をつくす
2	0/10	0/10	15/15	順列を用いて場合をつくす

(小 6 生)
「22 通り」と答えた児童に対して，
T：22 通り？どうやってやったの？
S：うん，全部上げていったら 22 通り。でも，まだあるかも？
(中 3 生)
T：これはどうやってやったの？
S：図を使ってやった。
(高 2 生)
T：これはどうやってやったの？
S：P(順列)を使ってやった。

F (条件つき確率，乗法定理が使えるかを問う問題)

5 本のうち，当たりクジが 2 本ある。今，初めに A 君が 1 本引き，続いて B 君が 1 本引くものとする。このとき，A 君と B 君の当たる確率はどちらが有利か，次の場合を考えてください。
1)A 君が引いたクジをいったん戻してから引く。
2)A 君が引いたクジを戻さないで，B 君が残りの 4 本から引く。

水準	小 6	中 3	高 2	解答説明
0	9/10	2/10	0/15	1), 2)両方解けない
1・2	1/10	8/10	13/15	1)が解ける
3	0/10	0/10	2/15	1), 2)両方解ける

G (条件つき確率の問題が解けるかを問う問題)

箱の中に，白球と赤球が 5 個ずつ入っていて，白球には 1 から 5 の数字が，赤球には 6 から 10 の数字が書いてあります。取り出したとき球が赤球だとわかったとき，その球に奇数が書いてある確率はいくらですか。

水準	小 6	中 3	高 2	解答説明
0	8/10	3/10	3/15	解けない
1	2/10	1/10	9/15	確率を用いて解くが, 間違っている
2	0/10	6/10	3/15	解ける

(小 6 生)

T : 出したとき球が赤球だと分かったとき，その球に奇数が書いてある確率はいくら？

S : えっと，半分よりちょっと少なめ。

T : なんで？

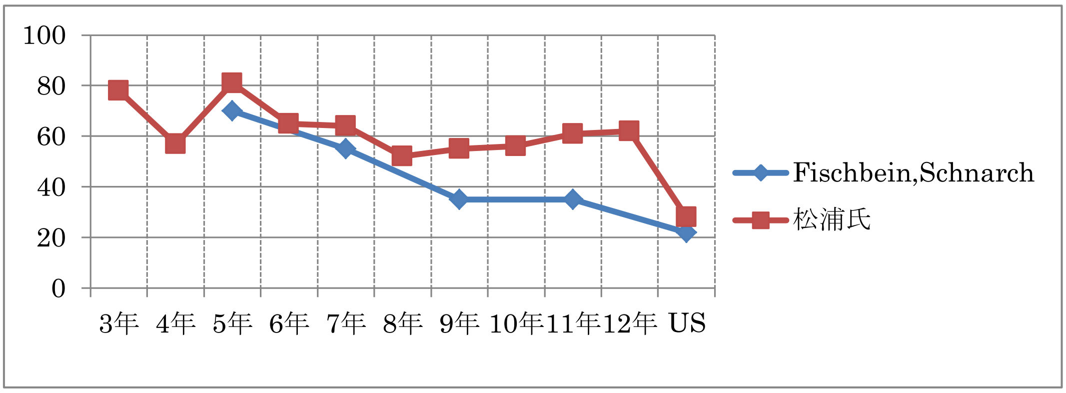
S : えっと，6 から 10 で奇数と偶数をやってみたら，偶数が 3 つで，奇数が 2 つだったから。

第 3 章

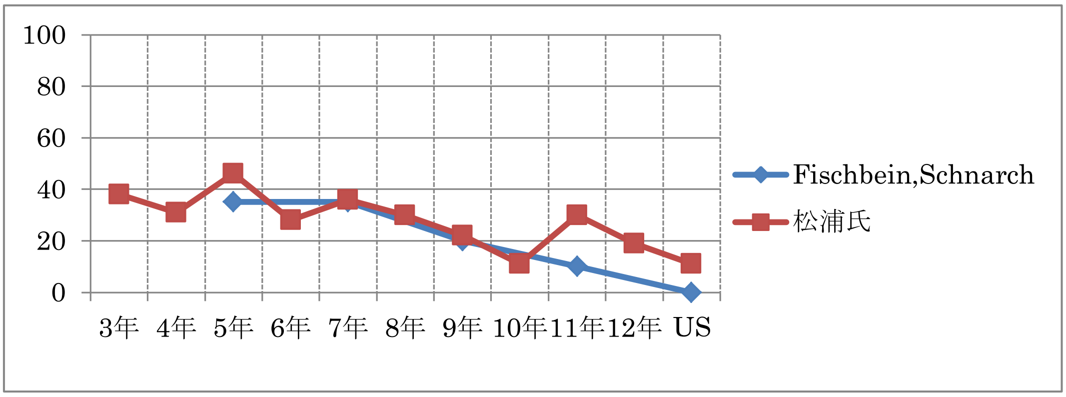
【Fischbein,Schnarch と松浦氏の調査結果】

以下は，Fischbein,Schnarch と松浦氏の調査結果(主な誤認知の割合)をグラフで表したものである.（縦軸は主な誤認知の割合(%)，横軸は学年を示す. ）

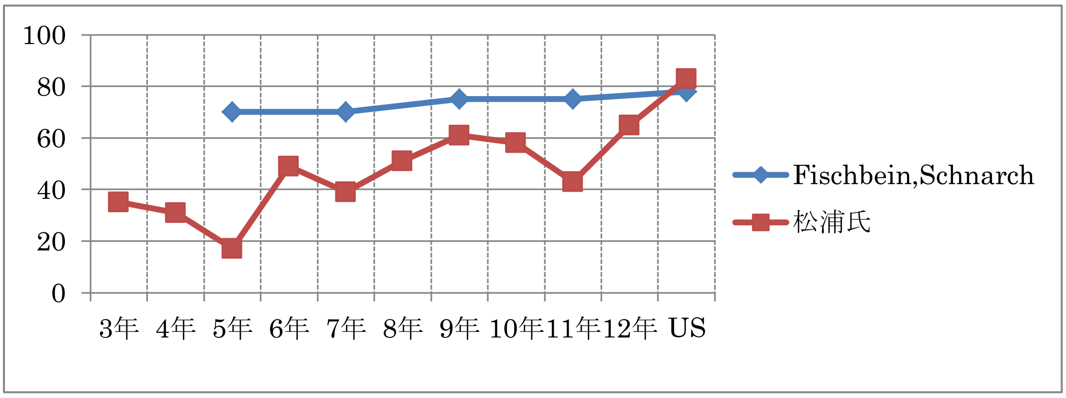
1.代表性の問題



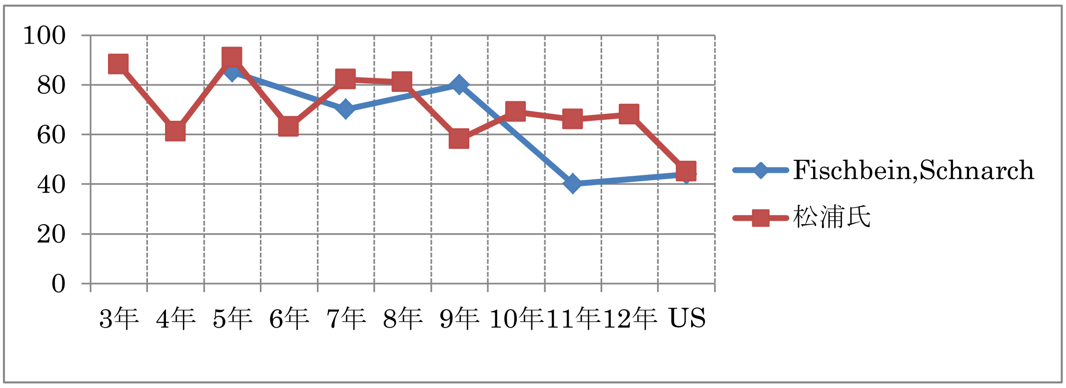
2.負の親近効果の問題



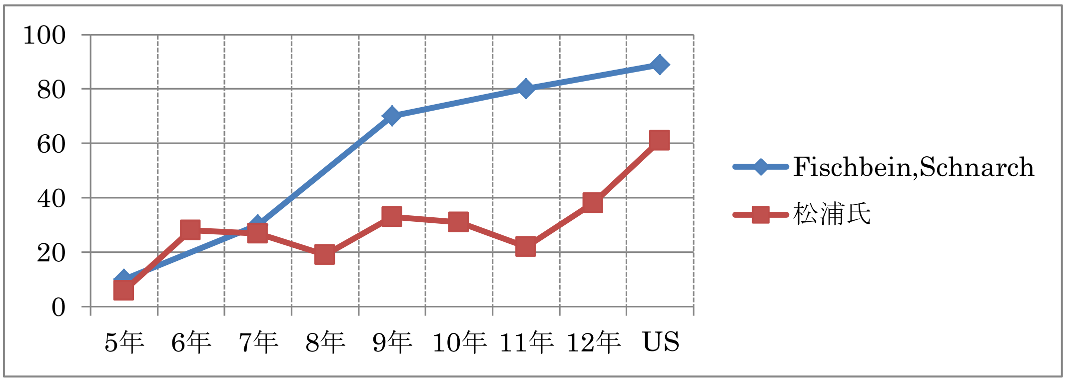
3.複合と根元事象の問題



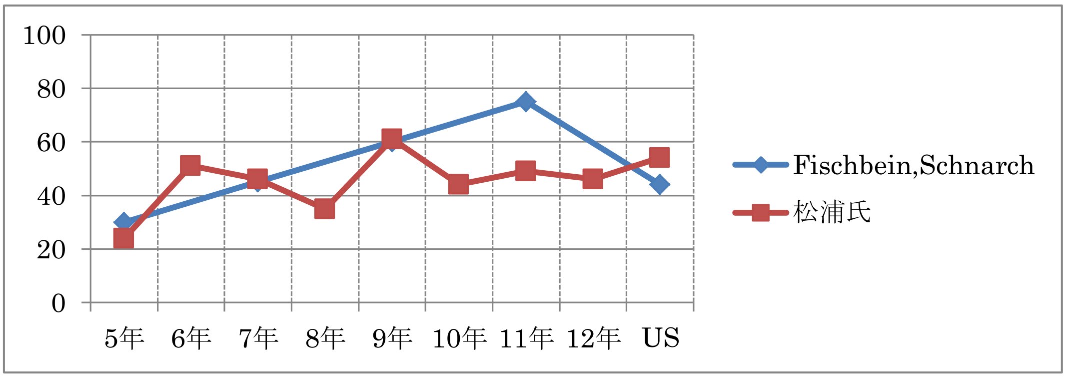
4.連言錯誤の問題



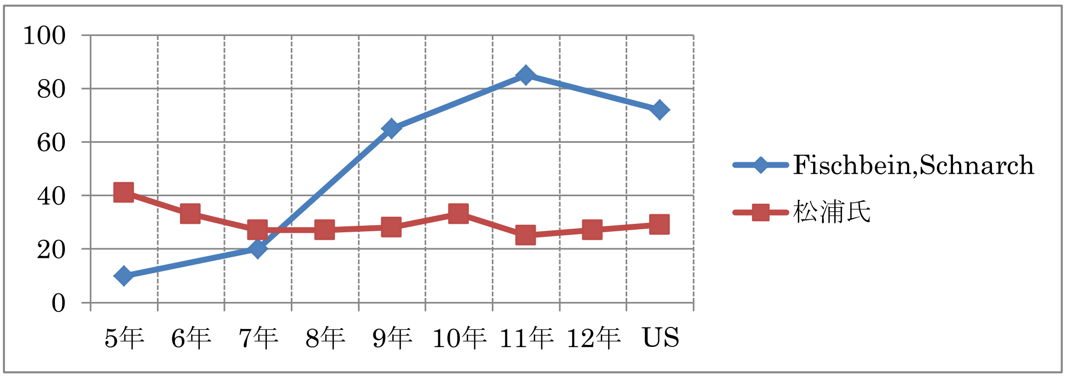
5(1).標本サイズの影響の問題



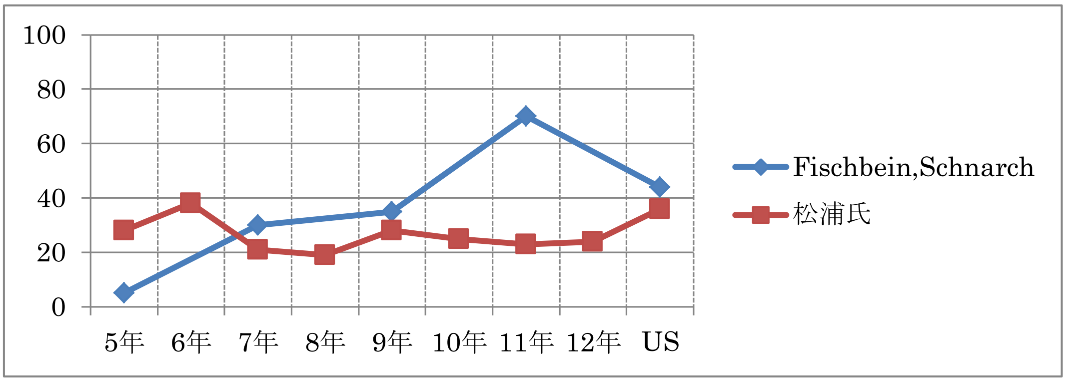
5(2).標本サイズの影響の問題



6.検索容易性の問題



7.時間軸の影響の問題



鳥取大学数学教育研究　　ISSN 1881−6134

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。

- 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
- 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
- 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
- その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/