ISSN 1881-6134

鳥取大学数学教育研究
Tottori Journal for Research in Mathematics Education

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

算数教育における領域内・領域間の結び付きに関する研究

~CCSS に焦点を当てて~

下釆瑞季　*Mizuki Shitaune*

vol.16, no.1
Feb. 2014

鳥取大学 数学教育学研究室

目次

第１章
研究の目的と方法

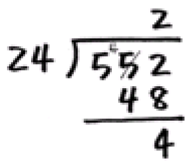
1.1　研究の動機
1.2　研究の目的
1.3　研究の方法

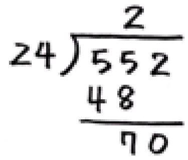
本章では、研究の目的・方法について述べる。
1.1 では、研究のテーマ設定に至った背景を述べる。
1.2 では、研究の目的を述べる。
1.3 では、研究の方法を述べる。

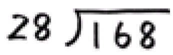
第１章　研究の目的と方法

1.1　研究の動機

以前、筆者が算数指導のボランティアをしていると、3 位数÷2 位数の筆算でつまずいている児童がいた。その児童の様子を見ていると、つまずきの要因として、九九の定着が不完全であることが予想された。しかし、そのことよりも、筆算を機械的に行おうとしているために、操作の順番を忘れてしまった時にどうすればよいのか分からなくている様子に興味を持った。（※筆者の言う“機械的”とは、その数が表す意味を考えずに操作の順番だけ覚えてしまっていることを指す。）その様子を以下に示す。

（1）

1 の位から計算している。

（2）

被除数の 1 の位を下ろすのを忘れている。

（3）

除数の 2 位数が、被除数の上 2 桁より大きい場合、どこから計算すればよいのか分からない。

このような場合に、途中の計算が何を表しているのか明確に理解できれば、次にどんな操作を行えばよいのか、自分で導き出すことができるのではないかと考えた。そのため、児童が何か新しいことを学習する際に、機械的に“こうするものだ”として教えるのではなく、その計算やアイディアが何を表しているのか、既習のどのアイディアと関連しているのかを明らかにし、児童自身も算数を結びつきのあるものとして捉えられるようにしなければならないと思った。

このような理由から、本研究に取り組もうと考えた。

1.2　研究の目的

近年【理数離れ】【算数・数学嫌い】という言葉をよく耳にするが、その背景の一つとして、苦手な単元を克服することができないまま学習が進められていくことが挙げられる。このような状況のままでは、算数・数学全体に苦手意識を持ってしまい、算数・数学嫌いになりかねない。領域内・領域間において、学習の結びつきが明らかになり、子どもたちの理解も首尾一貫したものになれば、つまずきに対してどこから復習すればよいかはっきりと分かるため、苦手な単元を克服することができ、算数・数学全体への苦手意識も大幅に軽減できると考える。そこで、本研究では子どもたちの首尾一貫した理解を構築するための、領域内・領域間の結びつきについて分析を行う。

1.3　研究の方法

上記の目的を達成する方法として、「平成 20 年改訂 小学校学習指導要領 算数編」と、海外のカリキュラムを比較することで、両者の特徴を浮き彫りにしていく。そこで、本研究では比較対象として、学習指導要領と同様に、学年ごとに学習内容が記載されている「Common Core State Standard（CCSS）」のカリキュラムを用いる。「CCSS」とは、2010 年に開始された統一カリキュラムの作成を目指した取り組みである。（第 3 章）本研究のベースとなる“Connection”の捉え方については、NCTM が挙げる 5 つの学び方のうち“Connection”のセクションで述べられているものを用いる。（第 2 章 2.1）また、比較する領域は CCSS で顕著な Connection がみられる『NF(Number &Operation-Fraction)』とそれに対応する『A 数と計算（分数)』、学習指導要領で顕著な結びつきがみられる『B 量と測定（長さ)』とそれに対応する『MD(Measurement and data)』に焦点を絞る。（顕著な結び付きについては、前者は第 3 章 3.2 で、後者は第 4 章 4.2 で述べる。）

〈本論文の章構成〉

第 1 章　本研究の目的と方法
研究の目的と方法を述べる。

第 2 章　”Connection”について
本研究のベースとなる“Connection”について検討する。

第 3 章　CCSS の分析
学習指導要領の比較対象となる、「CCSS」の分析を行い、学習内容にみられる Connection を明らかにする。

第 4 章　学習指導要領
「平成 20 年改訂 小学校学習指導要領 算数編」の分析を行い、学習内容にみられる結びつきを明らかにする。

第 5 章　CCSS と学習指導要領の比較
第 3 章、第 4 章で明らかになった、CCSS と学習指導要領それぞれにみられる Connection・結びつきを比較する。

第 6 章　本研究のまとめと残された課題
本研究の結論と今後の課題を述べる。

第 2 章
“Connection”について

2.1　“理解”と“Connection”の関係性
2.2　NCTM における“Connection”

本章では、研究のベースとなる”Connection”について検討する。

2.1 では、“理解”と“Connection”がどのような関係性をもっているのか、Learning Principle（LP）の主張を基に明らかにし、本研究で“Connection”を扱う意義を述べる。

2.2 では、NCTM のスタンダードにおける“Connection”に関する記述を基に、“Connection”がどういうものなのかを明らかにする。

第 2 章　"Connection"について

2.1　“理解”と“Connection”の関係性

ここでは、LP が主張する“Learning mathematics with understanding”―理解を伴って数学を学ぶ―についての記述を基に、“理解”と“Connection”の関係性を明らかにする。そうすることで、児童の首尾一貫した理解を構築するための、手がかりを見つけることができるだろう。

LP では次のような主張がされている。
※ここで言う理解とは、概念的な理解を指す。
『数学と理解の間には、切っても切り離せない関係があり、理解を伴った学習は数学において欠かせないものである。理解せずに事実や手続きを暗記してしまうと、多くの場合崩れやすい（脆弱な）学習になってしまう。また、正しい答えを得ることが必ずしも数学的能力が高いことを示しているとは限らず、計算式を学ぶことも、概念的な理解を開発するための補助的な方法として捉えるべきである。おそらくもっと重要なのは、次に挙げる数学的能力の 3 要素である。一つ目が「概念的理解」、二つ目が「事実に基づく知識」、三つ目が「手続きに関する機能」。これら 3 つの要素が集まることで、より実用的な能力を育成することができる。

Hiebert や Carpenter によると、数学的なアイディアや手続き・事実は、頭の中でのネットワークの一部として組み込まれると、徹底的な理解が期待できる。その理解の度合いは、結びつき（Connection）の数や強度によって決定される。適切に、また概念的に結びついたアイディアは保存されやすく、大きいネットワークの一部として存在するため、相互に関係し合うものとして捉えることも容易になる。また、新しい場面に流暢に適応することも可能で、転送[1]の能力も優れたものになる。』

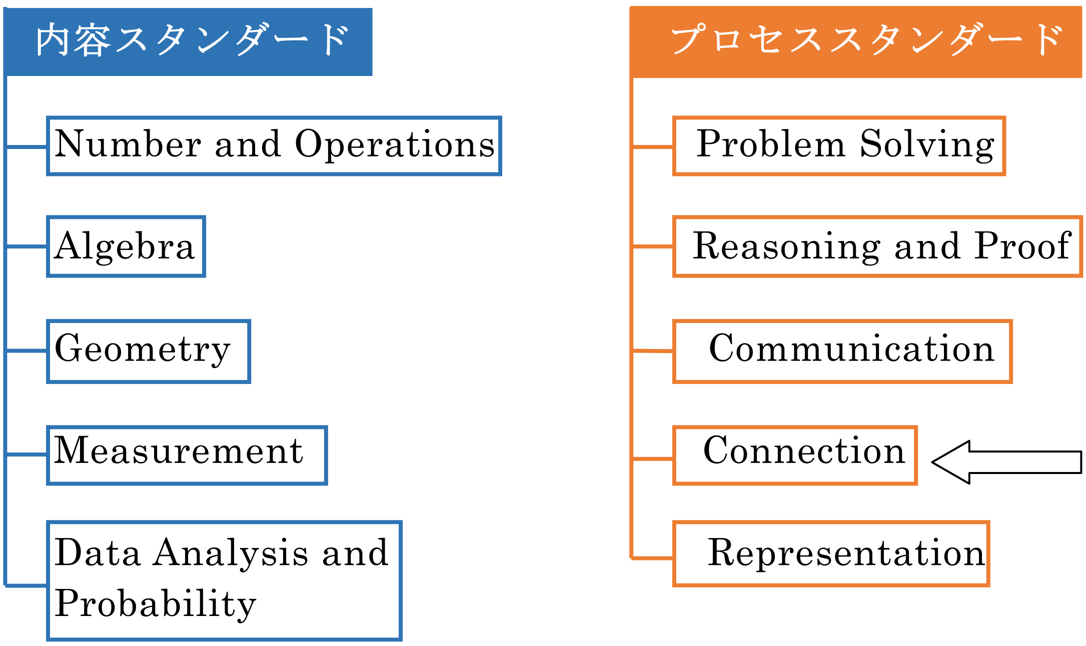
[1] （transfer）新しい問題や慣れない問題に、以前に学んだことを使用することで、より迅速に関連情報を取り入れること。

以上のことから、概念的な理解の中には”Connection”（結びつき）が含まれていなければならないことが言える。
次節 2.2 では、“Connection”についての検討を行う。

2.2　NCTM における“Connection”

前節 2.1 で、概念的な理解の中に含まれるべきと考えられた“Connection”とは、どういうものなのか明らかにしていく。本研究では、NCTM（National Council of Teachers of Mathematics）のスタンダードを用いて“Connection”の定義づけを行い、算数の学習内容の結びつきを分析する。

NCTM のスタンダードは、学習内容が記載されている「内容スタンダード」と、学び方について記載されている「プロセススタンダード」の 2 つに分けられており、本研究で指す“Connection”は以下のような位置づけにある。

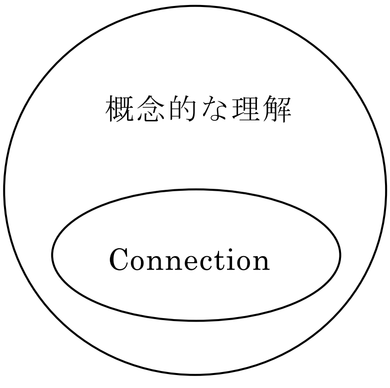


次に、Connection の目標設定は以下のようになっている。

Instructional programs from prekindergarten through grade 12 should enable all students to—
・recognize and use connections among mathematical ideas;
・understand how mathematical ideas interconnect and build on another to produce a coherent whole;
・recognize and apply mathematics in contexts outside of mathematics.

就学前から 12 年生までの教育プログラムは、すべての学生に以下のことを可能にさせるべきである。
・数学的アイディア間の接続を認識して活用する。
・首尾一貫下全体をつくるために、数学的アイディアがどのように相互に結びつき、互いの上に構築されているのかを理解する。
・数学以外の場面で数学を認識し、適応する。

目標の二つ目に注目すると、Connection とは「首尾一貫した全体をつくるために、数学的なアイディアを相互に結びつけ、互いの上に構築させるもの」と言える。言い換えると、首尾一貫した全体とは「数学的アイディアが相互に結びつき、互いの上に構築された、ネットワーク全体のこと」と言える。つまり、首尾一貫した全体をつくるためには Connection は欠かせないものである。また、前節で述べたように、概念的な理解の中には Connection が含まれているため、理解もまた首尾一貫したものでなければならない。



以上のことから、本研究との関連を考えると、子どもたちの理解を機械的な理解でなく、首尾一貫した理解にするためには、”Connection”は大切な要素となる。現在の算数カリキュラムでは、どのような結びつき”Connection”がみられるのか、検討していく必要がある。

第 2 章の要約

本研究では、子どもたちの首尾一貫した理解の構築のための、領域内・領域間での Connection・結びつきを分析していく。研究を始めるにあたって、ベースとなる“Connection”について検討しておく必要があり、本章で詳しく述べた。要点として以下のことが明らかになった。

○“理解”と“Connection”の関係性
数学的なアイディアや手続き・事実は、頭の中でのネットワークの一部として組み込まれると、徹底的な理解が期待できる。理解の度合いは、結びつき（Connection）の数や強度によって決定される。適切に、また概念的に結びついたアイディアは保存されやすく、大きいネットワークの一部として存在するため、相互に関係し合うものとして捉えることも容易になる。このことから、概念的な“理解”を構築するためには、その中には“Connection”が含まれていなければならないと言える。

○Connection とは
「首尾一貫した全体をつくるために、数学的なアイディアを相互に結びつけ、互いの上に構築させるもの」と言える。言い換えると、首尾一貫した全体とは「数学的アイディアが相互に結びつき、互いの上に構築された、ネットワーク全体のこと」と言える。つまり、首尾一貫した全体をつくるためには Connection は欠かせない要素である。また、概念的な理解の中には Connection が含まれているため、理解もまた首尾一貫したものでなければならない。

本章で明らかになったことを基に、次章から具体的なカリキュラム分析を行っていく。

第 3 章
CCSS の分析

本章では、学習指導要領の比較対象として、Common Core State Standard（CCSS）の分析を行う。

3.1 では、CCSS がどういうものなのか、また CCSS 設立の経緯を明らかにし、何を目的に開始された取り組みであるのかについて述べる。

3.2 では、CCSS の K-6 カリキュラムの全体像を示した後、CCSS で顕著な結びつきがみられる領域『NF』[2]と学習指導要領で顕著な結びつきがみられる『MD』[3]の 2 つに焦点を絞ってアイディアの結びつきを明らかにする。

[2] Number & Operation-Fraction
[3] Measurement and Data

<u>第 3 章　CCSS の分析</u>

3.1　CCSS とは

3.1.1　CCSS の概要

CCSS は、州教育長協議会（Council of Chief State School Officers：CCSSO）と全米州知事（National Governors Association Center for Best Practices：NGA Center）が調整役となり開始された取り組みであり、子どもたちに大学進学や就職の準備を整えるための、明瞭かつ一貫したフレームワークを提供することを目的に、教師と学校管理者・専門家との共同で開発された共通スタンダードのことである。このスタンダードは次の 2 つに分類される。

①共通到達目標（College and career readiness standards）
②K-12 スタンダード（幼稚園～高校）

※①は高校を卒業するときの到達目標を示したもの。①に基づいて②の幼稚園から高校における、学年別到達目標及び指導内容の作成が行われた。

CCSS の特徴としては、大学進学や就職を見越して調整されていること、明瞭かつ一貫した理解が可能であること、他の高い成果をあげている国々から知見を得ていること、などが挙げられる。このスタンダードは現在、アメリカの 45 の州とワシントン D.C によって採択されているが、それまでの道のりを以下に示す。

2009 年春 共通到達目標 ⇒ 2009 年夏 K-12 スタンダード ⇒

2010 年初頭 スタンダード承認 ⇒ 現在進行 州による採択

アメリカでは州ごとにカリキュラムを作成するのが一般的であったが、このような統一スタンダードが必要となった背景にはどのようなことがあったのか、次項 3.1.2 で明らかにする。

3.1.2　CCSS の公表に至るまでの経緯

米国における教育は、基本的に州に委ねられており、これまで日本やシンガポール他多くの国々のように統一カリキュラムを定めていなかった。そのため、各州の基準を全て満たす分厚い教科書を使っており、州によって学習内容も指導の仕方も異なっていたため、児童・生徒の学力は地域によってばらつきが見られた。そこで、1980 年から NCTM によって統一カリキュラムを目指した取り組みが開始された。しかし、顕著な改善がみられないまま時が流れていったため、それまでの反省を受け、2010 年に CCSS の取り組みが開始された。

ここで､NCTM によって作成された統一カリキュラムは、どこに問題点があったのかを述べる。

2000 年に NCTM は統一カリキュラムを目指して、共通スタンダードを作成した。しかしそれは、学年帯（K-2，3-5，6-8，9-12）といったまとまりで提案されたため、どの内容をどの学年で扱うかの判断は各州に委ねられた。しかし、結果的には、州も地域の教育委員会も教科書出版会社もその判断をすることがなく、現場の先生に任せてしまった。これでは当然、地域による学力のばらつきは改善されず、学習内容の重複も度々起こってしまった。また、NCTM が提唱したスタンダードは、強制力をもっていなかったため、教科書出版会社は教科書の作成になかなか踏み出さなかった。しばらくしていくつかの教科書が作成されたが、それは学年帯でのスタンダードを基にしているため、各学年での学習内容が異なるものが多かった。

このように、統一カリキュラムを目指して作成されたスタンダードだが、結果的には、州に教育を委ねていた時と同じ状況に陥ってしまった。以上のことから、NCTM のスタンダードの問題点として以下の 2 つのことが挙げられる。

1. 学年帯でのカリキュラム構成であるため、学習内容の焦点化ができなかったこと。
2. 教科書出版会社の協力が得られなかったこと。

このような反省点を踏まえて、CCSS は統一化の方針として“学年ごとに指導内容を定め、指導内容を精選し、浅く広く同じ内容を何度も繰り返す指導から、絞り込んだ内容を各学年で確実に定着させられるようなカリキュラムの作成に向けて努力すること”を掲げた。そして、日本やシンガポール他多くの国で行われている、統一された教育を参考にしながらカリキュラムの作成を行った。なかでも、小学校の学習内容においては、日本の教科書からアイディアを借りているところが多い。

3.2　K-6 カリキュラム

CCSS のカリキュラムを、領域・Grade 別にまとめたものが以下の図である。

Grade　領域	K	1	2	3	4	5	6
CC : 数えることと個数	○						
OA : 演算と代数	○	○	○	○	○	○	
NBT : 十進法における数と演算	○	○	○	○	○	○	
MD : 測定とデータ	○	○	○	○	○	○	
G : 図形	○	○	○	○	○	○	○
NF : 数と演算―分数				○	○	○	
RP : 比と割合							○
EE : 式と方程式							○
SP : 統計と確率							○
TNS : 数の仕組み							○

CCSS のカリキュラムにおいて、どのような Connection がみられるのか、本研究では学習指導要領の『A 数と計算』の領域に当たる『CC』[4]『OA』[5]『NBT』[6]『NF』[7]の 4 領域を検討した。

[4] Counting & Cardinality
[5] Operations & Algebraic
[6] Number & Operations in Base Ten
[7] Number & Operations-Fractions

以下の表は、上記の 4 つの領域の学習内容を一覧にしたものである。K（幼稚園）から Grade5 までの学習内容をまとめており、領域をまたいだ学習の結びつきが分かるように、Grade・領域・学習内容を記号化している。

※「・」で示しているのは大きな単元
【K】CC.1～3 などは、詳しい活動内容（別紙参照）

	Counting &Cardinality **CC**：数えることと基数	Operations & Algebraic **OA**：演算と代数
【K】幼稚園	・数の名前を知り順番に数える 【K】CC.1～3 ・物の数を数える。 【K】CC.4～5 ・数を比較する。【K】CC.6～7	・足すこと、引くことを表現 【K】OA.1～5
【1】1年生		・足し算や引き算の問題の説明、解決 【1】OA.1～2 ・足し算と引き算の関係性や演算の特性 【1】OA.3～4 ・20 以内の足し算、引き算 【1】OA.5～6 ・足し算や引き算の等式 【1】OA.7～8
【2】2年生		・足し算や引き算の問題の説明、解決 【2】OA.1 ・20 以内の足し算、引き算 【2】OA.2 ・同じ数のかたまりを使う活動（かけ算の基礎） 【2】OA.3～4

【3】 3年生		・かけ算とわり算の問題の説明、解決 【3】OA.1～4 ・かけ算の特性、かけ算とわり算の関係性 【3】OA.5～6 ・100以内のかけ算、わり算 【3】OA.7 ・四則演算を含む問題 【3】OA.8～9
【4】 4年生		・四則演算を含む問題 【4】OA.1～3 ・因数や倍数に慣れる 【4】OA.4 ・生成、パターン分析 【4】OA.5
【5】 5年		・数式を書いて説明 【5】OA.1～2 ・パターン分析、関係分析 【5】OA.3

	Number & Operations in Base Ten	Number & Operations -Fractions
	NBT : 十進法における数と演算	**NF** : 分数と演算
【K】 幼稚園	・11～19までの数で活動（位取りの基礎を得るため） 【K】NBT.1	

【1】1年生	・数える数の範囲を広げる 【1】NBT.1 ・位についての理解 【1】NBT.2～3 ・位についての理解 たし算、ひき算の特性の利用 【1】NBT.4～6	
【2】2年生	・位についての理解 【2】NBT.1～4 ・位についての理解 たし算、ひき算の特性の利用 【2】NBT.5～9	
【3】3年	・多桁の数の演算 （位についての理解） （演算の特性の利用） 【3】NBT.1～3	・分数の理解を深める 【3】NF.1～3
【4】4年生	・多桁の数の演算 （位についての理解） 【4】NBT.1～3 ・多桁の数の演算 （位についての理解） （演算の特性の利用） 【4】NBT.4～6	・同値な分数や配列についての理解の拡張 【4】NF.1～2 ・分数の構築 【4】NF.3 ・整数×分数（かけ算についての理解を適応、拡張） 【4】NF.4 ・分数の十進記数法の理解、小数比較 【4】NF.5～7
【5】5年生	・位の仕組みの理解 【5】NBT.1～4 ・多桁の数と 1/100 の小数 【5】NBT.5～7	・分数のたし算、ひき算 （同値な分数を使って） 【5】NF.1～2 ・かけ算、わり算の理解の適応、拡張 【5】NF.3～7

この表を基に、領域ごとの学習内容の分析を行った結果、いくつかの Connection が明らかになった。

※矢印（→）は Connection を表す
G : Geometry　MD : Measurement & Data

＊【K】CC.4（b）→【1】OA.6
＊【K】CC.6～7→【1】OA.1
＊【K】CC.4（c）→【K】OA.3
＊【K】OA.3～4
【K】NBT.1
【1】NBT.2（b）→【1】OA.6
＊【2】OA.3～4→Grade3 問題の表現と解決レベル 1～3
＊【2】OA.1→【4】OA.2
＊【5】NF.3～7（b）→【5】NBT.7
＊【2】G.3→【3】NF.1
＊【2】MD.3→【3】NF.3（d）

上記のように、4 つの領域『CC』、『OA』、『NBT』、『NF』の分析を行うことでみえてきた Connection は、ほとんどが 4 領域内での Connection であったが、唯一『NF』が他領域『G』や『MD』との Connection をもつことが明らかになった。ここからは、『NF』と『MD』、『G』の Connection に焦点を当てて分析を行う。

『NF』の他領域との Connection は 2 つの学習内容でみられた。

一つ目は『G』→『NF』の Connection で、Grade2『G』で円や長方形を等分する活動を行い、“等分されたものはすべて同じ大きさである”ということを認識する。この学習を基に Grade3『NF』で、以前の図形での理解を数の世界へ当てはめ、単位分数の学習に役立てるというものだ。

※図中の破線は筆者が、Connection が深いと考えた箇所である。

『G』→『NF』

形とその特徴をもつ理由 【2】G.3 円や長方形を 2、3、4 等分し、“halves” “thirds” “half of” “third of” などの言葉を使う。等分されたものはすべて同じ大きさであることを認識する。 ⇩ 分数の理解を深める 【3】NF.1 1/b という分数を、全体を b 個に等しく分けたうちの 1 つ分として理解する。a/b という分数を、1/b を基にしている量だということを理解する。

二つ目は、『MD』→『NF』の Connection で、Grade2『MD』で普遍単位を用いた活動を行う。ここでの“単位を用いた活動”がとても重要であり、こちらも Grade3『NF』で単位分数や同値な分数の学習に役立てるというものだ。

『MD』→『NF』

一般的な単位で長さを測る・見積もる 【2】MD.3 Inch（インチ）、feet（フィート）、centimeter（センチメートル）、meter（メートル）の単位を用いて長さを比較する。 ⇩ 分数の理解を深める 【3】NF.3 特殊なケースとして、分数の同値について説明し、間隔を基に分数の大きさを比較する。

『NF』の領域における、この 2 つの Connection について、第 4 章で学習指導要領での結びつきを検討し、第 5 章で両者の比較を行う。

つづいて、学習指導要領で顕著な結びつきが見られた領域『B 量と測定（長さ）』に対応する、『MD』の領域を検討する。学習指導要領の検討は第 4 章で行う。

始めに、CCSS のカリキュラム K-2 における『MD』の学習内容は以下の通り。

〈Kindergarten〉	〈Grade1〉	〈Grade2〉
・言葉の属性の分化 ・長さ、面積、体積を捉える ※幼稚園での遊びを通して	・長さの概念 ・長さの測定の基礎 ①直接比較 ②間接比較	・長さの測定 ・長さの単位

次に、CCSS のカリキュラム K-2 における『MD』の位置づけについて Progressions for the Common Core State Standards in Mathematics（draft）の『MD』に関する記述を基に述べていく。

Students often initially hold undifferentiated views of measurable attributes, saying that one object is “bigger” than another whether it is longer, or greater in area, or greater in volume, and so forth.

幼い子どもたちは、”長いもの”、”面積が大きいもの”、”体積が大きいもの”などすべてを「大きい」と呼ぶように、言葉の属性が未分化である。

For example, two students might both claim their block building is “the biggest.” Conversations about how they are comparing—one building may be taller (greater in length) and another may have a larger base (greater in area)—help students learn to discriminate and name these measureable attributes.

例えば、自分が作ったブロックの家が一番大きい！と言い張っていても、高さはあるが底面積は小さいもの、底面積は大きいが高さがないものなどが混在している。これらをどうやって比較すればよいのか話し合う中で、測定可能な属性を識別し、その名前を学ぶことができる。

（中略）…teachers listen for and extend conversations about things that are “big,” or “small,” as well as “long,” “tall,” or “high,” and name, discuss, and demonstrate with gestures the attribute being discussed (length as extension in one dimension is most common, but area, volume, or even weight in others).
教師は、“big”“small”“long”“tall”“high”の言葉を使い分けて会話し、子どもたちが属性を識別するのを助ける。

Length of course, such conversations often occur in comparison situations (“He has more than me!”). Kindergartners easily directly compare lengths in simple situations, such as comparing people’s heights, because standing next to each other automatically aligns one endpoint.
長さについても、このような状況はよく起こる。園児には背比べなどの簡単な長さの直接比較が分かりやすい。なぜなら、比べる人の隣に立つことで、自動的にエンドポイントが揃うからだ。

（中略）First graders should continue to use direct comparison—carefully, considering all endpoints—when that is appropriate. In situations where direct comparison is not possible or convenient, they should be able to use indirect comparison and explanations that draw on transitivity.
1 年生では、エンドポイントに注意を払って直接比較を継続的に行うべきだ。直接比較ができない場合、子どもたちは図形を写して間接比較を行う。

（中略）…the use of a variety of different length units, before students understand the concepts, procedures, and usefulness of measurement, may actually deter students' development. Instead, students might learn to measure correctly with standard units, and even learn to use rulers, before they can successfully use nonstandard units and understand relationships between different units of measurement.

子どもたちが測定の手順や有用性を理解するよりも前に、長さの異なる様々な単位を用いることは、子どもたちの成長を阻害してしまうだろう。このような非標準単位の使用に慣れてしまう前に、標準単位で正しく測定することや、定規の使い方を学習する。

（中略）Early use of many nonstandard units may actually interfere with students' development of basic measurement concepts required to understand the need for standard units. In contrast, using manipulative standard units, or even standard rulers, is less demanding and appears to be a more interesting and meaningful real-world activity for young students.

非標準単位の早期使用は、子どもたちが標準単位の必要性を理解するための、基本的な測定の概念を身につけるのを邪魔してしまう。対照的に、標準単位や定規を用いることは、幼い子供にとっても分かりやすく、より現実世界で役に立つだろう。

（中略）Second graders learn to measure length with a variety of tools, such as rulers, meter sticks, and measuring tapes. Although this appears to some adults to be relatively simple, there are many conceptual and procedural issues to address. For example, students may begin counting at the numeral "1" on a ruler. The numerals on a ruler may signify to students when to start counting, rather than the amount of space that has already been covered. It is vital that students learn that "one" represents the space from the beginning of the ruler to the hash mark, not the hash mark itself.

2 年生の子どもたちは、定規・メータースティック・測定テープなどの様々なツールで長さを測ることを学習する。これは大人にとっては簡単なことだが、子どもたちが理解するためには多くの概念上・手続き上の問題がある。例えば、子どもたちは定規の 1 とういう数字からカウントを開始し始めるかもしれない。定規上の数字は、カウントを開始したとき、すでにスペースをカバーしているものの量としての意味をもっている。子どもたちが定規上の数字自体だけでなく、定規の先頭から長さを表していることを学ぶことは、とても重要である。

ここで、『MD』K-2 で扱われている考え方をまとめると、以下の 3 つが挙げられる。

・**Direct Comparison**：直接比較
・**Indirect Comparison**：間接比較
・**Physical unit**：普遍単位測定

以上のことから、K-2 における『MD』の扱い方の特徴を述べる。

Kindergarten においては、測定の際に必要となる“big”“small”“long”“tall”“high”などの言葉の属性を分化させることに重点を置いている。また、背比べ、ブロック遊び、砂遊び、工作などの日常の活動を通して、子どもたちが長さ・面積・体積の測定の素地となる力を身につけさせることをねらいとしている。

Grade1 では、直接比較・間接比較を学習する。この段階では、量を測るというよりも“どっちが大きい”“どっちが小さい”の比較を行い順に並べることに重点を置いている。また、非標準単位[8]での測定は、子どもたちの測定概念の形成を邪魔するとされ、避けられていることが分かる。

Grade2 では、Grade1 での大きさ比較にとどまらず、物理的な単位を用いて長さを正確に測定できることをねらいとしている。

[8] 日本で言う“任意単位”のこと

第 3 章の要約

本章では CCSS の分析を行った。まず、CCSS がどういうものなのか、何を目的に開始された取り組みであるのかを明らかにした。そして、CCSS のカリキュラム全体を検討し、顕著な Connection がみられる『NF』と、学習指導要領において顕著な結びつきがみられる『MD』の分析を行った。分析によって以下の結果が得られた。

○CCSS とは
子どもたちの大学進学や、就職の準備を整えるための、明瞭かつ一貫した“統一スタンダード”のこと。NCTM が 2000 年に共通スタンダードを作成するものの、学習内容の取り扱い方が大まかな記載であったため、結果が出ず流れてしまった。その際の反省点である、学習内容の焦点化に重点を置き作成されたのが CCSS の統一スタンダードである。

○『NF』でみられた 2 つの Connection
一つ目は『G』→『NF』の Connection で、Grade2『G』で円や長方形を等分する活動を行い、“等分されたものはすべて同じ大きさである”ということを認識する。この学習を基に Grade3『NF』で、以前の図形での理解を数の世界へ当てはめ、単位分数の学習に役立てる、というもの。二つ目は、『MD』→『NF』の Connection で、Grade2『MD』で普遍単位を用いた活動を行う。ここでの“単位を用いた活動”がとても重要であり、こちらも Grade3『NF』で単位分数や同値な分数の学習に役立てる、というもの。

○『MD』の分析
CCSS の『MD』K-2 で扱われている考え方は以下のような流れになっていることが明らかになった。
Direct Comparison→Indirect Comparison→Physical unit

次章では、学習指導要領の分析を行う。

第 4 章
学習指導要領の分析

4.1　学習指導要領における「結びつき」に関する言及
4.2　学習指導要領　算数科内容

本章では、学習指導要領（平成 20 年改訂）についての検討を行う。

4.1 では NCTM の“Connection”の捉え方と、学習指導要領における「結びつき」の捉え方を区別するために、学習指導要領の「結びつき」に関する言及について明らかにする。

4.2 では、4.1 で明らかになった「結びつき」の捉え方を基に、算数の学習内容のうち CCSS で顕著な Connection がみられた『A 数と計算（分数)』と、学習指導要領で顕著な結びつきがみられた『B 量と測定（長さ)』の領域に焦点を絞って、アイディアの結びつきを明らかにする。

第4章
学習指導要領の分析

4.1　学習指導要領における「結びつき」に関する言及

学習指導要領改訂の基本方針（平成20年）の第二項では、以下のことが述べられている。

※下線部は筆者が“結びつき”に関連すると考えた箇所

> 数量や図形に関する基本的・基礎的な知識・技能は、生活や学習の基盤となるものである。また、科学技術の進展などの中で、理数教育の国際的な通用性が一層問われている。このため、数量や図形に関する基礎的・基本的な知識・技能の定着を図る観点から、<u>算数・数学の内容の系統性を重視しつつ、学年間や学校段階間で内容の一部を重複させて、発達や学年の段階に応じた反復（スパイラル）による教育課程を編成できるようにする</u>。

第二項では、知識・技能の確実な定着のため、発達や学年の段階に応じたスパイラルによる教育課程を編成することについてである。算数・数学には内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科としての特徴がある。そうした特性に留意しながら、学年間などで同じ系統の内容の接続を工夫し、取り扱いの程度を少しずつ高めていくような教育課程を編成できるようにしようとするものである。

教科の目標

> 算数的活動を通して、数量や図形についての基礎的・基本的な知識及び技能を身に付け、日常の事象について見通しを持ち筋道を立てて考え、表現する能力を育てるとともに、算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き、<u>進んで生活屋学習に活用しようとする態度を育てる</u>。

今回の改訂では、算数の授業の中で、基礎的・基本的な知識及び技能を確実に身につけることと、身に付けた知識及び技能を活用していくことを重視している。算数は、生活や学習の様々な場面で活用することができる。他教科等の学習はもとより、これから先の算数や数学の学習にも活用していくことができる。

学習指導要領では、“算数・数学には内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科としての特徴がある”という考えのもと、学年間の学習内容の接続を重視していることがうかがえる。また、算数は日常生活や学習の様々な場面で活用することができるため、“進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる”という教科目標が設定されている。

このことから、学習指導要領における「結びつき」の捉え方は、「学年間での学習内容の接続や、日常生活や他の学習へ活用すること」であると言える。

また、筆者は、子どもたちの首尾一貫した理解の構築にむけて本研究に取り組んでいるが、上記の目標を達成するためにも、活用に必要となる学習内容のネットワークを、子どもたち自身が持っていなければならないと考える。

次節 4.2 において、具体的な学習内容の検討を行い、どのようにしてネットワークの構築を行おうとしているのか、明らかにしていく。

4.2　学習指導要領　算数科内容

本節では、日本の算数教育でみられる「結びつき」について、学習指導要領を基に分析を行っていく。分析の対象とする領域は、3.2 で CCSS の分析を行った際に、特徴的な Connection が明らかになった『NF』に対応する『A 数と計算（分数)』と、日本の算数教育において、段階を踏んだ丁寧な構成となっている『B 量と測定（長さ)』の 2 領域に焦点を絞る

始めに『A 数と計算（分数)』の分析を行う。

『A 数と計算 (分数)』の各学年の主な内容を整理すると、次のようになる。分数を扱う部分を網かけで示した。

学年	数	計算
第 1 学年	・2 位数 ・簡単な 3 位数	・1 位数の加法及びその逆の減法 ・簡単な 2 位数
第 2 学年	・4 位数 （1 万までの数） ・十進位取り記数法 ・簡単な分数	・2 位数の加法及びその逆の減法 ・簡単な 3 位数の加法及び減法 ・乗算九九 ・簡単な 2 位数と 1 位数の乗法
第 3 学年	・万の単位 （1 億までの数） ・小数 （1/10 の位） ・分数	・整数の加法及び減法 （3 位数や 4 位数） ・整数の乗法 （2 位数や 3 位数） ・整数の除法 （除数と商が 1 位数） ・簡単な整数の除法 （除数が 1 位数で商が 2 位数） ・そろばんによる計算 ・簡単な小数,分数の加法・減法
第 4 学年	・億、兆の単位 ・概数 ・小数 ・分数 （真分数、仮分数、帯分数）	・整数の除法 （除数が 1 位数や 2 位数で被除数が 2 位数や 3 位数） ・計算の結果の見積もり ・（簡単な計算） ・整数の計算の能力の定着 ・そろばんによる計算 ・小数の加法及び減法 ・乗数や除数が整数の場合の小数の乗法及び除法 ・同分母の分数の加法及び減法
第 5 学年	・偶数、基数 ・約数、倍数 （最大公約数、最小公倍数）（素数）	・乗数や除数が小数の場合の乗法及び除法 ・異分母の分数の加法及び減法 ・乗数や除数が整数の場合の分数の乗法及び除法

第 6 学年	・（逆数）	・乗数や除数が分数の場合の乗法及び除法 ・小数や分数の計算の能力の定着

上の表から分かるように、第 2 学年で初めて”数としての分数”を学習する。ここでは、1/2、1/4 など簡単な分数を扱い、これからの分数の学習の基盤を構築する。その際、分数の意味の理解を助けるために、紙を 2 つに折って 1/2 を作る活動を行う。その後、第 3 学年で「簡単な小数の加法及び減法」「簡単な分数の加法及び減法」、第 4 学年で「乗数や除数が整数である場合の小数の乗法及び除法」、第 5 学年で「乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法」、第 6 学年で「小数及び分数の計算の能力の定着」となっており、学年間でのスパイラルを重視している。

つづいて、『B 量と測定（長さ)』の分析を行う。
始めに学習指導要領『B 量と測定』の学習内容は以下の通り。
（1 年生）（2 年生）

・長さの概念 ・長さの測定の基礎 ①直接比較 ②間接比較 ③任意単位による測定	・長さの測定 ・長さの単位「センチメートル」「ミリメートル」と単位関係 ・長さの計算
・体積の概念 ・体積の測定の基礎 ①直接比較 ②間接比較 ③任意単位による測定	・体積の測定 ・体積の単位「リットル」「デシリットル」「ミリリットル」と単位関係 ・体積の計算
・面積の概念 ・面積の測定の基礎 ①直接比較 ②間接比較 ③任意単位による測定	・長さの単位「メートル」と単位関係

※実線…長さの測定
破線…その他の測定

第 1 学年では、日常で用いられている量の単位を用いて測定する前の段階において、長さや面積や体積という量の意味や、測るということの意味を理解する上での基礎となる経験をさせることをねらいとしている。ここでは、直接比較、間接比較、任意単位による測定ができるようにする。

第 2 学年では、測定の機銃の大きさとなる長さとして、身の回りの適当な長さ（任意単位）ではなく、普遍単位を用いることの必要性に気づかせ、単位の意味について理解させるとともに、それを用いた測定が正しくできるようにする。

量の測定には以下の 4 つの考え方が用いられている。

・直接比較

量を比較する 2 つのものが移動可能な場合に一方の端を合わせ、並べたり重ねたりして比較すること。

・間接比較

量を比較する 2 つのものが移動できない場合に他の媒介物を使って比較すること。

・任意単位測定

適当な大きさの媒介物がない場合に、新しい鉛筆や消しゴムなどを単位とし、いくつ含まれるかで測定すること。

・普遍単位測定

共通の単位を用いて測定すること。

すなわち、第 1 学年では、長さ・体積・面積の測定の基礎として「直接比較→間接比較→任意単位による測定」という順を追って学習が進められる。第 2 学年では、それまでの経験を踏まえて普遍単位による測定が始まる。4 つの段階それぞれの必要性が感じられるような指導が求められている。

第 4 章の要約

本章では、学習指導要領の分析を行った。始めに、前章で述べた NCTM の“Connection”に対応する学習指導要領の「結びつき」の捉え方を明らかにした。そして、CCSS で顕著な Connection がみられる『A 数と計算（分数)』と学習指導要領で顕著な結びつきがみられる『B 量と測定（長さ)』の分析を行った。分析によって以下の結果が得られた。

○学習指導要領では“算数・数学には内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科としての特徴がある”という考えのもと、学年間の学習内容の接続を重視していることがうかがえた。よって、学習指導要領における「結びつき」の捉え方は、「学年間での学習内容の接続や、日常生活や他の学習へ活用すること」であると言える。

○『A 数と計算（分数)』でみられた結びつき
第 2 学年で初めて”数としての分数”を学習する。ここでは、1/2、1/4 など簡単な分数を扱い、これからの分数の学習の基盤を構築する。その後、第 3 学年で「簡単な小数の加法及び減法」「簡単な分数の加法及び減法」、第 4 学年で「乗数や除数が整数である場合の小数の乗法及び除法」、第 5 学年で「乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法」、第 6 学年で「小数及び分数の計算の能力の定着」となっており、学年間でのスパイラルを重視している。

○『B 量と測定（測定)』（第 1.2 学年）で扱われる考え方は以下のような流れになっていることが明らかになった。

直接比較→間接比較→任意単位測定→普遍単位測定

次章では第 3 章、第 4 章で明らかになった Connection・結びつきを比較分析する。

第 5 章
CCSS と学習指導要領の比較

本章では、第 3 章 3.2 と第 4 章 4.2 で明らかになった、CCSS と学習指導要領それぞれにみられる Connection・結びつきの特徴を挙げ、両者の比較を行う。

5.1 では、『NF』と『A 数と計算（分数)』を比較し、相違点・類似点をまとめる。

5.2 では、『MD』と『B 量と測定（長さ)』を比較し、相違点・類似点をまとめる。

第５章
CCSS と学習指導要領の比較

5.1　『NF』と『A 数と計算（分数)』の比較

始めに、第３章 3.2、第４章 4.2 で述べた Connection・結びつきを整理する。

CCSS『NF』では、２つの特徴的な Connection がみられた。一つ目は『G』→『NF』の Connection で、Grade2『G』で円や長方形を等分する活動を行い、“等分されたものはすべて同じ大きさである”ということを認識する。この学習を基に Grade3『NF』で、以前の図形での理解を数の世界へ当てはめ、単位分数の学習に役立てる、というものだ。詳しくは以下の通りである。

Grade2『G』

（中略）Students learn to combine their composition and decomposition competencies to build and operate on composite units (units of units), intentionally substituting arrangements or composites of smaller shapes or substituting several larger shapes for many smaller shapes, using geometric knowledge and spatial reasoning to develop foundations for area, fraction, and proportion. For example, they build the same shape from different parts, e.g., making with pattern blocks, a regular hexagon from two trapezoids, three rhombuses, or six equilateral triangles. They recognize that the hexagonal faces of these constructions have equal area, that each trapezoid has half of that area, and each rhombus has a third of that area. 2.G.3(Partition circles and rectangles into two, three, or four equal shares, describe the shares using the words halves, thirds, half of, a third of, etc., and describe the whole as two halves, three thirds, four fourths. Recognize that equal shares of identical wholes need not have the same shape.)

子どもたちは、複合単位を構成し操作するために、合成と分解の能力を組み合わせることを学ぶ。意図的に、大きい図形にたくさんの小

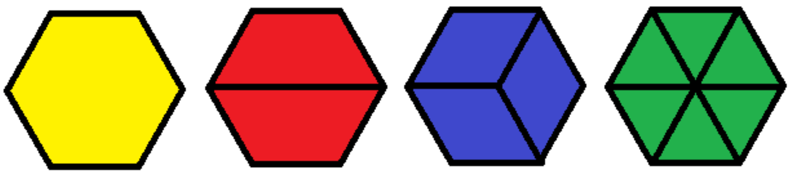
さい図形を当てはめたりし、面積や分数や割合の学習の基盤を開発するために、このような幾何学的な知識を空間的な推論を用いる。例えば。異なるパーツを使って同じ形を作る。

e.g.3つのひし形や6つの正三角形のパターンブロックを用いて、正六角形を作る。彼らはこれらの六角形の面積はすべて等しく、各台形は全体の半分の面積を、各ひし形は全体の1/3の面積をもっていることを認識している。

2.G.3（円や長方形を2、3、4等分し、“halves” “thirds” “half of” “a third of” などの言葉を使って表す。等分の仕方は一通りではないことを認識する。）

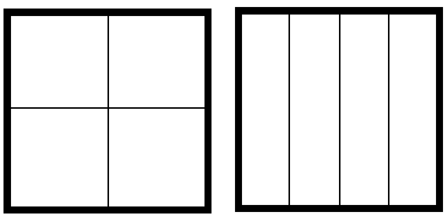
Different pattern blocks compose a regular hexagon

（異なるパターンブロックで、正六角形をつくる。）



Squares partitioned into fourths

（正方形を 4 等分する）



These different partitions of a square afford the opportunity for students to identify correspondences between the differently-shaped fourths, and to explain how one of the fourths on the left can be transformed into one of the fourths on the right

このように、正方形を違う形で等分することは、形が異なっていても一つの大きさは一致することを認識する機会と、どのようにすれば左の 1/4 を右の 1/4 に変換できるかを説明する機会を与えてくれる。

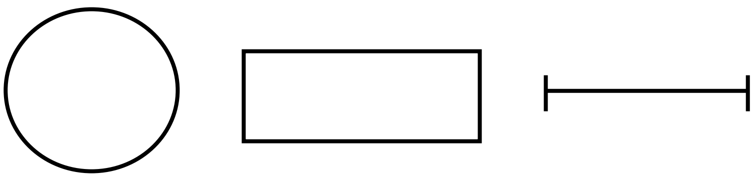
Grade3『NF』

In Grade 1 and 2, students use fraction language to describe partitions of shapes into equal shares. 2.G.3(Partition circles and rectangles into two, three, or four equal shares, describe the shares using the words halves, thirds, half of, etc., and describe the whole as two halves, three thirds, four fourths. recognize that equal shares of identical wholes need not have the same shape.)

１年生や２年生の子どもは、図形を等分したものを表すために分数を用いる。（円や長方形を 2、3、4 等分し、“halves”“thirds”“half of”“a third of”などの言葉を使って表す。等分の仕方は一通りではないことを認識する。）

In Grade3 they start to develop the idea of a fraction more formally building on the idea of partitioning a whole into equal parts. The whole can be a shape such as a circle or rectangle, a line segment, or any one finite entity susceptible to subdivision and measurement.

３年生になると、彼らはそれまでの分数のアイディアをより形式的なものへ拡張し、全体を等分するアイディアを構築する。全体には、円、長方形、線分などの扱いやすいものを用いる。



（中略）Grade3 students start with unit fractions (fractions with numerator 1), which are formed by partitioning a whole into equal parts and taking one part, e.g. if a whole is partitioned into 4 equal parts then each parts is 1/4 of the whole, and 4 copies of that part make the whole.

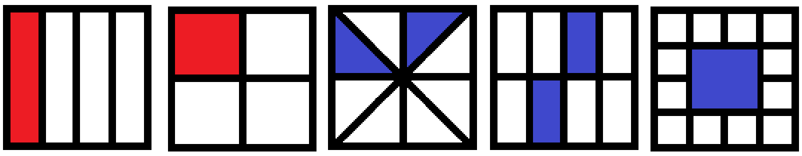
3 年生の子どもたちは、単位分数の学習を始める。単位分数とは、全体を均等に分割してそのうちの一つを取り出したものだ。例えば、全体を 4 等分したとき、それぞれが全体の 1/4 の大きさということになり、1/4 の複製を 4 つ合わせると全体の大きさになる。ということ。

（中略）The goal is for students to see unit fractions as the basic building blocks of fractions, in the same sense that the number 1 is the basic building block of the whole numbers; just as every whole number is obtained by combining a sufficient number of 1s, every fraction is obtained by combining a sufficient number of unit fractions.

子どもたちにとって、単位分数を分数の構成要素としてみることが目標であり、これは“1”が整数の構成要素であるのと同様に言える。つまり、すべての整数が 1 を君合わせることで得られるのと同様に、すべての分数は単位分数を組み合わせることで得られる。

Area representations of 1/4

（1/4 の領域表現）



The two squares on the left are divided into four parts that have the same size and shape, and so the same area. In the three squares on the right, the shaped are 1/4 of the whole area, even though it is not easily seen as one part in a division of the square into four parts of the same shape and size.

左の 2 つは、同じサイズ・同じ形・同じ面積に 4 等分したものである。右の 3 つにおいて、色がついている部分も全体の 1/4 の面積を表している。

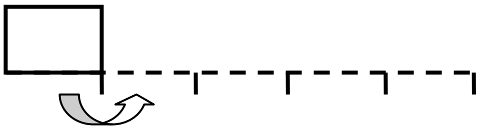
二つ目は、『MD』→『NF』の Connection で、Grade2『MD』で普遍単位を用いた活動を行う。ここでの“単位を用いた活動”がとても重要であり、こちらも Grade3『NF』で単位分数や同値な分数の学習に役立てるというものだ。
詳しくは以下の通りである。

Grade2『MD』

To learn measurement concepts and skills, students might use both simple rulers (e.g., having only whole units such as centimeters or inches) and physical units (e.g. manipulatives that are centimeter or inch lengths). As described for Grade 1, teachers and students can call these “length-units.” Initially, students lay multiple copies of the same physical unit end-to-end along the ruler. They can also progress to iterating with one physical unit (i.e., repeatedly marking off its endpoint, then moving it to the next position), even though this is more difficult physically and conceptually. To help them make the transition to this more sophisticated understanding of measurement, students might draw length unit marks along sides of geometric shapes or other lengths to see the unit lengths.

測定の概念とスキルを学ぶために、子どもたちはシンプルな定規や操作可能な物理的な単位の両方を使う。Grade1 で示したように、教師や子どもたちはこれを“length-units（長さの単位）”と呼ぶことができる。はじめの頃は、子どもたちは物理的な単位を定規に沿って端から端まで並べる。

彼らは 1 つの物理的単位を繰り返し使って活動を行う。（エンドポイントに印をつけて次の位置に移動することを繰り返す。）



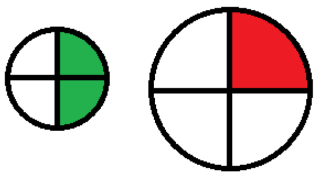
これは、物理的にも概念的にも難しいものではあるが、測定のより洗練された理解への移行のために、幾何学形状や他の長さの側面に沿って、単位の長さをマークしていく。

Grade3『NF』

Previously, in Grade2, students composed lengths using a standard measurement unit.2.MD.3（estimate lengths using units of inches, feet, centimeters, and meters.）In Grade3 they build on this idea to compare fractions with the same denominator. They see that for fractions that have the same denominator, the underlying unit fractions are the same size, so the fraction with the grater numerator is greater because it is made of more unit fractions. For example, segment from 0 to 3/4 is shorter than the segment from 0 to 5/4 because it measures 3 units of 1/4 as opposed to 5 units of 1/4. Therefore 3/4<5/4.

以前、2 年生の時に子どもたちは、一般的な測定単位を使って長さを構成した。2.MD.3（測定は、インチ、フィート、センチメートル、メートルの単位を用いて）3 年生になると彼らは、このアイディアを基に同分母の分数を比べる。彼らは同じ分数を持つ分数について、基盤となる単位分数は同じであると分かっているので、分子が大きい分数ほど、より多くの単位分数で作られているため、大きくなることを理解できる。例えば、0 から 3/4 までと 0 から 5/4 までの距離は、1/4 という単位分数の数を数えると 0 から 5/4 までの方が離れていることが分かる。そのため、3/4<5/4。

The importance of referring to the same whole when comparing fractions（同じ全体で比較することの重要性）

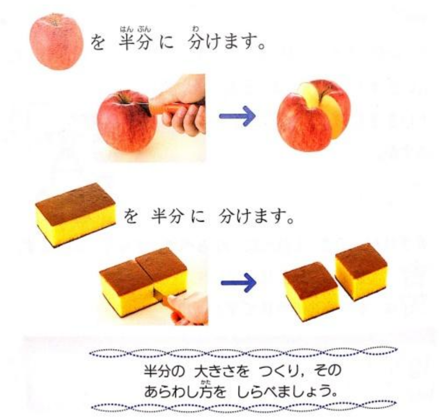


A student might think that 1/4>1/2, because a fourth of the pizza on the right is bigger than a half of the pizza on the left.
子どもたちは､右側のピザの方が大きいので 1/4>1/2 だと思うだろう。

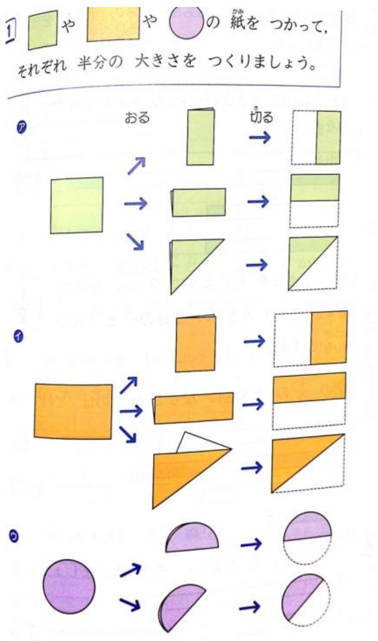
学習指導要領『A 数と計算（分数)』では、第 2 学年で初めて”数としての分数”を学習する。ここでは、1/2、1/4 など簡単な分数を扱い、これからの分数の学習の基盤を構築する。その際、分数の意味の理解を助けるために、紙を 2 つに折って 1/2 を作る活動を行う。その後、第 3 学年で「簡単な小数の加法及び減法」「簡単な分数の加法及び減法」、第 4 学年で「乗数や除数が整数である場合の小数の乗法及び除法」、第 5 学年で「乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法」、第 6 学年で「小数及び分数の計算の能力の定着」となっており、学年間でのスパイラルを重視している。

また、『Geometry』に対応する『図形』の領域では、分数の素地を養うことをねらいとしているような記述はみられず、紙を折ったり切ったり、色版を並べたりする活動は、“図形の性質を理解すること” に重点を置いている。詳しくは以下の通りである。

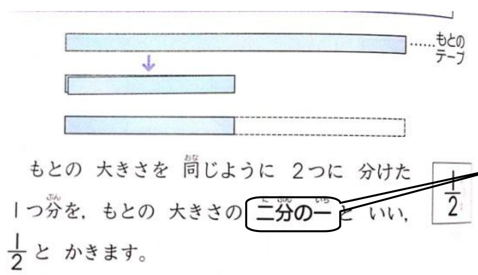
第 2 学年『A 数と計算（分数)』



子どもたちにとって身近な場面からの導入（半分の大きさを作りその表し方を調べる。)



色々な形状の紙を使って、半分の大きさを作る。このように、手にとって半分の大きさを感じられるような活動が、分数の意味を理解する上で重要となる。
学習指導要領 P6 参照
「低学年で、分数の意味を理解する上で基盤となる素地的な学習活動を行う。」（例：紙を二つに折って 1/2 を作る）



テープを使って半分の大きさを作る。（※これは、第 3 学年で分数の表し方をテープ図→線分図へと移行するための素地活動と言える。）また、ここで初めて数としての分数を学習する。

1 2 で、実物を操作して分数を考えていたのに対して、③④では 2 次元の世界で分数を捉える活動へ発展していく。

※CCSS で Connection がみられた、分数の導入に焦点を当てているため、第 3 学年からのスパイラルは省略する。

以上のことから、CCSS と学習指導要領のどちらとも、分数を学習する前に、素地となる力を養う学習内容が組み込まれていることが分かる。しかし、ここでみられる違いとして、CCSS ではその学習が『G』や『MD』といった他の領域に位置づけられており、一つの単元として組み込まれている。一方学習指導要領では、『A 数と計算』の領域内で、補助的な活動として位置づけられている。

5.2 『MD』と『B 量と測定（長さ)』の比較

始めに、第 3 章 3.2、第 4 章で述べた Connection・結びつきを整理する。

CCSS『MD』では、Kindergarten において、測定の際に必要となる言葉の属性を分化させることに重点を置いている。また、背比べ、ブロック遊び、砂遊び、工作などの日常の活動を通して、子どもたちが長さ・面積・体積の測定の素地となる力を身につけさせることをねらいとしている。Grade1 では、直接比較・間接比較を学習する。この段階では、量を測るというよりも“どっちが大きい”“どっちが小さい”の比較を行い順に並べることに重点を置いている。また、非標準単位での測定は、子どもたちの測定概念の形成を邪魔するとされ、避けられていることが分かる。Grade2 では、Grade1 での大きさ比較にとどまらず、物理的な単位を用いて長さを正確に測定できることをねらいとしている。

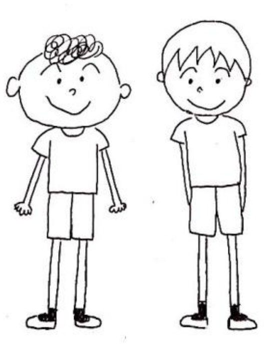
つまり、3.2 でも述べたように、CCSS の『MD』K-2 で扱われている考え方は以下の流れになっている。

Direct Comparison→Indirect Comparison→Physical unit

この流れに沿って、具体的に述べていく。

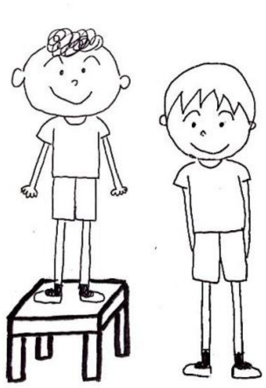
Kindergarten—Grade2『MD』

Direct comparison



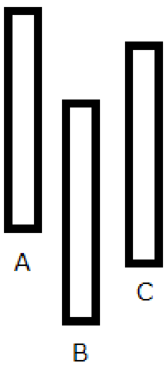
　Kindergartners easily directly compare lengths in simple situations, such as comparing people’s heights, because standing next to each other automatically aligns one endpoint.

背比べは、エンドポイントが揃っているので、直接比較に適している。



　However, in other situations they may initially compare only one endpoint of objects to say which is longer. Discussing such situations (e.g., when a child claims that he is “tallest” because he is standing on a chair) can help students resolve and coordinate perceptual and conceptual information when it conflicts.

はじめの頃は、左の子の方が高い！と考えることもがいるかもしれないが、このような状況について話し合うことで、子どもたちの知覚的・概念的な情報の混乱を解決し、構築し直すことができる。



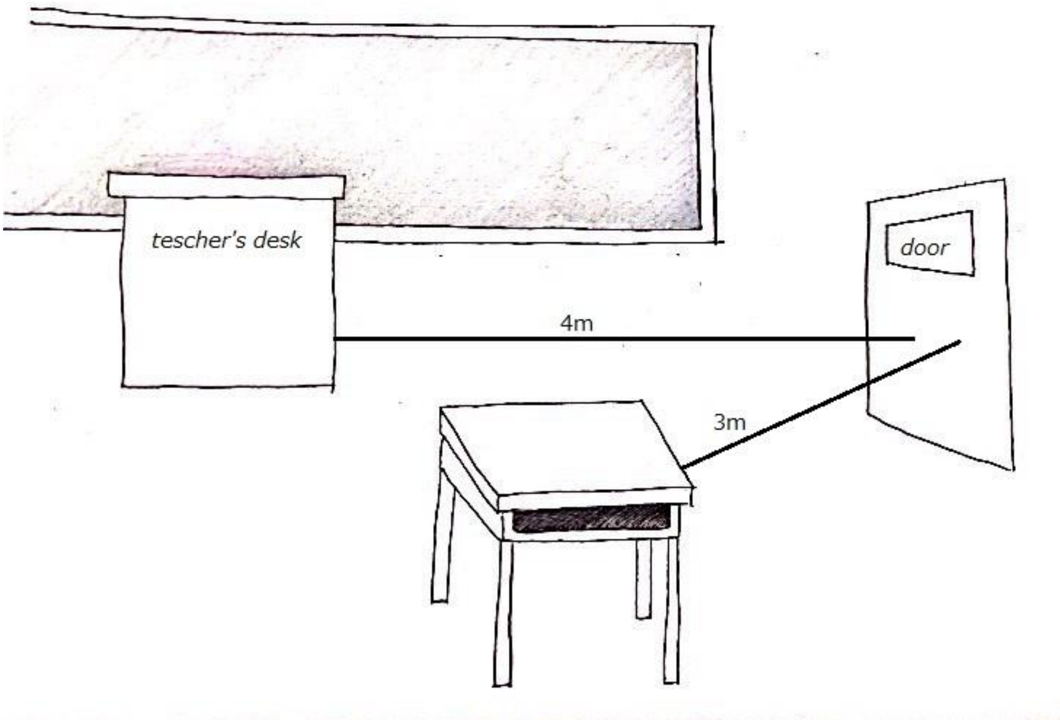
　When shown this figure and asked which is “the longest stick,” students may point to *A* because it “sticks out the farthest.” Similarly, they may recognize a 12-inch vertical line as “tall” and a 12-inch horizontal line as “long” but not recognize that the two are the same length.

A、B、C のどれが一番長いか尋ねたとき、一番上に先が出ている A

を選ぶ子どもがいるかもしれない。しかし、この場面でも話し合いをすることで、“一方のエンドポイントをそろえる”という直接比較の決まりを、実感を伴って理解することができる。

Indirect comparison

Once they can compare lengths of objects by direct comparison, they could compare several items to a single item, such as finding all the objects in the classroom the same length as (or longer than, or shorter than) their forearm.1.MD.1 Ideas of transitivity can then be discussed as they use a string to represent their forear's length. As another example, students can figure out that one path from the teachers' desk to the door is longer than another because the first path is longer than a length of string laid along the path, but the other path is shorter than that string.



直接比較を習得したあと、腕の長さなど、あるものを基準として様々なものを比べることができる。この推移のアイディアは、腕の長さの代わりに紐を使って表現することもできる。（上の図はその例）

先生の机からドアまでと、児童の机からドアまで、それぞれに紐を這わせ長さを比べることで、どちらの方がドアまでの距離が大きいかを判断する。

Physical unit

Second graders learn to measure length with a variety of tools, such as rulers, meter sticks, and measuring tapes.

Grade2 の子どもたちは、定規、メータースティック、測定テープなどの道具で長さを測定することを学習する。

Although this appears to some adults to be relatively simple, there are many conceptual and procedural issues to address.

これは大人にとっては簡単なことだが、理解するためには概念上・手続き上において多くの課題がある。

For example, students may begin counting at the numeral “1” on a ruler. The numerals on a ruler may signify to students when to start counting, rather than the amount of space that has already been covered.

例えば、子どもたちは定規の 1 という数字からカウントし始めるだろう。定規上の数字は、子どもがカウントを開始したとき、すでにスペースをカバーしているものの量としての意味を持つ。

It is vital that students learn that “one” represents the space from the beginning of the ruler to the hash mark, not the hash mark itself.

子どもたちが、定規上の数字自体だけを意識するのではなく、定規の先頭からの長さを表していることを学ぶことは、とても重要である。（定規の先頭から“1”までが 1cm という意味ではなく、“0”から測って 1cm であることを理解することが大切。）

Measure the length of an object by selecting and using appropriate tools such as rulers, yardsticks, meter sticks, and measuring tapes.

定規、ヤードスティック、メータースティック、メジャーテープなどから使う道具を選んで物の長さを測る。

学習指導要領『B 量と測定（長さ)』では、第 1 学年では、長さ・体積・面積の測定の基礎として、「直接比較→間接比較→任意単位測定」という住を追って学習が進められる。第 2 学年では、それまでの経験を踏まえて普遍単位による測定が始まる。この、「直接比較→間接比較→任意単位測定→普遍単位測定」の流れに沿って、具体的に述べていく。

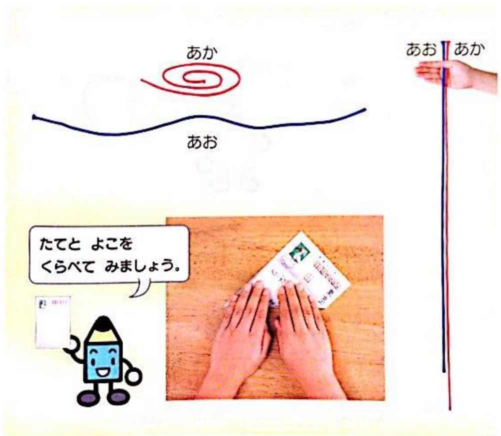
※本研究では長さの測定を検討する。

第 1 学年―第 2 学年『B 量と測定（長さ)』

直接比較

←2 本の鉛筆について、どちらが長いかを予測し、比べ方を考える。

2 本のひもや、はがきの縦と横について、どちらが長いか予測し、比べ方を考える。→



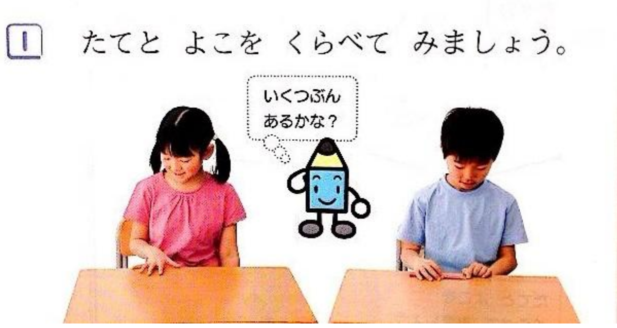
○「どちらが長いですか？」と具体物を示すことで、児童はすぐに予想をはじめる。それは、「はやく比べてみたい」という思いにつながる。「どうやって比べたらよいですか？」の問いに、「端をそろえればいいです。」「まっすぐにしないとだめです。」などの「比べ方のポイント」が児童の言葉として出てくることが予想される。

間接比較

←教卓を教室の入口から出す場合の、教卓と入口の長さのくらべ方を考える

○鉛筆やひも、はがきと異なり、並べたり、折ったり、曲げたりできない場合の比べ方を考えさせる。一方の長さを紙テープやひもでうつしとり、他方と比べれば容易ことに気づかせ、実際に比べさせる。児童の多くは、比べる対象が「自分の身長よりも長いかどうか」ということに興味を持つ。そこで、友達と協力しあって自分の身長と同じ長さの紙テープを切り取り、教室や廊下、校庭などにある色々なものの長さと自分の身長を比べる活動を行ってみるのもよい。

任意単位測定



←机の縦と横の長さの比べ方について考える。

釣った魚の長さ比べについて話し合う→

＊「〇〇のいくつ分」で表すことは、測定の基礎となる力である。数量化すると、どちらが長いか数の大きさですぐ分かったり、長さの差を計算できたりする。離れているもの、重ね合わせることができないものも比較できる。身の回りのものや手、指などを使って実際に長さ比べをするなかで、よさを味わわせ、身につけさせる。

また、この活動を通して、同じもので調べたものでなければ比べられないことに気づかせることが大切である。手や指、クリップ、一円玉など、単位になるものは色々あるが、共通した１つの単位があれば便利であることから、普遍単位の必要性に気づかせる。（いつでも、どこでも、だれもが使える単位として教えることで、必然性に気づかせ教え込みにならないように注意しなければならない。）

普遍単位測定

←釣った魚の長さを測る

〇長さを比べるには、基準にするものを同じにする必要があることを確認し、1cm 単位のものさしで測るとよいことを学習する。ものさしの使い方を正しくできるようにおさえておく。

以上のことから、CCSS と学習指導要領のどちらとも、檀家を踏んだ測定の学習構成となっていることが分かる。しかし、任意単位の扱い方については双方で違いがみられる。学習指導要領においては、任意単位による測定を取り入れ、身の回りのものの大きさを”単位”として数値化し、大きさの違いを表すことを経験させる。その際、比較するのは同じ単位で調べたもの同士でなければならないことに気づかせ、普遍単位の必要性を感じやすくさせる。このようにして、第 3 学年における普遍単位測定に、スムーズに適応することを期待している。

一方 CCSS では、測定の概念が未形成な子ども達にとって、任意単位による測定は混乱を招き、概念形成の邪魔をするものとして捉えられている。練習問題として、マッチ棒を用いた長さ比較の問題はみられたが、全体を通し任意単位の扱いは避けられている。

第5章の要約

　本章では、第3章・第4章で述べたConnection・結びつきを比較することで、類似点や相違点を明らかにした。

○『NF』と『A数と計算（分数)』
CCSSと学習指導要領のどちらとも、分数を学習する前に、素地となる力を養う学習内容が組み込まれていることが分かる。しかし、ここでみられる違いとして、CCSSではその学習が『G』や『MD』といった他の領域に位置づけられており、一つの単元として組み込まれている。一方学習指導要領では、『A数と計算』の領域内で、補助的な活動として位置づけられている。

○『MD』と『B量と測定（長さ)』
CCSSと学習指導要領のどちらとも、檀家を踏んだ測定の学習構成となっていることが分かる。しかし、任意単位の扱い方については双方で違いがみられる。学習指導要領においては、任意単位による測定を取り入れ、身の回りのものの大きさを”単位”として数値化し、大きさの違いを表すことを経験させる。その際、比較するのは同じ単位で調べたもの同士でなければならないことに気づかせ、普遍単位の必要性を感じやすくさせる。このようにして、第3学年における普遍単位測定に、スムーズに適応することを期待している。一方CCSSでは、測定の概念が未形成な子ども達にとって、任意単位による測定は混乱を招き、概念形成の邪魔をするものとして捉えられている。練習問題として、マッチ棒を用いた長さ比較の問題はみられたが、全体を通し任意単位の扱いは避けられている。

以上のことを踏まえて、次章では本研究の結論とともに、Connection・結びつきを意識した教育的示唆を行う。

第 6 章
本研究のまとめと残された課題

本章では、本研究のまとめと残された課題を述べる。
6.1 では、研究の目的に対する結論を述べる。
6.2 では、6.1 の結論から考えられる、教育的示唆を行う。
6.3 では、本研究において残された課題について述べる。

第 6 章　本研究のまとめと残された課題

6.1　本研究の結論

本研究の目的は、子どもたちの首尾一貫した理解を構築するため、算数の領域内・領域間でみられる学習の結びつきを分析することである。

分析方法としては、日本の算数教育とアメリカの統一カリキュラム（CCSS）を比較分析し、それぞれにみられる Connection や結びつきを明らかにしてきた。その結果として以下のことが言える。

―CCSS における Connection の特徴―

＊【K】CC.4（b）→【1】OA.6
＊【K】CC.6～7→【1】OA.1
＊【K】CC.4（c）→【K】OA.3
＊【K】OA.3～4
【K】NBT.1
【1】NBT.2（b）→【1】OA.6
＊【2】OA.3～4→Grade3 問題の表現と解決レベル 1～3
＊【2】OA.1→【4】OA.2
＊【5】NF.3～7（b）→【5】NBT.7
＊【2】G.3→【3】NF.1
＊【2】MD.3→【3】NF.3（d）

これは、第 3 章 3.2 で示した CCSS のカリキュラムにみられる Connection をまとめたものである。

※日本の『数と計算』にあたる領域は『CC』『OA』『NBT』『NF』で『G』は『図形』、『MD』は『量と測定』と対応している。

ここから読み取れるように、「CC→OA」、「NBT→OA」、「OA→OA」、「NF→NBT」は、数と計算の枠組みで考えると、同じ領域同士の Connection である。一方下の 2 つの Connection は「G→NF」、「MD→NF」となっており、他領域との Connection がみられた。

―学習指導要領における結びつきの特徴―

○数量や図形に関する基本的・基礎的な知識・技能は、生活や学習の基盤となるものである。また、科学技術の進展などの中で、理数教育の国際的な通用性が一層問われている。このため、数量や図形に関する基礎的･基本的な知識･技能の定着を図る観点から、<u>算数・数学の内容の系統性を重視しつつ、学年間や学校段階間で内容の一部を重複させて、発達や学年の段階に応じた反復（スパイラル）による教育課程を編成できるようにする</u>。

第二項では、知識・技能の確実な定着のため、発達や学年の段階に応じたスパイラルによる教育課程を編成することについてである。算数・数学には内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科としての特徴がある。そうした特性に留意しながら、学年間などで同じ系統の内容の接続を工夫し、取り扱いの程度を少しずつ高めていくような教育課程を編成できるようにしようとするものである。

これは、第 4 章 4.1 で示した、学習指導要領の記述である。
※下線は筆者が「結びつき」に関連があると考えた箇所

この記述から分かるように、学習指導要領では“算数・数学には内容の系統性や学習の連続性が明確であるという教科としての特徴がある”という考えのもと、学年間の学習内容の接続を重視していることがうかがえる。

本研究は、『A 数と計算（分数)』『B 量と測定（長さ)』の分析に焦点を絞ったため、他の領域との結びつきは見ることはできなかったが、この 2 つの領域においては、CCSS のような他領域との結びつきはみられなかった。

6.2　Connection・結びつきを意識した教育的示唆

本節では、これまで分析してきた Connection・結びつきを踏まえて、筆者の見解を述べる。

●『NF』『A 数と計算（分数)』に焦点を当てて
CCSS『NF』の領域でみられる他領域との Connection について、分数の基盤となる考え方を、前の学年の『G（図形)』や『MD（測定)』の領域で定着させることがねらいになっている。

学習指導要領では CCSS のような他領域との結びつきはみられなかった。『C 図形』では、図形の意味と性質について理解することに重点を置き、図形についての感覚を豊かにすることをねらいとしている。

確かに、分数を理解する上で“等分”や“単位のいくつ分”などの考え方はとても重要で、他領域で紙を折ったり切ったり、単位を用いた活動を積極的に取り入れることで、子どもたちの経験数も増し、より概念的な理解へつながるのではないかと考える。一方で『C 図形』では徹底的に図形について学習し、『A 数と計算（分数)』で初めて“分数”の概念を知る際に、徹底した図形への理解を当てはめるという考え方も、確実な定着につながるのではないかと考える。

●『MD』『B 量と測定（長さ)』に焦点を当てて
CCSS『MD』では、nonstandard units（任意単位）での測定は、子どもたちの成長を阻害してしまうとされ、直接比較・間接比較を経たあとは、standard units （普遍単位）での測定に切り替わっていく。

一方、学習指導要領『B 量と測定（長さ)』では、任意単位での測定はむしろ、普遍単位の必要性を見出すためには欠かせない存在であるかのように扱われている。

CCSS では、測定の手順や有用性を理解する前に任意単位を扱うことは、危険とされているが、筆者は、手順や有用性を理解する前にこそ、任意単位を用いる必要があると考える。なぜなら、現行の教科書の記述にもあるように、任意単位での測定を行い、「“いつでも、どこでも、だれもが使える単位”が必要だ！」と子どもたち自身が感じてこそ、測定の有用性を理解することができると考えるからだ。

6.3　残された課題

本研究では、CCSS と学習指導要領の比較検討を行うことで、前節で述べた見解が得られた。しかし、両者ともにメリットが考えられるものや、一方のみメリットが考えられるものなど、その基準が曖昧で妥当性が見られない。また、2 領域の分析で終わっているため、全領域の分析を行い、どの Connection・結びつきが有用であるのか、根拠とともに明らかにしていくことを今後の課題とする。

引用・参考文献

Common Core State Standards Initiative
http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20standards.pdf

高橋昭彦.（2012）.『米国における統一カリキュラムへの模索』.学芸大数学教育研究.第 25 号.pp.1 - 14.東京芸術大学数学科教育学研究室

NCTM（2000）.Principle and Standards for SCHOOL MATHEMATICS

文部科学省（2008）.小学校学習指導要領解説　算数編　東洋出版社

啓林館（2012）わくわく算数１、２上

■CCSS 学習内容詳細

『CC』『OA』『NBT』『NF』『MD』『G』の順で記載

Counting & Cardinality（数えることと個数）

<u>Kindergarten</u>

数の名前を知り、順番に数える

【K】CC.1：100 まで数を 1、10 ずつ数える。

【K】CC.2：ある数から反対に数えていく。

【K】CC.3：0 から 20 までの数を書く。書かれた 0 から 20 までの数で物の数を説明する。（0“ない”も含めて）

物の数を数える

【K】CC.4：数と量の関係を理解する。数えることを個数へ接続する。

（a）物の数を数えるとき、スタンダードな順で名前を言い、物の数に合った数字をみつけたり、数字に合った数のものを見つけたりする。

（b）物の数を数え終え終わった最後の数字は何かを理解する。
物の数は、その配列や数える順番が変わっても変化しない。

（c）連続したそれぞれの数名は 1 大きい数を表すことを理解する。

【K】CC.5：「いくつ？」の質問に答えるために数える。20 個の物をできるだけ多く一列や長方形や円上に並べたり、あるいは 10 個のものをできるだけ多くに点在させられたりしたものを見て、いくつあるか答える。数を数えるときは、1 から 20 までの数を使う。

数を比較する

【K】CC.6：グループ内の物の数が、他のグループ内の物の数より大きい・小さい・等しいかを識別する。（e.g.マッチングや数える方法を使う。）

【K】CC.7：書かれた 1～10 までの 2 つの数を比べる。

Operation & Algebraic thinking（演算と代数の考え）

<u>Kindergarten</u>

足すことと引くことを表現する

【K】OA.1：物、図形、スケッチ、音（e.g.手拍子）、状況の演技、口

頭試問、表現、数式によって、たし算やひき算を説明する。

【K】OA.2：たし算やひき算の文章題を解決し、10 以内の数で足したり引いたりする。

【K】OA.3：数を小さく分解したり、たして 10 になるペアを作ったりする。（e.g.具体物を用いたり絵を書いたりし、それぞれの分解を絵や式で記録する。）

【K】OA.4：与えられた数に 1～9 の数を足して 10 をつくる。

【K】OA.5：5 以内のたし算やひき算が流暢にできる。

Grade1

たし算やひき算の問題の説明、解決

【1】OA.3：たし算やひき算の方法として、演算を適用する。例えば、もしも 8+3=11 を知っていたら、もちろん 3+8=11 も分かる。（たし算の交換法則）2+6+4 のたし算では、終わりの 2 つの数を足すと 10 になる。だから、2+6+4=2+10=12（たし算の結合法則）

【1】OA.4：ひき算を、未知の（足す数が分からない）たし算の問題として理解する。例えば 10－8 は、8 に何を足せば 10 になるかを考えれば良い。

20 以内のたし算・ひき算

【1】OA.5：数えることと、たし算・ひき算を関係付ける。（e.g.2 をたすときは 2 でカウントする。）

【1】OA.6：20 以内のたし算・ひき算は、10 以内のたし算・ひき算の流暢さを実証する。頼りになる方法として、次のような演算法を用いる。10 をつくる（e.g.8+6=8+2+4=10+4=14）10 につながる数を分解する（e.g.13－4=13－3－1=10－1=9）たし算とひき算の関係性を使う。（e.g.8+4=12 が分かれば 12－8=4 も分かる）そして等しい数をつくる。これは簡単なものや知っている数を用いる。（e.g.6+7 を知っている計算 6+6+1=12+1=13 を使って解く）

たし算やひき算の等式

【1】OA.7：=の意味を理解し、たし算やひき算を含む等式が正しいか正しくないかを判断する。例えば、どれが正しくてどれが

間違いですか？6=6、7=8－1、5+2=2+5、4+1=5+2

【1】OA.8：たし算やひき算において、分からない数を 3 つの全数の関係性によって判断する。例えば、それぞれの等式を正しくするには、どんな数を入れたらよいか判断する。8+？=11、5=？－3、6+6=？

Grade2

たし算やひき算の問題の説明、解決

【2】OA.1：もらう、一緒に入れる、分ける、比較するなど、未知数を使った、1 または 2 段階のたし算の文章題を解決するために、100 以内の数のたし算・ひき算をする。（e.g.具体物を用いたり、絵を書いたり、分からない数に記号を使い式で表す。）

20 以内のたし算・ひき算

【2】OA.3：0 以内のたし算やひき算を頭の中で流暢に行う。2 年生の終わりには、2 つの 1 桁の数を足した数が記憶されている。

同じ数のかたまりを使う活動（かけ算の基礎）

【2】OA.3：20 以上の具体物の集まりから、奇数グループであるか偶数グループであるか判断する。（e.g.対合させたり、2 ずつ数を数えたりする。偶数を、2 を足した数として表すために式を書く）

【2】OA.4：最大で縦 5 つ横 5 つの長方形型に並べられた物の数の合計を求めるために、たし算を使う。

Grade3

かけ算とわり算の問題の説明、解決

【3】OA.1：全数の成り立ちを理解する。e.g.5×7 を、5 つのグループそれぞれに 7 個の物があり、その合計であると考える。例えば。物の数の合計が 5×7 で表せるような状況を描写する。

【3】OA.2：全数の商を理解する。e.g.56÷8 について、56 個の物を 8 個ずつ均等に分けるといくつに分けられるかを理解する。例えば、分け前の数あるいはグループの数が 56÷8 で表せるような状況を描写する。

【3】OA.3：100 以内のかけ算やわり算を使って、等しいグループや

配列、測定量などを含む場面の文章題を解決する。e.g.課題を表すために分からない数に記号を用いて、図や式を活用する。

【3】OA.4：かけ算やわり算において、分からない数を 3 つの残数の関係性によって判断する。例えば、等式を成り立たせるためには？8×？=48、5=？÷3、6×6=？

かけ算の特性、かけ算とわり算の関係性

【3】OA.5：演算の特性を掛け算やわり算に適用する。例えば、もし 6×4=24 を知っていれば、4×6=24 も知っている。（交換法則）3×5×2 を、3×5=15 によって 15×2=30 とするか、5×2=10 によって 3×10=30 とする。（結合法則）8×5=40 と 8×2=16 を知っていれば、8×7 について 8×(5+2)=(8×5)+(8×2)－40+16－56 だと分かる（分配法則）

【3】OA.6：分からない数の問題として割り算を理解する。例えば、32×8 は 8 を掛けて 32 になる数を見つける。

100 以内のかけ算、わり算

【3】OA.7：掛け算とわり算の関係性を利用したり（e.g.8×5=40 を知っていれば、40÷5 も分かる）、演算の性質を利用したりして、100 以内のかけ算やわり算を流暢に解く。3 年生の終わりには、2 つの 1 桁の数からできるものを記憶している。

四則演算を含む問題

【3】OA.8：4 つの演算法を使った、2 段階の文章題を解決する。分からない数に文字を用い、等式を使った問題を表す。頭の中での計算や大体の見積もりを基に、答えの妥当性を判断する。

【3】OA.9：算術のパターンを識別し（足し算の表やひき算の表を含む）演算の性質を使ってそれらを説明する。例えば、4 の倍数が常に偶数であることが分かり、どうして 4 の倍数が 2 つの等しい数に分けられるのか説明する。

<u>Grade4</u>

四則演算を含む問題

【4】OA.1：かけ算の式を比較して解釈する。e.g.35=5×7 について、

35 は 7 の 5 倍あるいは 5 の 7 倍として考える。かけ算の比較について、かけ算の相互関係として言葉で説明する。

【4】OA.2：かけ算の比較を含んだ、掛けたり割ったりする文章題を解決する。e.g.問題を表すために、分からない数に文字を使い、図や式で考える。足し算の意味の比較から、かけ算の式を比較する。

【4】OA.3：4 つの演算を用いる、段階を踏んだ全数の文章題を解決する。余りのある問題も含む。分からない数に文字を使った、問題を式で表す。頭の中での解散や大体の見積もりを基に、答えの妥当性を判断する。

因数や倍数になれる

【4】OA.4：1～100 までの全数の因数の組み合わせを見つける。全数はそれぞれの因数を掛けたものであると理解する。与えられた 1～100 までの全数が、与えられた 1～100 までの数が、素数であるか合成数であるかを判断する。

生成、パターンを分析する

【4】OA.5：ルールに従って数や形を作る。ルール自体では明確でなかった、パターンの特徴を確かめる。例えば、1 から始めて 3 つずつ足していくというルールが与えられると、連続した計算結果を並べ、その条件が奇数と偶数を交互に表示することを表していることを確かめる。

<u>Grade5</u>

数式を書いて説明する

【5】OA.1：数式の中でカッコ“”（　）{　} を使い、これらの記号によって数式を見極める。

【5】OA.2：数の見積の簡単な式を書くことで、数値を求めることなく数式を解釈する。例えば、“8 と 7 を足し、それに 2 をかける”という問に対する見積として、2×(8+7)と表したり、3×(18932+921)は 18932+921 の 3 倍と同じ大きさだと認識したりする。指示された和や積を計算することなく。

パターン分析、関係分析

【5】OA.3：与えられた 2 つのルールを使って、2 数のパターンを生成する。対応する頁の明瞭な関係性を識別する。例えば、“0 から始めて 3 ずつ足していく”というルール、そして“0 から始めて 6 ずつ足していくというルール”が与えられると、結果の連続性の中に頁が生成され、1 つの頁がもう 1 つの頁の 2 倍になっていることが分かる。なぜそうなるのかを簡単に説明する。

Number & Operation in Base Ten（10 を基にした数と演算）

Kindergarten

11～19 までの数で活動（位取りの基礎を得るため）

【K】NBT.1：11～19 までの数を構成したり、10 といくつかに分解したりする。e.g.具体物を使ったり図を書いたり、それぞれの構成や分解を図や式で記録する。これらの数は、10 のかたまりと、1、2、3、4、5、6、7、8、9、が合わさって構成されていると理解できる。

Grade1

数える数の範囲を広げる

【1】NBT.1：120 より小さい数のどこから始めても 120 まで数えられる。この範囲内で数字を読み、下記、物の数を数字で書き直す。

位についての理解

【1】NBT.2：2 桁の数は 10 の数と 1 の数の和に相当することが理解できる。特別なケースとして次のことを理解している。

（a）10 は“10”のかたまり 1 つで 10 と呼ばれていることがある。

（b）11～19 は 10 と 1、2、3、4、5、6、7、8、9、で構成されている。

（c）10、20、30、40、50、60、70、80、90 は、1、2、3、4、5、6、7、8、9、基にしている。（1 の位に 0 をつける）

【1】NBT.310 の位や 1 の位の意味を基にして、2 桁の数を比較し、＞、＝、＜の記号を用いて結果を記録する。

位についての理解とたし算、ひき算の特性の利用

【1】NBT.4：2 桁+1 桁、2 桁+10 の倍数を含む、100 以内のたし算を行う。具体物や図を用いたり、位の考えを基にしたり、演算の特性やたし算とひき算の関係性に注目する。2 桁の足し算は、10 の位と 10 の位を、1 の位と 1 の位を足すと良いことを理解し、時々それは、10 を構成することが大切である。

【1】NBT.5：2 桁の数が与えられると、数えることなしに頭の中でその数が 10 よりも大きいか小さいか分かり、そう思った理由を説明する。

【1】NBT.6：10～90 までの、10 の倍数―10 の倍数のひき算をする。（差は正または 0）具体物や図形を用いたり、位の考えを基にしたり、演算の特性やたし算とひき算の関係性に注目する。

<u>Grade2</u>

位についての理解

【2】NBT.1：100、10、1 の量を表す 3 つの位について理解する。e.g.706 は 100 が 7 個と 10 が 0 個、1 が 6 個と同じ数。特別なケースとして次のことを理解する。

（a）100 は 10 の束が 10 個で“100”と言われることがある。

（b）100、200、300、400、500、600、700、800、900、は 1、2、3、4、5、6、7、8、9 を基にしている。

【2】NBT.2：1000 まで数える。5、10 ずつ、100 ずつスキップして数える。

【2】NBT.3：10 を基にした数や、数の名前、拡張された形で 1000 までの数を読んだり書いたりする。

【2】NBT.4：2 つの 3 桁の数を、1 の位 10 の位 100 の位 1000 の位の意味を基に比較する。結果を記録するために、＞、＝、＜の記号を用いる。

位についての理解やたし算、ひき算の特性の利用

【2】NBT.5：位についての考え、演算の特性、たし算とひき算の関係性を使って流暢に 100 以内のたし算・ひき算を行う。

【2】NBT.6：位についての考えや演算の特性を使って、4 つの 2 桁の数を足す。

【2】NBT.7：1000 以内のたし算・ひき算を行う。具体物や図を用い

たり、位の考えを基にしたり、演算の特性やたし算とひき算の関係性に注目する。3 桁の数のたし算やひき算は 1000 の位と 100 の位を、10 の位と 10 の位、1 の位と 1 の位を足したり引いたりすればよい。そして時々、10 の位 100 の位に構成・分解する必要がある。

【2】NBT.8：与えられた 100～900 の数に頭の中で 10 や 100 を足したり、100～900 の数から頭の中で 10 や 100 を引いたりする。

【2】NBT.9：位についての考えや演算の特性を使った、たし算やひき算について説明する。

Grade3

多桁の数の演算（位のついての理解）（演算の特性の利用）

【3】NBT.1：位についての理解を使って、10 の位や 100 の位で四捨五入する。

【3】NBT.2：位の考えを基にした演算手順、演算の特性やたし算とひき算の関係性を使って、1000 以内のたし算・ひき算を流暢にする。

【3】NBT.3：位についての考えや演算の特性を使って、1 桁の全数と 10～90 の 10 の倍数のかけ算をする。（e.g.9×80、5×60）

Grade4

多桁の数の演算（位についての理解の一般化）

【4】NBT.1：多桁の全数で、ある位の数の 10 倍が右の位では何を表すのか分かる。例えば、位の概念とわり算をつかって 700÷70=10 と分かる。

【4】NBT.2：10 を基にした数や、数の名前、拡張された形で多桁の全数を読んだり書いたりする。それぞれの位の桁の表す意味を基に、2 つの多桁の全数を比較する。結果を記録するために、＞、=、＜の記号を用いる。

【4】NBT.3：多桁の全数をあらゆる場所で四捨五入するために、位について理解を用いる。

多桁の数の演算（位についての理解）（演算の特性の利用）

【4】NBT.4：標準の演算手順で多桁のたし算やひき算を流暢に行う。

【4】NBT.5：位についての考えと演算の特性を利用して、1 位数×1

～4 位数をしたり、2 位数×2 位数をしたりする。例示し、方程式、矩形アレイ、領域モデルを使って計算を説明する。

【4】NBT.6：位についての考えや、演算の特性、かけ算とわり算の関係性を使って、4 位数の数÷1 位数の数をし、全数の商と余りを求める。例示し、方程式、矩形アレイ、領域モデルを使って計算を説明する。

Grade5

位の仕組みの理解

【5】NBT.1：多桁の全数は、10 倍するとその右側に表し、1/10 にするとその左側に表す。

【5】NBT.2：10 のべき乗により数を乗じた時に現れた 0 について説明し、10 のべき乗によって小数がかけられたり割られたりしたときの、小数点の配置について説明する。べき乗を表すために、全体数の指標を使う。

【5】NBT.3：読んだり書いたり、小数と 1/1000 を比較したりする。

（a）10 を基にした数や、数の名前、拡張された形を使って、1/1000 の小数を読んだり書いたりする。E.g.347,392=3×100+4×10+7×1+3×(1/100)+9×(1/100)+2(1/100)

（b）それぞれの位の意味をもとにして、2 つの 1/1000 の小数を比較する。けっかを記録するために、＞、＝、＜の記号を用いる。

【5】NBT.4：小数をあらゆる位で四捨五入するために、位についての理解を用いる。

多桁の数と 1/100 の小数を使う

【5】NBT.5：標準の演算手順を用いて多桁の全数のかけ算を流暢に行う。

【5】NBT.6：位の考えを基にした演算、演算の特性やかけ算とわり算の関係性を使って、最大 4 桁の全数÷最大 2 桁の全数のわり算を行う。例示し、方程式、矩形アレイ、領域モデルを使って計算をする。

【5】NBT.7：1/100 の小数の、たし算・ひき算・かけ算・わり算は、具体物や図を用いたり、位の考えを基にしたり、演算の特性やたし算とひき算の関係性に注目する。

Number & Operations—Fractions（分数の数と演算）

<u>Grade3</u>

分数の理解を深める

【3】NF.1：1/b という分数を、全体を b 等分したうちの 1 つ分として理解する。a/b という分数を、1/b を基にしている量だということを理解する。

【3】NF.2：分数を数直線上の数として理解する。分数を数直線の図を用いて説明する。

（a）1/b という分数について、0～1 までの間隔を b 個に等分することで、数直線上で説明する。それぞれの間隔が 1/b の大きさを持っており、0 を基準とした 1 つめのエンドポイントが 1/b を表す、ということを理解する。

（b）0 から 1/b ごとに区切ることで、数直線上で a/b を説明する。結果として得た間隔は a/b の大きさを表し、そのエンドポイントが a/b を示すことを理解する。

【3】NF.3：特殊なケースとして分数の同値について説明し、間隔を基に分数を比較する。

（a）2 つの分数が、間隔が同じ・数直線上で同じポイントを示すのであれば、それらは等しいことを理解する。

（b）簡単な同値分数を、認識して生成する。e.g.1/2＝2/4、4/6=2/3 がどうして同値になるのかを説明する。e.g.視覚的な分数モデルを用いて説明する。

（c）全数を分数として表し、全数と同値な分数を理解する。例えば、3=3/1 と表したり、6/1=6 を理解したり、4/4 と 1 は数直線上で同じポイントを示すことを理解したりする。

（d）分数の間隔を基に、分子の同じ分数や分母の同じ分数を比較する。（2 つ）この比較は、2 つの分数が同じ全体を有する場合のみ適応できることを認識する。比較結果を記録するため、＞、＝、＜の記号を用いて、結論を正当化する。e.g.視覚的な分数モデルを使って。

<u>Grade4</u>

同値な分数や配列についての理解の拡張

【4】NF.1：なぜ a/b が(n×a)(n×b)と同値なのか、視覚的な分数モデルを用いて説明する。たとえ 2 つの分数が同じ全体を表すも

のであっても、どうして各パーツの数字や間隔が異なるのかについて、注意しながら説明する。同値な分数を認識し、生成するために、この原理を用いる。

【4】NF.2 分母や分子の異なる 2 つの分数を比較する。e.g.分子や分母をそろえたり、1/2 のようなベンチマーク（基準）と比較したりする。比較は、2 つの分数が同じ全体を有する場合のみ適応できることを認識する。比較結果を記録するために、＞、＝、＜の記号を用いて、結論を正当化する。e.g.視覚的な分数モデルを使って。

分数の構築

【4】NF.3：a>1 のとき、a/b を 1/b の和として理解する。

（a）同じ全体を示すものを結合したり分離したりして、分数のたし算・ひき算を行う。

（b）分数を、分母の同じ分数の和として、様々なやり方で分解し、それぞれの分解を方程式で記録する。e.g.視覚的な分数モデルを用いて分解を正当化する。例えば、3/8=1/8+1/8+1/8、3/8=1/8+2/8、2（と）1/8=1+1+1/8=8/8+8/8+1/8

（c）同じ全体を有し、同じ分母の分数を使った文章題を解決する。e.g.帯分数を同値な分数に置き換え、演算の特性やたし算とひき算の関係性を用いる。

（d）同じ全体を有し、同じ分母の分数を使った文章題を解決する。e.g.視覚的な分数モデルを用いたり、問題を表すために方程式を使ったりする。

【4】NF.4：全数×分数のかけ算をするために、かけ算についての理解を適応・拡張する。

（a）a/b は 1/b の倍数であることを理解する。例えば、分数モデルを使って 5/4 を 5×(1/4)と表し、5/4=5×(1/4)という式で記録する。

（b）a/b の倍数を 1/b の倍数として理解し、全数×分数のかけ算を行うためにこの理解を用いる。例えば、視覚的な分数モデルを使って 3×(2/5)を 6×(1/5)と表し、これを 6×(1/5)として捉える。（一般的には、n×(a/b)=(n×a)/b）

（c） 全数による分数のかけ算を使う文章題を解決する。e.g.問題を表すために、視覚的な分数モデルや方程式を使う。例えば、

パーティーでそれぞれの人が 1 ポンドのローストビーフの3/8を食べるとする。パーティーに5人のお客さんがいると、何ポンドのローストビーフが必要ですか？あなたの答えは、どの 2 つの全数の間に位置しますか？

分数の十進記数法の理解・小数比較

【4】NF.5：分母が 10 の分数を同値になるように
分母を 100 にして表す。そして、このテクニックを　使って分母が 10 や 100 の 2 つの分数のたし算をする。例えば、3/10を 30/100 として表し、3/10+4/100－34/100 の計算をする。

【4】NF.6：小数を分母が 10 や 100 の分数として表す。例えば、0.62を 62/100 と表す。0.62m の長さを示すときや、数直線上で0.62 の一を示すときに使う。

【4】NF.7：2 つの 1/100 の小数を、それらの大きさについての推論を基に比較する。この比較は、2 つの分数が同じ全体を有するために、＞、＝、＜の記号を用いて、結論を正当化する。e.g.視覚的な分数モデルを使って。

<u>Grade5</u>

分数のたし算・ひき算（同値な分数を使って）

【5】NF.1：与えられた分数を同値な分数に置き換えて、分母の異なる（帯分数を含む）分数のたし算やひき算をする。例えば、
2/3+5/4=8/12+1 15/12=23/12
一般的には、a/b+c/d=(ab+bc)/bd）

【5】NF.2：同じ全体を有する分数の（分母の違う分数を含む）たし算やひき算の、文章題を解決する。問題を表すために、視覚的な分数モデルや方程式を使う。答えを頭の中で見積もったり、答えの妥当性を判断したりするために、基準となる分数（ベンチマーク）や分数における数感覚を使う。例えば、3/7<1/2 と気がつくと、2/5+1/2=3/7 が間違いであることがすぐに分かる。

かけ算、わり算の理解の適用、拡張

【5】NF.3：分数は分子を分母で割ったものとして解釈する。（a/b=÷b）分数または帯分数の形で全数のわり算の計算を含む文章

題を解決する。e.g.問題を表すために、視覚的な分数モデルや方程式を使う。例えば、3/4 について 3 を 4 で割った数として解釈し、3/4 に 4 をかけると 3 になる。そして、全体が 3 のものを 4 人で分ける場合、1 人あたり 3/4 の大きさに分けられる。もしも、50 ポンドのお米の袋を 9 年で同じ両ずつ分けるとしたら、それぞれ何ポンド払えばよいですか？

【5】NF.4：分数×全数・分数×分数をするために、かけ算についての理解を適用・拡張する。

（a）(a/b)×q について q を b 等分したいくつ分かとして解釈する。A×b÷q の計算順と同値になる。例えば、分数モデルを用いて(2/3)×4＝8/3 と表し、この方程式に合った物語を作る。(2/3)×(4/5)=8/15 と同じことをやる。

（b） 分数の辺をもつ長方形について、その分数に適切な単位正方形を敷き詰めることで、長方形の面積を調べる。そして、辺の長さをかけあわせた時の答えと等しくなることを示す。長方形の面積を求めるために、分数の辺の長さをかけ合わせ、長方形の面積として分数の生成物を説明する。

【5】NF.5：かけ算を拡大・縮小として解釈する。

（a） かけ算を行うことなく、要因の大きさから判断して、物の大きさを比較する。

（b） なぜ、与えられた数に 1 より大きい分数をかけると、下の数より大きくなるのか理由を説明する。（同じようなケースとして、1 より大きい全数のかけ算を認識する。）なせ、与えられた数に 1 より小さい分数を×と、下の数より小さくなるのか理由を説明する。そして、分数の同値の原理 a/b=(n×a)/(n×b)や a/b に 1 をかけるかけ算の効果と関連付ける。

【5】NF.6：分数・たぶん数を含む文章題を解決する。問題を表すために、視覚的な分数モデルや方程式を用いる。

【5】NF.7：分数÷全数、全数÷分数をするために、以前のわり算についての理解を適用し拡張する。

（a）分数÷全数を解釈し、商を求める。例えば、(1/3)÷4 となる物語を作り、商を表すために視覚的な分数モデルを使う。かけざんとわり算の関係性を用いて次のように考える。(1/3)÷4＝1/12 なぜなら(1/12)×＝1/3 だから。

（b） 全数÷分数を解釈し、商を求める。例えば、4÷(1/15)となる

物語をつくり、商を表すために視覚的な分数モデルを使う。かけざんとわり算の関係性を用いて次のように考える。4÷(1/15)=20 なぜなら 20×(1/5)=4 だから。

(c) 分数÷全数や全数÷分数を含む文章題を解決する。問題を表すために、視覚的な分数モデルや方程式を用いる。例えば、1/2 ポンドのチョコレートを 3 人で均等に分けると一人何ポンドもらえますか？レーズンが 2 カップあるとすると、1/3 カップはいくつつくれますか？

Measurement & Data（測定とデータ）

Kindergarten

測定可能な属性を書いたり比べたりする

【K】MD.1：長さや重さなど、測定可能な物の属性を記述する。1 つの物に対していくつかの測定可能な属性を記述する。

【K】MA.2：ある属性において、どちらが多いか少ないかを見るため、また違いを表すために、共通の測定可能な属性を基に 2 つの物を直接比較する。例えば、2 人の子どもの背の高さを直接比較し、どちらが高いか・低いかを調べる。

物を分類し、それぞれのカテゴリでものを数える。

【K】MD.3：与えられたカテゴリに基づいて物を分類する。それぞれのカテゴリで数え、カウントによってカテゴリを並べ替える（多い順、少ない順）

Grade1

長さを間接的に、または、長さの単位を反復することで測る

【1】MD.1：3 つの物を長さによって並べる。2 つの物を比べるときに 3 つめの物を使って間接的に比較する。

【1】MD.2：長さの短い方の複製のコピーを敷き詰めることで、長さの単位の全数として物の長さを表現する。物の長さの測定は、同じ大きさの単位を隙間なく重なりなく並べた時の、単位の数を調べることとして理解する。

時間を伝え、書く

【1】MD.3：アナログ時計、デジタル時計を使って、何時または何半かを伝え、書く。

データを表し解釈する

【1】MD.3：3 つのカテゴリからなるデータをまとめ、表し、解釈する。データポイントの合計を尋ねたり、質問に答えたりする。“それぞれのカテゴリにはいくつある？”“他のカテゴリと比べていくつ多い？少ない？” など。

<u>Grade2</u>

標準単位で長さを測ったり見積もったりする

【2】MD.1：定規、ヤードスティック、メータースティック、メジャーテープなどから、使う道具を選び、物の長さを測る。

【2】MD.2：異なる長さの単位を用いて、物の長さを 2 回測る。測定値と選んだ長さの単位はどのように関係するのか表す。

【2】MD.3：インチ、フィート、センチメートル、メートルの単位を用いて長さの見積もりをする。

【2】MD.4：あるものが他のものよりどれだけ長いかを確認するために長さを測る。長さの違いを標準単位で表す。

たし算・ひき算と長さを関連付ける

【2】MD.5：単位のそろった、長さを含む文章題を解決するために、100 以内の数のたし算・ひき算を使う。例えば、問題を表すために、定規の絵を書いたりわからない数にシンボルを用いた方程式を書いたりする。

【2】MD.6：全数を、等間隔に 0、1、2 のポイントがある数直線上における、0 からの長さとして表現し、全数や和や差（100 以内）を数直線上で表す。

時間・お金を用いた活動をする

【2】MD.7：アナログやデジ当たる時計を使って時刻を伝えたり書いたりする。

【2】MD.8：ドル、クオーター（25 セント）、ダイム（10 セント）、ニッケル（5 セント）、ペニー（1 セント）を含む文章題を、＄や￠のシンボル記号を用いて表し、解決する。例えば、も

しあなたが 2 ダイム（20 セント）と 3 ペニー（3 セント）持っていたら、全部で何セント持っていることになりますか？

データを表し、解釈する

【2】MD.9：最も近い全数の単位で様々な物の長さを測る。または同じ長さの複製の物を使って測り、測定データをまとめる。折れ線グラフを書き、測定値を表したり、whole-number unit において水平にマークされているところを表したりする。

【2】MD.10：4 つのカテゴリからなるデータを表すために、絵のグラフや棒グラフを書いたりする。棒グラフから読み取れる、簡単な問題（合わせる、分解する、分ける）

<u>Grade3</u>

測定と見積もりを含む問題を解決する

【3】MD.1：最も近い時間の感覚を伝えたり書いたりする。時間間隔のたし算・ひき算を含む文章題を解決する。例えば、問題を数直線上に表す。

【3】MD.2：標準的な単位（g）（kg）（l）を使って、液体の体積や物体の質量を測ったり見積もったりする。たし算・ひき算・かけ算・わり算の 1 段階の文章題で、体積や質量を求める問題を解決する。例えば、測定尺度の breaker のような絵を書いて問題を表す。

データを表し、解釈する

【3】MD.3：様々な数のカテゴリからなるデータを表すために、スケールを表す絵グラフや棒グラフを書く。棒グラフの情報を読み取り、“いくつ多い？”“いくつ少ない？”の 1、2 段階の文章題を解決する。例えば、5 匹のペットを表す正方形を用いて棒グラフを書く。

【3】MD.4：定規を使って長さを測り、水平な位置でマークされているものを調べる。

図形の測定：面積の概念と、面積とかけ算・たし算の関係を理解する

【3】MD.5：面積を平面図形の属性として認識し、面積測定の概念を理解する。

（a）単位正方形と呼ばれる 1 辺 1 の正方形は、面積の 1 単位と考え、面積測定に使うことができる。

（b）n 個の単位正方形を、隙間なく敷き詰められた平面図形は、n 個の他に正方形の面積を有すると言われる。

【3】MD.6：単位正方形の数を数え、面積を測定する。

【3】MD.7：面積をかけ算やたし算に関係付いる。

（a）サイドの長さに敷き詰めることで長方形の面積を調べる。そして、それは再度の数を用いたかけ算で求める値と等しいことを表す。

（b）現実の世界と数学的な問題における、長方形の面積を、サイドの長さのかけ算で求める

（c）2 辺 a と b+c の長方形の面積を(a×b)+(a×c)で求めるように、具体的な場面にタイリングを用いて実際に表す。

（d）面積を additive として認識する。直線図形を、重なり合わない長方形に分解し、その長方形をたすことで面積を求める。この方法を現実世界の問題にも適応する。

図形の測定：周囲の長さが分かる

【3】MD.8：多角形の周囲の長さを含む現実世界の問題や数学的問題、サイドの長さから周囲の長さを求める問題を解決する。そして、周囲の長さが等しいが麺性が異なる図形や面積は等しいが周囲の長さは異なる図形を示す。

<u>Grade4</u>

測定と測定結果の変換を含む問題を解決する

【4】MD.1：km、m、cm；kg、g、：lb、oz；l、ml；hr、min、sec を含む一つのシステムないにおける長さの単位の、相対的な大きさが分かる。単位システム内で、小さい単位で大きい単位での測定結果を表す。2 列の表を使って、同値な測定値を表す。例えば、1ft は 1in の 12 倍の長さに等しい。4ft の蛇を 48in と表す。Ft と in の変換対応ペアをリストで表す。

【4】MD.2：距離、時間の間隔、液体の体積、物の質量、お金が関わる文章題で、簡単な分数・小数の計算や、大きい単位の測定値を小さい単位で表す活動が含まれる問題を解決する。測定尺度を備えている数直線などの図を用いて、測定量を表現す

る。

データを表現し、解釈する

【4】MD.4：折れ線グラフは、分数の測定値を表示する。（1/2、1/4、1/8）折れ線グラフから読み取れる情報を使って、たし算・ひき算・かけ算を含む問題を解決する。たとえば、折れ線グラフから、昆虫の標本の最長・最短の差を見つけて解釈する。

図形の測定：角度の概念と、角度の測定を理解する

【4】MD.5：角度を、2 直線が共通の終点を有する場所にできる図形として認識する。そして、角度の測定の概念を理解する。

（a）角度は 2 直線の共通の終点を中心とする円によって測定される。（2 直線と円との交わりによってできる、弧の割合を考慮して）円の 1/360 にあたる角度が 1 度と呼ばれ、角度の測定のときに使うことができる。

（b）1 度が n 個ある角度は、n 度の角度をもっているという。

【4】MD.6：分度器を使って全数の範囲の角度を重複なしに分解したとき、角度全体の大きさは分解された角度の和に等しい。現実世界や数学的な問題において、図形の角度を求めるためにたし算やひき算の問題を解決する。Ex.わからない角度に記号を用いて、方程式を使う。

<u>Grade5</u>

与えられた測定システム内で測定単位の変換を行う

【5】MD.1：与えられた測定システム内で、異なる単位へ変換する。（例えば、5cm を 0.05m に変換する）そして、この変換を多段階の現実世界の問題を解決するに使う。

データを表現し、解釈する

【5】MD.2：測定結果の端数（1/2、1/4、1/8）を表すために、折れ線グラフを書く。折れ線グラフから情報を読み取る活動を含む問題を解決するために、この学年では分数の演算を使う。たとえば、同じビーカー内の液体について、異なる測定方法を考えると、ビーカーの液体が均等に分けられた場合はそれぞれの量を知ることで全体の量を見つけることができる。

図形の測定：体積の概念を理解する

【5】MD.3：体積を立体図形の属性で認識し、体積の測定について理解する。

（a）一辺が1の立方体は単位立方体と呼ばれ、1立方単位の体積を持っているという。そして、これは体積の測定に用いることができる。

（b）n個の単位立方体を、すき間や重なりなく用いてできる立体図形はn立法の体積を持っていると言われる。

【5】MD.4：立方センチメートル、立方インチ、立方フィート、などの単位立方体を数えて体積を測定する。

【5】MD.5：体積とかけ算・たし算の演算と関連付け、体積を含む現実世界の問題や数学的問題を測定する。

（a） 単位立方体を用いて長方形の辺の長さを知り、直方体の体積を求める。そして、その体積が、辺の長さをかけ合せて求めた体積や、底面積に高さをかけて求めた体積と等しいことを示す。

（b） 現実世界や数学的問題における、全数の範囲の辺を持った四角柱の体積を求めるために$V=l\times w\times h$や$V=b\times h$の公式に当てはめる。

（c）体積をたし算として認識する。2つの重なり合わない直方体で構成された、立体図形の体積をたし算によって見つけ、この方法を現実世界の問題を解決すると気に当てはめる。

Geometry（幾何学、図形）

Kindergarten

図形を識別したり描いたりする

【K】G.1：図形の名前を使う状況で物を描いたり、図形の上、下、横、前、隣、における条件を書き表したりする。

【K】G.2：図形の向きや大きさに関わらず、図形の名前を正しく言う。

【K】G.3：2次元、3次元の世界で図形を識別する。

図形の分析、比較、作成、構成する

【K】G.4：向きや大きさの異なる2・3次元の図形を、分析したり、比較したりし、それらの類似性、相違点、パーツや他の属性

を記述するために、非公式的な言葉を用いる。

【K】G.5：世界の図形モデルは、構成要素や描画によってできている。

【K】G.6：大きな形をつくるために、単純な形を構成する。例えば、“あなたは長方形をつくるために、2 つの三角形の側面を完全に触れさせて結合することはできますか？”

Grade1

形とその属性を持つ理由

【1】G.1：定義される属性（ex.三角形は 3 辺が閉じている。）と、定義されない属性（ex.色、向き、全体の大きさ）を区別する。定義される属性を有する図形を構築し描く。

【1】G.2：合成形状を作ったり、またその形状から新たに形状を作ったりするために、2 次元の図形（長方形、正方形、台形、三角形、半円、1/4 円）や 3 次元の図形（ex.立方体、直方体、円錐、円柱）を構築する。

【1】G.3：円や長方形を 2 つや 3 つに等分し、halve、fourths、quarters の言葉や、half of、fourth of、quarter of のフレーズを使ってその形を表す。図形の全体を等分された 2 つ分、4 つ分として記述する。より細かく等分する例を理解する。

Grade2

形とその属性を持つ理由

【2】G.1：角の数や同じ面の数など、指定された属性を持つ形を認識し描く。三角形、四角形、五角形、六角形、立方体を識別する。

【2】G.2：長方形を、同じ大きさの正方形の行と列に分け、その正方形の全体数を知るために教える。

【2】G.3：円や長方形を 2・3・4 等分、halves、thirds、half of、a third of などの言葉を使ってその図形を表したり、等分した 2 つ分・4 つ分を全体として記述したりする。同じ全体を色々な数で等分したものは、同じ形を持たないことを理解する。

Grade3

形とその属性を持つ理由

【3】G.1：さまざまなカテゴリ（ex.ひし形、長方形、その他）の形は、同じ属性（ex.4 辺を持つ）を有することがあり、その属性は大きな枠のカテゴリ（ex.四辺形）に属することを理解する。四辺形の例としてひし形や長方形を識別し、これらのどのサブカテゴリにも属さない四辺形の例を描く。

【3】G.2：図形を同じ面積に等分する。等分したパーツを全体の単位分数として表現する。たとえば図形を同じ面積に 4 等分し、それぞれの図形の面積を全体の面積の 1/4 として記述する。

<u>Grade4</u>

線や角を描き識別し、そして図形を線や角の特徴によって分類する

【4】G.1：点、線、線分、線、垂線、平行線を描く。これらの 2 次元の図形を識別する。

【4】G.2：2 次元の図形を平行線や垂線の有無、決められた角度の有無に基づいて分類する。直角三角形をカテゴリとして認識し、直角三角形を識別する。

【4】G.3：図形を横断し、折るとぴったり重なるような対象線を認識する。図形の対称線を識別し描く。

<u>Grade5</u>

現実世界や数学的な問題を解決するために、座標平面上の点をグラフで示す

【5】G.1：座標系を定義するもので、軸と呼ばれ、好転が原点 0 を享垂線のペアを使う。そして、平面上に数字の順序対を利用してうたれるポイントを座標と呼ぶ。最初の数字は一つ目の軸を原点からどれだけ進んだか、次の数字は二つ目の軸を原点からどれだけ進んだかを意味していること、そしてそれら二つの軸の名前と座標が規則的に対応していることを理解する。（ex. x 軸と x 座標、y 軸と y 座標）

【5】G.2：座標平面上の第一象限の範囲における、現実世界の問題や数学的問題を表現する。そして、問題場面に応じて点の座標値を解釈する。

2 次元の図形を、それらの特徴に基づいて分類する

【5】G.3：2 次元のカテゴリに属し、その中のサブカテゴリも満たし

ている属性を理解する。たとえば、すべての長方形は 4 つの直角を持っており、正方形は長方形である。だからすべての正方形も 4 つの直角を持っている。

【5】G.4：2 次元の図形を、特徴に基づいて階層で分類する。

Grade6

面積、表面積、体積を含む現実世界の問題や、数学的問題を解決する

【6】G.1：四角形を構成したり、三角形や他の形に分解したりすることで、直角三角形、他の三角形、特殊な四角形、多角形の面積を求める。これらの方法を現実世界の問題や数学的問題の解決に用いる。

【6】G.1：分数の辺を持った角柱の体積を辺の長さに適した単位立方体を敷き詰めることで求める。そして角柱の辺の長さをかけ合せて求めた体積の値と等しくなることを示す。現実世界の問題や数学的問題の解決において、分数辺を持つ角柱の体積を求める際に次の公式に当てはめる。V=lwh と V=bh

【6】G.3：座標平面上に頂点の座標が与えられた多角形を描く。最初の座標と次の座標が等しい点を結んで作る辺の長さを求めるために、座標を使う。これらの方法を、現実世界の問題や数学的な問題を解決するときに用いる。

【6】G.4：長方形や三角形を作る網目を使って 3 次元の図形を表現する。そして、この網目を使ってこれらの図形の表面積を求める。これらの方法を現実世界の問題や数学的な問題を解決するときに用いる。

謝辞

本研究を進めるにあたり、熱心に支えてくださった多くの方々に、深く感謝いたします。

指導教官の溝口達也先生には、本当に丁寧なご指導をしていただきました。数学の知識に乏しい私は、はじめの頃はついていけるのか不安で仕方がありませんでした。しかし、ゼミで聞く溝口先生のお話は、自然と引き込まれるものばかりで、あっという間に時間が過ぎていきました。ものの見方・考え方が少しずつ視野の広いものへと変化していったように思います。

また、卒業研究においては、テーマ設定の段階で少しつまずいてしまいましたが、十分な時間と温かく見守ってくださる溝口先生の姿勢のおかげで、興味深いテーマとめぐり会うことができました。4年生の夏には教員採用試験があり、その前後は研究に全力で打ち込むことができず、停滞の日々が続いていましたが、その時々で状況に合った助言や激励のお言葉をいただき、最後まで研究を続けることができました。

また、研究室の先輩である、玉木義一さん、吾郷将樹さん、岡友章さん、岸川友飛さん、お忙しい中親身になって相談に乗ってくださりありがとうございました。隣の部屋に行くとどんな時でも温かく迎え入れてくださり、とても心強かったです。そして、後輩の坂元里佳子さん、白枝果歩さん、若林直広さんには、学内で会うたびに優しい励ましの言葉をくださり感謝しています。最後に同級生の松岡涼さん、宮崎諒平さん、山根三佳さん、横田真照さん、困ったときは自分のことのように頭を悩ませ考えてくださいました。支え合いながら、時には刺激し合い、このような良い仲間と共に研究に励むことができ、とても嬉しく思っています。

私は、たくさんの方々に支えられて、この論文をかんでいさせることができました。感謝の気持ちを忘れることなく、大学での学びを、社会に出てから十分に生かしていきたいと思います。心からお礼申し上げます。

平成 26 年 1 月

下釆瑞季

鳥取大学数学教育研究　　ISSN 1881–6134

Site URL：http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu

投稿規定

❖ 本誌は，次の稿を対象とします。
- 鳥取大学数学教育学研究室において作成された卒業論文・修士論文，またはその抜粋・要約・抄録
- 算数・数学教育に係わる，理論的，実践的研究論文／報告
- 鳥取大学，および鳥取県内で行われた算数・数学教育に係わる各種講演の記録
- その他，算数・数学教育に係わる各種の情報提供

❖ 投稿は，どなたでもできます。投稿された原稿は，編集委員による審査を経て，採択が決定された後，随時オンライン上に公開されます。

❖ 投稿は，編集委員まで，e-mailの添付書類として下さい。その際，ファイル形式は，PDFとします。

❖ 投稿書式は，バックナンバー（vol.9 以降）を参照して下さい。

鳥取大学数学教育学研究室

〒 680-8551　鳥取市湖山町南 4-101

TEI & FAX　0857-31-5101（溝口）

http://www.rs.tottori-u.ac.jp/mathedu/